Глава VI

АБЕРРАЦИЯ

1. Введение. Видимое положение любого небесного тела вследствие конечной скорости света зависит как от движения этого тела, так и от движения Земли в течение промежутка времени, необходимого свету для того, чтобы пройти расстояние от небесного тела до наблюдателя.

Пока свет распространяется от небесного тела до наблюдателя, находящегося на движущейся Земле, само это тело и Земля удаляются от положений, которые они занимали в пространстве в тот момент времени, когда свет покинул тело. Луч света, воспринимаемый наблюдателем, испускается в некоторый предшествующий наблюдению момент времени в направлении того положения, которое Земля должна занять позже, — в момент наблюдения; следовательно, в момент восприятия луча света набюдателем тело не находится более в том направлении, откуда пришел этот луч. Кроме того, поскольку Земля движется, направление луча света в тот момент времени, когда луч достигает наблюдателя, отличается от кажущегося направления прихода этого луча; направление, в котором тело наблюдается фактически, является направлением движения света относительно наблюдателя, а не истинным геометрическим направлением распространения света в пространстве, и это относительное направление зависит от скорости наблюдателя в данный момент времени.

Видимое направление, в котором наблюдается тело на небесной сфере, не является, следовательно, ни истинным геометрическим направлением в момент наблюдения, ни направлением на то геометрическое место, в котором тело находилось в момент времени, когда его покинул свет.

Видимое смещение небесных тел относительно их истинных геометрических направлений, которое вызвано распространением света в сочетании с движениями наблюдателя и самих тел, называется аберрацией. Смещение наблюденного видимого положения относительно истинного геометрического положения в момент наблюдения известно под названием планетной аберрации. Смещение наблюденного положения относительно геометрического положения, в котором тело находилось в тот момент времени, когда его покинул свет, называется звездной аберрацией. Планетную аберрацию можно рассматривать как результат сложения двух эффектов: звездной аберрации, обусловленной мгновенной скоростью наблюдателя в момент наблюдения, и геометрического смещения тела в пространстве вследствие его движения за промежуток времени, в течение которого свет распространялся к Земле.

При вычислении положения, в котором тело должно наблюдаться в определенный момент времени, по геометрическим положениям этого тела и Земли, выведенным на основе гравитационной теории, необходимо учитывать оба эти эффекта. При решении обратной задачи — вычислении геометрических положений тела в пространстве по наблюденным положениям — следует также ввести соответствующие поправки.

Пусть на рис. 6 E_T и P_T означают истинные геометрические положения Земли и некоторого небесного тела в момент времени T, когда произведено наблюдение, и пусть E_t и P_t означают их истинные положения в более ранний момент t, когда луч света, который достигает

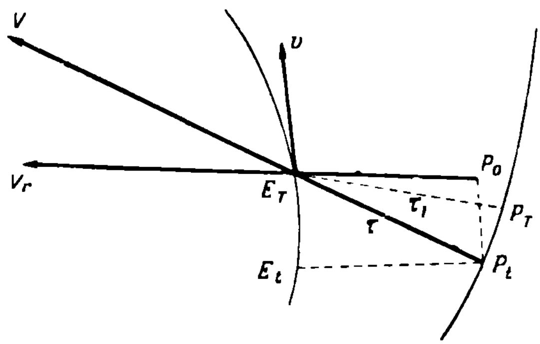

Рис. 6. Аберрация.

наблюдателя в момент T, покинул это тело. Геометрический путь этого луча света совпадает с прямой P_tE_T. Обозначим через V истинный вектор скорости луча света, а через v — вектор скорости Земли в момент T. Относительная скорость луча света представится стороной параллелограмма V_r, у которого v является другой стороной, а V — диагональю. Проведем теперь из P_t прямую параллельно v до пересечения с V_r в точке P_a. Тогда P_a является видимым положением тела в момент T. Далее мы имеем $P_tP_a/P_tE_T = v/V$ и $P_tE_T = V(T-t)$, откуда $P_tP_a = v(T-t)$, что представляет собой выражение важного закона, часто играющего значительную роль при рассмотрении звездной аберрации. Его можно сформулировать так: видимое положение любого объекта, наблюдаемого движущимся наблюдателем, смещено относительно того положения, в котором он наблюдался бы, если бы наблюдатель, находился в покое, на угловую величину, в точности эквивалентную линейному смещению этого объекта параллельно мгновенному направлению движения наблюдателя на величину $v(T-t)$, где v есть мгновенная скорость наблюдателя, а $T-t$ — время, потребное свету для распространения от объекта до наблюдателя.

Только что установленные законы являются совершенно строгими и общими, но из-за недостаточного знания расстояний и движений звезд их никогда не применяют на практике в строгой форме к звездным положениям. Расстояния и скорости звезд известны с такой небольшой точностью, что вычисление их движений в течение промежутка времени $T-t$ неосуществимо. Поэтому для звезд никогда не вычисляется планетная аберрация, а только звездная аберрация. Кроме того, при вычислении звездной аберрации пренебрегают движением солнечной системы в пространстве. Вследствие этого положения звезд, приведенные в звездных каталогах, не являются их истинными положениями, а собственные движения не являются истинными собственными движениями, но эти расхождения несущественны для небесной механики; в небесной механике звездные положения используются только для определения координатной системы отсчета, и каталожные положения (за одним небольшим исключением, которое будет указано ниже) столь же пригодны для этой цели, как и истинные положения.

2. Звездная аберрация. Величина видимого смещения, обусловленного звездной аберрацией, зависит от мгновенной скорости наблюдателя в тот момент, когда свет достигает его. В правой прямоугольной системе координат с неподвижным началом и осями, не меняющими направления в пространстве, каждая из компонент вектора скорости наблюдателя $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ является суммой линейных скоростей, обусловленных суточным вращением Земли, орбитальным движением Земли относительно Солнца (включая лунные и планетные возмущения, а также эллиптическое движение) и движением Солнца относительно центра масс солнечной системы (исключая, однако, движение солнечной системы среди звезд).

Пусть L и B означают сферические координаты — долготу и широту, — отнесенные к плоскости xy в системе координат с началом в точке наблюдателя и осями, параллельными осям первой системы координат. Направляющие косинусы прямой, направленной в P_t, откуда в действительности приходит свет, равны

$$\xi = \cos B \cos L, \quad \eta = \cos B \sin L, \quad \zeta = \sin B,$$

где L и B суть сферические координаты точки P_t. Аналогично направляющие косинусы видимого положения L_a, B_a равны

$$\xi_a = \cos B_a \cos L_a, \quad \eta_a = \cos B_a \sin L_a, \quad \zeta_a = \sin B_a.$$

Точки P_t, P_a диаметрально противоположны точкам, в которые направлены V и V_r. Следовательно, имеем

$$\xi = -\frac{V_x}{V}, \quad \eta = -\frac{V_y}{V}, \quad \zeta = -\frac{V_z}{V},$$

с аналогичными уравнениями для ξ_a, η_a, ζ_a.

Мы имеем также

$$V_a \xi_a = V\xi + \dot{x}, \quad V_a \eta_a = V\eta + \dot{y}, \quad V_a \zeta_a = V\zeta + \dot{z},$$

где $V_a\xi_a$ и $V\xi$—компоненты векторов, направленных в точки P_a и P_t. Поэтому

$$\begin{aligned} \frac{V_a}{V}\cos B_a \cos L_a &= \cos B \cos L + \frac{\dot{x}}{V}, \\ \frac{V_a}{V}\cos B_a \sin L_a &= \cos B \sin L + \frac{\dot{y}}{V}, \\ \frac{V_a}{V}\sin B_a \qquad &= \sin B \qquad\quad + \frac{\dot{z}}{V}. \end{aligned} \tag{1}$$

Умножая первое из этих уравнений на $\cos L$, а второе — на $\sin L$, сложим произведения; затем, умножив первое уравнение на $\sin L$, а второе — на $\cos L$, вычтем произведения; тогда получим соответственно следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{V_a}{V}\cos B_a\cos(L_a-L) &= \cos B+\frac{1}{V}(\dot{x}\cos L+\dot{y}\sin L),\\ \frac{V_a}{V}\cos B_a\sin(L_a-L) &= \quad -\frac{1}{V}(\dot{x}\sin L-\dot{y}\cos L), \end{aligned} \tag{2}$$

откуда

$$\operatorname{tg}(L_a-L)=\frac{-\sec B\,(\dot{x}\sin L-\dot{y}\cos L)}{V+\sec B\,(\dot{x}\cos L+\dot{y}\sin L)}. \tag{3}$$

Умножив первое уравнение из (2) на $\cos\frac{1}{2}(L_a-L)$, а второе — на $\sin\frac{1}{2}(L_a-L)$ и сложив произведения, получим уравнение для $\cos B_a$, которое в комбинации с предыдущим уравнением для $\sin B_a$ после некоторых преобразований дает

$$\operatorname{tg}(B_a-B)=$$

$$=\frac{\dot{z}\cos B-\{\dot{x}\cos L+\dot{y}\sin L+\operatorname{tg}\frac{1}{2}(L_a-L)(\dot{y}\cos L-\dot{x}\sin L)\}\sin B}{V+\dot{z}\sin B+\{\dot{x}\cos L+\dot{y}\sin L+\operatorname{tg}\frac{1}{2}(L_a-L)(\dot{y}\cos L-\dot{x}\sin L)\}\cos B}. \tag{4}$$

Выражения для L_a-L и B_a-B, полученные таким путем, являются совершенно строгими и общими. Из них можно получить практические формулы для фактического вычисления звездной аберрации в любой системе координат с любой требуемой степенью точности. Формулы (3) и (4) не зависят от расстояния до объекта, и они или формулы, выведенные из них, удобны для применения в тех случаях, когда расстояние наблюденного объекта неизвестно.

Однако если расстояние известно с достаточной точностью, то иногда представляется более удобным рассматривать звездную аберрацию как эквивалент линейного смещения объекта. Если X_t, Y_t, Z_t, R_t суть истинные геометрические прямоугольные координаты и расстояние объекта в момент t, когда свет покинул это тело, X_a, Y_a, Z_a — его видимые координаты в момент наблюдения T, а x, y, z — координаты наблюдателя в момент времени T, то, согласно принципам предыдущего раздела, мы непосредственно получаем с полной строгостью и общностью следующие уравнения:

$$\begin{aligned} X_a-X_t&=\frac{\dot{x}}{V}R_t,\\ Y_a-Y_t&=\frac{\dot{y}}{V}R_t,\\ Z_a-Z_t&=\frac{\dot{z}}{V}R_t. \end{aligned} \tag{5}$$

Для абсолютной точности начало координат следует выбрать в центре масс солнечной системы. Если обозначить время распространения света R_t/V (световой промежуток) через τ, то уравнения (5) примут вид

$$\begin{aligned} X_a-X_t&=\dot{x}\tau,\\ Y_a-Y_t&=\dot{y}\tau,\\ Z_a-Z_t&=\dot{z}\tau. \end{aligned}$$

3. Планетная аберрация. Звездная аберрация, обусловленная скоростью наблюдателя, является только смещением видимого положения (P_a на рис. 6) относительно геометрического положения P_t, которое тело занимало в момент, когда его покинул луч света. Можно определить геометрическое положение тела в момент наблюдения при помощи еще одной поправки за движение этого тела от P_t к P_T в течение светового промежутка, если это движение может быть определено. Комбинация из этих двух эффектов, т. е. смещение видимого положения тела относительно его истинного положения в момент наблюдения T, является планетной аберрацией (угол $P_T E_T P_a$ на рис. 6). Обозначая истинные координаты тела в момент наблюдения через X_T, Y_T, Z_T и разлагая величины $X_T - X_t$, $Y_T - Y_t$; $Z_T - Z_t$ по степеням τ согласно формуле Тэйлора, мы получаем

$$\begin{aligned} X_T - X_t &= \dot{X}_t\tau + \frac{1}{2}\ddot{X}_t\tau^2 + \frac{1}{6}\dddot{X}_t\tau^3 + \ldots, \\ Y_T - Y_t &= \dot{Y}_t\tau + \frac{1}{2}\ddot{Y}_t\tau^2 + \frac{1}{6}\dddot{Y}_t\tau^3 + \ldots, \\ Z_T - Z_t &= \dot{Z}_t\tau + \frac{1}{2}\ddot{Z}_t\tau^2 + \frac{1}{6}\dddot{Z}_t\tau^3 + \ldots . \end{aligned} \tag{7}$$

Вычитая уравнения (7) из (6), получаем точные выражения для прямоугольных компонентов планетной аберрации в виде

$$\begin{aligned} X_a - X_T &= (\dot{x} - \dot{X}_t)\,\tau - \frac{1}{2}\ddot{X}_t\tau^2 - \frac{1}{6}\dddot{X}_t\tau^3 - \ldots, \\ Y_a - Y_T &= (\dot{y} - \dot{Y}_t)\,\tau - \frac{1}{2}\ddot{Y}_t\tau^2 - \frac{1}{6}\dddot{Y}_t\tau^3 - \ldots, \\ Z_a - Z_T &= (\dot{z} - \dot{Z}_t)\,\tau - \frac{1}{2}\ddot{Z}_t\tau^2 - \frac{1}{6}\dddot{Z}_t\tau^3 - \ldots . \end{aligned} \tag{8}$$

Особенно важно заметить, что в этих уравнениях начало координат не является произвольным, а должно быть выбрано в центре масс солнечной системы, если мы стремимся к абсолютной строгости. Уравнения (8) непригодны для практического применения из-за трудности вычисления входящих в них производных. Столь же строгий, но более удобный метод вычисления планетной аберрации заключается в рассмотрении ее обеих частей отдельно друг от друга. Зная X_T, Y_T, Z_T и соответствующее расстояние R_T, мы принимаем $\tau_1 = R_T/V$ в качестве первого приближения τ и вычисляем X_1, Y_1, Z_1, R_1 для момента $T - \tau_1$. Вторым приближением к τ является $\tau_2 = R_1/V$, которое доставляет второе приближение координат X_2, Y_2, Z_2, R_2. Продолжая действовать таким образом, найдем после двух или трех приближений, что τ не меняется. Мы получаем на этом этапе X_t, Y_t, Z_t, а в таком случае можно вычислить звездную аберрацию при помощи уравнений (6) или (3) и (4), либо приближенно каким-нибудь другим способом.

Если движение наблюдаемого тела является в течение промежутка времени τ почти прямолинейным, то в уравнениях (8) члены, содержащие τ^2 и более высокие степени τ, становятся пренебрежимо малыми, и, кроме того, почти точно имеем $\dot{X}_t = \dot{X}_T$, $\dot{Y}_t = \dot{Y}_T$, $\dot{Z}_t = \dot{Z}_T$, откуда

$$\begin{aligned} X_a - X_T &= (\dot{x} - \dot{X}_T)\,\tau, \\ Y_a - Y_T &= (\dot{y} - \dot{Y}_T)\,\tau, \\ Z_a - Z_T &= (\dot{z} - \dot{Z}_T)\,\tau. \end{aligned} \tag{9}$$

Эти уравнения можно еще более упростить для вычислений, записывая τ_1 вместо τ и принимая в качестве начала координат Солнце вместо центра масс солнечной системы. В этом виде они часто используются для практических вычислений; в случае комет и планет погрешности, вносимые этими приближениями, обычно меньше 0″,01, но для спутников эти упрощенные уравнения следует применять с осторожностью.

Правые части уравнений (9) после упрощений, указанных выше, выражают изменение координат наблюдаемого тела, отсчитываемых относительно движущегося наблюдателя как начала, в течение времени, за которое свет проходит расстояние от этого тела до наблюдателя. Поэтому планетная аберрация при указанных допущениях равна этому изменению. Следовательно, при тех же допущениях для любой системы координат с началом в движущейся точке наблюдателя будут иметь место аналогичные уравнения. Например, планетная аберрация в прямом восхождении α и склонении δ определяется формулами

$$\Delta\alpha = -\dot{\alpha}\tau_1, \qquad \Delta\delta = -\dot{\delta}\tau_1, \tag{10}$$

и определяемые ими поправки $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ следует прибавить к геометрическому месту. Если в распоряжении имеется эфемерида, дающая прямое восхождение и склонение объекта как функции времени, то производные $\dot{\alpha}$ и $\dot{\delta}$ можно легко найти численным дифференцированием.

4. Суточная аберрация. В выражениях, приведенных в предыдущих разделах, компоненты скорости $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ в полной теории являются компонентами скорости наблюдателя. Однако для удобства принято разделять звездную аберрацию на две части и рассматривать часть, зависящую от орбитального движения Земли, отдельно от другой части, обусловленной вращением Земли вокруг своей оси. Эта вторая часть называется суточной аберрацией; когда она рассматривается отдельно, первую часть, называемую годичной аберрацией, можно определить без потери точности, используя в выражениях (3), (4), (6) компоненты скорости центра Земли вместо компонент скорости наблюдателя.

В результате вращения Земли вокруг своей оси наблюдатель постоянно переносится к точке востока горизонта со скоростью, которая определяется в *м/сек* следующей формулой:

$$v = 464\varrho\cos\varphi',$$

где φ' есть геоцентрическая широта наблюдателя, а ϱ — значение радиуса Земли в месте наблюдения, выраженное в долях экваториального радиуса. Постоянная 464 равна скорости точки на экваторе.

Это движение производит смещение видимых положений всех небесных тел к точке востока по большим кругам, проходящим через эту точку. Величина этого смещения выражается следующей формулой:

$$s = \frac{v}{V}\sin\theta,$$

где θ есть угловое расстояние тела от точки востока. Подставляя вместо v и V их численные значения и деля на arc 1″, получим

$$s = 0'',319\varrho\cos\varphi'\sin\theta.$$

Чтобы найти влияние этого смещения на прямое восхождение и склонение тела, рассмотрим сферический треугольник PES, образованный полюсом мира P, точкой востока горизонта E и телом S. Тогда сторона ES есть θ; и если мы обозначим через q угол при S, а через h — часовой угол этого тела, то аберрация в прямом восхождении и склонении будет равна

$$\cos\delta\,\Delta\alpha = s\sin q,$$
$$\Delta\delta = s\cos q.$$

Мы имеем также

$$\sin\theta\sin q = \cos h,$$

$$\sin\theta\cos q = \sin\delta\sin h,$$

откуда получается

$$\Delta\alpha = 0'',319\,\varrho\cos\varphi'\cos h\sec\delta,$$

$$\Delta\delta = 0'',319\,\varrho\cos\varphi'\sin h\sin\delta.$$

Применяя эти выражения, мы можем без ощутимой погрешности положить $\varrho = 1$ и взять астрономическую широту вместо φ'.

Суточная аберрация не играет никакой роли в работах по дифференциальной астрометрии, например в фотографической астрометрии, так как она влияет на положения всех тел в одной и той же области неба примерно одинаково, а малые остаточные влияния исключаются постоянными пластинки. Однако ее необходимо учитывать при всех измерениях относительных положений удаленных друг от друга тел, как, например, в меридианной астрономии.

5. Вычисление годичной аберрации. В тех случаях, когда стремятся к точности вычислений, близкой к 0",001 или более высокой, компоненты скорости $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ наиболее удобным образом можно получить при помощи численного дифференцирования прямоугольных экваториальных координат Земли, отнесенных к центру масс солнечной системы и к фиксированным равноденствию и экватору. Координаты Земли относительно Солнца можно получить из «The American Ephemeris» простой переменой знаков прямоугольных экваториальных координат Солнца, а координаты Солнца относительно этого центра масс можно вывести из данных, приведенных в «Planetary Coordinates».

Однако эта методика редко применялась в прошлом. Вместо этого пренебрегали скоростью Солнца относительно центра масс солнечной системы и считали, что Земля движется вокруг Солнца по эллиптической орбите. До сих пор принято употреблять дифференциальные формулы вместо строгих выражений (3) и (4).

Если мы обозначим через L эклиптическую долготу какого-либо тела, через B — его широту, а через R — его расстояние, то мы получим

$$X^{(e)} = R\cos B\cos L,$$

$$Y^{(e)} = R\cos B\sin L, \qquad (11)$$

$$Z^{(e)} = R\sin B.$$

Дифференцируя эти соотношения, получим

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta X^{(e)}}{R} &= \frac{\Delta R}{R}\cos B\cos L - \sin B\cos L\Delta B - \cos B\sin L\,\Delta L,\\
\frac{\Delta Y^{(e)}}{R} &= \frac{\Delta R}{R}\cos B\sin L - \sin B\sin L\Delta B + \cos B\cos L\,\Delta L,\\
\frac{\Delta Z^{(e)}}{R} &= \frac{\Delta R}{R}\sin B \qquad\qquad + \cos B\,\Delta B.
\end{aligned} \tag{12}$$

Умножив первое из этих уравнений на $-\sin L$, а второе — на $\cos L$ и складывая, находим

$$-\sin L\frac{\Delta X^{(e)}}{R} + \cos L\frac{\Delta Y^{(e)}}{R} = \cos B\Delta L. \tag{13}$$

Умножив первое из уравнений (12) на $-\sin B\cos L$, второе на $-\sin B\sin L$, а третье на $\cos B$, находим после сложения

$$-\sin B\cos L\frac{\Delta X^{(e)}}{R} - \sin B\sin L\frac{\Delta Y^{(e)}}{R} + \cos B\frac{\Delta Z^{(e)}}{R} = \Delta B. \tag{14}$$

Подставив вместо $\Delta X^{(e)}$, $\Delta Y^{(e)}$, $\Delta Z^{(e)}$ их значения, вычисленные при помощи (5), в уравнения (13) и (14), мы имеем

$$\begin{aligned}
\cos B\Delta L &= -\frac{\dot{x}^{(e)}}{V}\sin L + \frac{\dot{y}^{(e)}}{V}\cos L,\\
\Delta B &= -\sin B\cos L\frac{\dot{x}^{(e)}}{V} - \sin B\sin L\frac{\dot{y}^{(e)}}{V} + \cos B\frac{\dot{z}^{(e)}}{V},
\end{aligned} \tag{15}$$

где $\dot{x}^{(e)}$, $\dot{y}^{(e)}$, $\dot{z}^{(e)}$ отнесены к эклиптике.

Чтобы выразить $\dot{x}^{(e)}$, $\dot{y}^{(e)}$, $\dot{z}^{(e)}$ через эллиптические элементы орбиты Земли, введем следующие обозначения:

ψ — долгота Земли в ее орбите,
r — радиус-вектор Земли,
$\tilde{\omega}$ — долгота перигелия Земли,
$e = \sin\varphi$ — эксцентриситет орбиты,
n — среднее угловое движение,
a — большая полуось.

Тогда, пренебрегая широтой Земли, мы имеем

$$x^{(e)} = r\cos\psi,$$

$$y^{(e)} = r\sin\psi,$$

$$z^{(e)} = 0$$

и, дифференцируя эти формулы, получаем

$$\begin{aligned}
\dot{x}^{(e)} &= \dot{r}\cos\psi - r\dot{\psi}\sin\psi,\\
\dot{y}^{(e)} &= \dot{r}\sin\psi + r\dot{\psi}\cos\psi,\\
\dot{z}^{(e)} &= 0.
\end{aligned} \tag{16}$$

Согласно законам эллиптического движения, мы имеем

$$\frac{a}{r}=\frac{1+e\cos(\psi-\tilde{\omega})}{\cos^2\varphi},$$

$$\dot{\psi}=\frac{a^2}{r^2}n\cos\varphi,$$

$$\dot{r}=\frac{aen\sin(\psi-\tilde{\omega})}{\cos\varphi}.$$

Подставляя эти значения $\dot{\psi}$ и $\dot{r}$ в уравнения (16), мы находим

$$\begin{aligned}\dot{x}^{(e)}&=-an\sec\varphi(\sin\psi+e\sin\tilde{\omega}),\\ \dot{y}^{(e)}&=+an\sec\varphi(\cos\varphi+e\cos\tilde{\omega}).\end{aligned}\tag{17}$$

Подставив эти значения в (15) и положив для краткости

$$\varkappa=\frac{an\sec\varphi}{V},$$

получаем следующие уравнения:

$$\begin{aligned}\cos B\Delta L&=\varkappa(\sin\psi+e\sin\tilde{\omega})\sin L+\varkappa(\cos\psi+e\cos\tilde{\omega})\cos L\\ &=\varkappa\cos(\psi-L)+e\varkappa\cos(\tilde{\omega}-L),\\ \Delta B&=\varkappa\sin B\sin(\psi-L)+e\varkappa\sin B\sin(\tilde{\omega}-L).\end{aligned}\tag{18}$$

Последние члены этих уравнений не зависят от долготы Земли. Для каждой отдельной звезды они почти постоянны в течение нескольких столетий и, согласно общей договоренности, не включаются в эти формулы, так как входят в координаты звезд, определяемые из наблюдений. В обычных формулах мы подставляем истинную долготу Солнца $\odot=\varphi-180^\circ$ и получаем

$$\begin{aligned}\cos B\Delta L&=-\varkappa\cos(\odot-L),\\ \Delta B&=-\varkappa\sin B\sin(\odot-L).\end{aligned}\tag{19}$$

Величина $\varkappa$ является постоянной аберрации, и ее общепринятое значение равно $20'',47$.

В экваториальных координатах при помощи аналогичных выкладок мы получаем

$$\frac{\dot{x}}{V}=\varkappa(\sin\odot+e\sin\tilde{\omega}),$$

$$\frac{\dot{y}}{V}=-\varkappa\cos\varepsilon(\cos\odot+e\cos\tilde{\omega}),$$

$$\frac{\dot{z}}{V}=-\varkappa\sin\varepsilon(\cos\odot+e\cos\tilde{\omega})$$

и, снова отбрасывая члены, содержащие $\tilde{\omega}$, имеем

$$\begin{aligned}\cos\delta\Delta\alpha&=-\varkappa\cos\varepsilon\cos\odot\cos\alpha-\varkappa\sin\odot\sin\alpha,\\ \Delta\delta&=\varkappa\cos\varepsilon\cos\odot\sin\delta\sin\alpha-\varkappa\sin\odot\sin\delta\cos\alpha-\varkappa\sin\varepsilon\cos\odot\cos\delta.\end{aligned}\tag{20}$$

Если мы положим для краткости

$$C = -\varkappa \cos\varepsilon \cos\odot, \qquad D = -\varkappa \sin\odot,$$

$$c = \cos\alpha \sec\delta, \qquad d = \sin\alpha \sec\delta,$$

$$c' = \operatorname{tg}\varepsilon \cos\delta - \sin\alpha \sin\delta, \quad d' = \cos\alpha \sin\delta,$$

то уравнения (20) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= Cc + Dd, \\ \Delta\delta &= Cc' + Dd', \end{aligned} \tag{21}$$

который называется формой Бесселя и часто используется для вычисления годичной аберрации звезд. Величины C и D табулируются на каждые сутки в «The American Ephemeris».

Члены звездной аберрации, содержащие $\tilde{\omega}$ (которые влияют на средние каталожные места звезд), не играют никакой роли в меридианной астрономии, так как положение любого объекта, наблюдаемого при помощи меридианного круга, является видимым его положением и обычно сравнивается с видимой эфемеридой, в которой планетная аберрация была вычислена при помощи уравнений (10); эти уравнения автоматически включают в себя влияние так называемого эллиптического члена. С другой стороны, фотографические положения небесных тел определяются привязкой изображения тела к средним каталожным положениям звезд, расположенных в непосредственной близости. На такого рода наблюдения эллиптический член аберрации влияет, и если не принять надлежащих мер предосторожности, то в орбитальных элементах возникнут ощутимые погрешности. Одна из таких мер состоит в прибавлении особой поправки к каждому опубликованному фотографическому наблюдению, прежде чем оно используется каким-либо образом. Эти поправки даются в секундах дуги следующим матричным произведением:

$$\| \cos\delta\, \Delta\alpha \Delta\delta \| = \| +0'',061 \; -0'',336 \; +0,''027 \| \begin{Vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha\sin\delta \\ \sin\alpha & \cos\alpha\sin\delta \\ 0 & \cos\delta \end{Vmatrix}. \tag{22}$$

Матрица справа обычно требуется еще и для другой цели, что облегчает эти вычисления.

Приближенные дифференциальные методы, обычно применяемые при вычислении годичной аберрации, достаточны для обычных задач небесной механики, обеспечивая точность порядка 0",01. Отбрасывание квадратов величины смещения в дифференциальных формулах порождает погрешности, не превышающие в зодиакальной части неба 0",01 при условии, что долгота Солнца и координаты объекта отнесены к одному и тому же равноденствию. Главная погрешность, вводимая предположением о движении Земли вокруг Солнца по эллиптической орбите, обусловлена скоростью Земли относительно центра масс системы Земля — Луна. Для каждой отдельной области неба эта погрешность принимает форму периодической погрешности с периодом в один месяц и амплитудой 0",008. Другая аналогичная погрешность с периодом в двенадцать лет и амплитудным коэффициентом 0",008 возникает из-за пренебрежения скоростью Солнца относительно центра масс Солнца и Юпитера. Если включить в эту систему Сатурн, то соответствующая погрешность имеет амплитудный коэффициент 0″,002. При рассмотрении фотографических наблюдений объектов, движущихся в солнечной системе, погрешностями такой величины обычно можно пренебречь; эллиптический член звездной аберрации является единственной ее частью, которую необходимо принимать во внимание.

6. Эфемериды. На заключительном этапе работы, связанном с уточнением и исправлением элементов орбиты, наблюденные положения небесного тела никогда не используются непосредственно, а вместо этого рассматриваются разности между наблюденными положениями и положениями, вычисленными согласно какой-нибудь теории движения (в смысле «наблюденное положение минус вычисленное положение», или $O-C$). Эфемерида представляет собой таблицу вычисленных положений небесного тела, аргументом которой является время; с некоторой неточностью этот термин можно применить к любому ряду вычисленных положений. При вычислении точной эфемериды необходимо учитывать аберрацию так же, как она влияет на наблюдения, чтобы сделать наблюдения непосредственно сравнимыми с эфемеридой. При этом для наблюдений различных классов необходимо применять различные методы.

Геометрическая эфемерида дает фактическое положение тела в указанные моменты времени. Истинные геометрические положения тела наблюдать невозможно, а, следовательно, геометрическая эфемерида непригодна для какой-либо точной работы. Такая эфемерида применяется главным образом в тех случаях, когда стремятся лишь к небольшой степени точности, например когда единственной целью является разыскание небесного тела.

Эфемериду видимых положений можно получить, прибавляя планетную аберрацию к геометрической эфемериде. Положения, наблюдаемые при помощи меридианного круга, являются видимыми положениями. Следовательно, эфемериды Солнца, Луны и больших планет обычно дают видимые положения. Такие явления, как затмения Солнца или спутников Юпитера, зависят от видимых положений участвующих в них тел, а поэтому эфемериды видимых мест полезны также и здесь.

Наблюденные положения, получаемые сравнением положений объекта с каталожными местами звезд, расположенных в непосредственной близости, не являются ни геометрическими, ни видимыми положениями этого объекта, а принадлежат к некоторому промежуточному классу и могут быть названы астрометрическими положениями. Они свободны от главных членов звездной аберрации, т. е. от суточной аберрации и главного члена годичной аберрации, однако они отягощены влиянием барицентрического движения наблюденного объекта за промежуток времени, в течение которого свет распространяется от этого объекта до наблюдателя, и эллиптическим членом годичной аберрации. Поэтому астрометрическая эфемерида может быть получена введением в моменты времени, к которым относятся гелиоцентрические положения объекта (которыми можно заменить барицентрические положения, допуская погрешность, не превышающую 0″,01), поправок за световой промежуток, применяя последовательные приближения способом, описанным в разд. 3, и вычитая затем результаты, полученные по формуле (22), из геоцентрической эфемериды. Можно также сначала вычислить видимое положение, а затем вычесть главный член годичной аберрации. Этот последний способ не совсем строг, если для учета планетной аберрации применяются сокращенные формулы, но часто оказывается достаточным.

Четвертый тип эфемерид, называемый астрографической эфемеридой, применяется довольно широко. Эта эфемерида вычисляется легче, чем астрометрическая эфемерида, от которой она отличается только эллиптическим членом годичной аберрации. Прежде чем сравнивать ее с фотографическими наблюдениями, необходимо либо придать к наблюденному положению поправки, вычисленные по формуле (22), либо вычесть их из эфемеридных положений.

7. Частные случаи аберрации.

а) Солнце. В течение промежутка времени, необходимого свету, чтобы распространиться от Солнца до Земли, движение Солнца относительно центра масс солнечной системы фактически равно нулю. Таким образом, одна из двух частей, составляющих планетную аберрацию, обращается в нуль, и остается только звездная аберрация. Необходимо заметить, что в противоположность методике, принятой для звезд, к эфемериде Солнца прибавляется полная годичная аберрация. Если бы это не было сделано, то наблюдения видимого места Солнца расходились бы с эфемеридой, причем расхождение по долготе имело бы годичный период с амплитудным коэффициентом 0",343.

б) Луна. В течение промежутка времени, потребного свету, чтобы пройти расстояние от Луны до Земли, Луна проходит приблизительно 0",7 по геоцентрической долготе в орбите с отклонением от указанной величины приблизительно на 0",05, обусловленным эксцентриситетом ее орбиты. Это равно полной величине планетной аберрации, годичная же аберрация уничтожается гелиоцентрическим движением Луны в течение светового промежутка. Фактически аберрация вообще не прибавляется к эфемериде Луны; таблицы Луны составляются так, чтобы давать непосредственно видимое положение Луны, при небольшом изменении геометрических элементов лунной орбиты. В некоторых приложениях важно помнить, что лунный параллакс, табулируемый в эфемериде, строго говоря, не является истинным параллаксом в указанный момент времени.

в) Спутник. Когда спутник наблюдается путем фотографирования его на фоне звезд, получаемое при этом положение является астрометрическим положением. Если же положение спутника определяется путем измерения расстояния спутника от центральной планеты и позиционного угла, то можно пренебречь звездной аберрацией, имеющей фактически одну и ту же величину для обоих тел; если же этого сделать нельзя, звездная аберрация ощутима, ее можно ввести дифференциальным путем. Оставляя этот вопрос пока в стороне, можно сказать, что наблюдение связывает положение спутника в момент, когда свет покинул спутник, с положением центральной планеты в момент, когда свет покинул ее. С очень высокой степенью точности можно считать, что спутник принимает участие в гелиоцентрическом движении центральной планеты в течение светового промежутка, соответствующего последней, и поэтому на практике необходимо только исправлять наблюдение за движением спутника относительно центральной планеты, совершаемое в течение промежутка времени, необходимого, чтобы свет прошел расстояние от этого спутника до наблюдателя.

Замечания. Литература

Аберрация света была открыта в 1725 г. Дж. Брадлеем, впоследствии ставшим королевским астрономом, во время ряда попыток, предпринятых несколькими астрономами для измерения годичного параллакса звезды с целью установить на основе наблюдений, что Земля не является центром солнечной системы. 17 декабря Брадлей наблюдал, что звезда γ Дракона имела более южное склонение, чем следовало ожидать, а 20 декабря он нашел, что она ушла еще больше к югу, причем движение было противоположно по направлению тому движению, которое должно было бы получиться в результате влияния параллакса. Для изучения этого эффекта Брадлей применил телескоп и наблюдал ряд ярких звезд в течение 1727—1728 гг., после чего путем анализа наблюдений установил характер явления и правильно его объяснил.