Глава VII

СРАВНЕНИЕ НАБЛЮДЕНИЙ И ТЕОРИИ

1. Введение. Слово «теория» употребляется в небесной механике для обозначения некоторого математического выражения, из которого можно получить координаты небесного тела как функции времени. Существуют теории двух типов — специальные и общие. Специальной теорией является такая теория, которая дает координаты только для частных значений времени; численное интегрирование уравнений гелиоцентрического движения кометы или планеты является примером специальной теории. В общей теории время изображается символом, вместо которого по желанию можно подставить любое значение и получить координаты для соответствующей даты; поэтому общая теория не может быть целиком численной по форме. Она может быть целиком аналитической, как, например, теория Луны Делонэ, которая выражает координаты в виде функций от семи символов, соответствующих шести элементам орбиты и времени; либо она может быть частично аналитической и частично численной, как, например, теория Луны Брауна, в которой вместо некоторых элементов подставлены численные значения. Имеются также общие теории, в которых численные значения подставляются вместо всех элементов, и единственной величиной, обозначенной символом, является время, например, теория Юпитера Хилла; такие теории обычно, хотя и несколько неточно, называются численными общими теориями.

Хотя в общей теории можно подставить любое значение времени, из этого не следует, что результат обязательно будет иметь физическое значение и смысл. Обычно планетные общие теории содержат тригонометрические функции, умноженные на время; такие члены неограниченно возрастают при неограниченном росте времени; и эта особенность мешает теории быть справедливой в течение более чем нескольких столетий. Теория Луны свободна от этого недостатка и *по форме* пригодна для любого промежутка времени. Однако элементы орбиты и массы возмущающих тел должны по-прежнему определяться из наблюдений. Поскольку количество наблюдений ограниченно, а сами наблюдения обладают ограниченной точностью, то теория неизбежно все больше и больше отклоняется от действительности для моментов времени, все более и более удаленных от фундаментальной эпохи.

Теория бесполезна, пока она не сравнена с наблюдениями, поскольку в этом единственный путь испытания ее пригодности. Кроме того, до сих пор не было построено еще ни одной теории, которая была бы с самого начала так же точна, как и существующие наблюдения, поскольку элементы орбиты вначале известны недостаточно хорошо. Поэтому первоначальное сравнение какой-либо теории с наблюдениями имеет основной целью улучшение предварительных элементов, на которых основывается эта теория; в то же время часто можно определить значение определенной возмущающей массы или какой-либо другой астрономической постоянной.

Теория обычно дает координаты тела, отнесенные к центру главного светила как началу координат. Так, например, теория Луны дает геоцентрические координаты Луны, теория Юпитера — гелиоцентрические координаты Юпитера, а теория Гипериона — сатурноцентрические координаты этого спутника. Однако наблюдения всегда привязываются к Земле как началу координат, и не к центру Земли, а к точке, в которой находится наблюдатель. Сравнение наблюдений с теорией неизбежно влечет за собой одно или несколько преобразований координат, и эти преобразования составляют предмет настоящей главы.

2. Движение плоскостей отсчета. Плоскостями отсчета, чаще всего используемыми в небесной механике, являются плоскость эклиптики и плоскость экватора. Большие круги, по которым эти две плоскости пересекают небесную сферу, называются эклиптикой и экватором. Точка весеннего равноденствия (или, сокращенно, равноденствие) является одной из двух точек пересечения эклиптики и экватора, через которую Солнце проходит приблизительно 21 марта. Эклиптика, экватор и равноденствие — все вместе находятся в непрерывном движении, и, следовательно, широта, долгота, склонение и прямое восхождение любого небесного тела непрерывно изменяются. Большая часть этих изменений различны в разных областях неба. При аналитическом выводе этих изменений появляется два рода членов — периодические члены, которые в своих аргументах содержат определенные элементы орбит Земли и Луны (они называются нутационными членами), а также вековые члены, которые содержат степени времени и не зависят от мгновенных положений Земли и Луны; это — прецессионные члены. Удобно рассматривать эти два класса членов раздельно.

Если склонение и прямое восхождение какого-нибудь тела измеряют при помощи меридианного круга, то склонение относится к мгновенному экватору, а прямое восхождение — к мгновенному равноденствию. Координаты эти называются видимым склонением и видимым прямым восхождением. На эти координаты влияет планетная аберрация, и если они освобождены от влияния аберрации, то в таком случае их называют истинным склонением и истинным прямым восхождением. Из истинных координат можно устранить влияние нутации, и тогда говорят, что эти координаты отнесены к среднему экватору и среднему равноденствию даты. Кроме того, можно удалить влияние прецессии за определенный промежуток времени. За последний обычно выбирается промежуток времени, протекший от начала некоторого тропического года, например 1950,0, и тогда говорят, что координаты отнесены к экватору и равноденствию 1950,0. (Началом тропического года является момент, когда средняя долгота Солнца равна 280°, и это начало следует тщательно отличать от начала календарного года. Например, момент 1950,0 равен 1950, январь, 0,923 эфемеридного времени.)

3. Прецессия. Мгновенные скорости изменения прямого восхождения и склонения любого тела за тропическое столетие, обусловленного прецессией, даются формулами вида

$$p_\alpha = m + n \sin\alpha \operatorname{tg}\delta, \qquad p_\delta = n\cos\alpha, \tag{1}$$

где α и δ — мгновенные прямое восхождение и склонение, отнесенные к среднему равноденствию и экватору даты, а значения m и n, принятые по общему соглашению, равны

$$\begin{aligned} m &= 4608'',50 + 2'',79T = \\ &= 307^s,233 + 0^s,186T, \\ n &= 2004'',68 - 0'',85T, \end{aligned} \tag{2}$$

где T отсчитывается в тропических столетиях от эпохи 1900,0.

Полное изменение прямого восхождения и склонения любого тела, вызванное прецессией, между двумя любыми датами t_0 и t_1, дается посредством формул

$$\Delta\alpha = \int_{t_0}^{t_1} p_\alpha\,dT, \qquad \Delta\delta = \int_{t_0}^{t_1} p_\delta\,dT. \tag{3}$$

Уравнения (3) нельзя проинтегрировать аналитически, так как p_α и p_δ являются функциями от α и δ. Их можно было бы решить численным интегрированием, описанным в гл. IV, но это было бы довольно трудоемким процессом; легче действовать по методу последовательных приближений, если $t_1 - t_0$ около столетия и тело не расположено в пределах нескольких градусов от полюса.

Обычно достаточно определить численные значения m и n для момента $T = \frac{1}{2}(t_1 + t_0)$ и затем подставить их в следующие приближенные уравнения:

$$\Delta\alpha = (t_1 - t_0)(m + n\sin\alpha_0 \operatorname{tg}\delta_0), \qquad \Delta\delta = (t_1 - t_0)\,n\cos\alpha_0, \tag{4}$$

где α_0 и δ_0 — значения α и δ для момента t_0. Первое приближение равно

$$\alpha_1 = \alpha_0 + \Delta\alpha, \qquad \delta_1 = \delta_0 + \Delta\delta. \tag{5}$$

Теперь необходимо перевычислить выражения (4), используя α_1 и δ_1 вместо α_0 и δ_0. Новые значения $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ будут очень мало отличаться от первого приближения, и обычно можно принять среднее из этих двух результатов.

На практике обычно представляется возможным избежать всех этих вычислений, кроме небольшого интегрирования, используя специальные таблицы в «The American Ephemeris» или в «The British Astronomical Ephemeris».

4. Нутация. Влияние нутации на прямое восхождение и склонение тела, если только это тело не находится в пределах нескольких градусов от полюса, можно вычислить по формулам

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= (\cos\varepsilon + \sin\varepsilon\sin\alpha\operatorname{tg}\delta)\,\Delta\psi - \cos\alpha\operatorname{tg}\delta\,\Delta\varepsilon,\\ \Delta\delta &= \sin\varepsilon\cos\alpha\,\Delta\psi + \sin\alpha\,\Delta\varepsilon,\end{aligned} \tag{6}$$

где α и δ — прямое восхождение и склонение этого тела, ε — наклонность эклиптики, а $\Delta\psi$ и $\Delta\varepsilon$ — нутация в долготе и нутация в наклонности, приводимые в «The American Ephemeris» для каждого дня года. Уравнения (6) не являются точными, будучи выведенными из дифференциальных соотношений между элементами некоторого сферического треугольника. Величины $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ не могут превосходить 20″ по дуге большого круга, и, следовательно, этих уравнений достаточно, чтобы получить эти величины с точностью до 0″,01, если только $\operatorname{tg}\delta$ не очень велик. В силу малости $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ значения тригонометрических функций требуются только с точностью до трех или четырех значащих цифр, и, следовательно, нет необходимости строго определять α, δ и ε; можно использовать либо видимые значения, либо значения для начала тропического года, в котором произведены наблюдения.

На практике прямые восхождения и склонения исключительно редко относятся к среднему равноденствию и экватору даты. Наблюдатели на меридианных кругах обычно публикуют видимые положения, тогда как наблюдатели, применяющие микрометрические и фотографические методы, обычно публикуют положения, отнесенные к среднему равноденствию и экватору начала тропического года наблюдения (иногда используется стандартное равноденствие и экватор, например 1900,0 или 1950,0). Поэтому выгодно объединить уравнения (6) с редукцией за прецессию в течение доли года; тогда любая дополнительная редукция за прецессию производится для целого числа тропических лет.

Если обозначить протекшую часть тропического года через τ, то уравнения (4) для прецессии примут следующий вид:

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= \tau(m + n\sin\alpha\operatorname{tg}\delta),\\ \Delta\delta &= \tau n\cos\alpha,\end{aligned} \tag{7}$$

в которых отброшены нижние индексы у α и δ. Объединенная редукция за прецессию и нутацию получается сложением уравнений (6) с уравнениями (7). Получающиеся выражения можно упростить путем некоторого преобразования.

Определим две величины p и λ посредством следующих уравнений:

$$\begin{aligned}p\cos\varepsilon - \lambda &= m,\\ p\sin\varepsilon &= n.\end{aligned} \tag{8}$$

Тогда, если мы положим для краткости

$$F = \cos\varepsilon + \sin\varepsilon\sin\alpha\operatorname{tg}\delta,$$

то из (8) легко видеть, что

$$m + n\sin\alpha\operatorname{tg}\delta = pF - \lambda,$$

откуда

$$F = \frac{m + n\sin\alpha\operatorname{tg}\delta}{p} + \frac{\lambda}{p}.$$

Тогда сумму уравнений (6) и (7) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= \left(\tau + \frac{\Delta\psi}{p}\right)(m + n\sin\alpha\operatorname{tg}\delta) + \lambda\frac{\Delta\psi}{p} - \Delta\varepsilon\cos\alpha\operatorname{tg}\delta,\\ \Delta\delta &= \left(\tau + \frac{\Delta\psi}{p}\right)n\cos\alpha + \Delta\varepsilon\sin\alpha.\end{aligned} \tag{9}$$

Если мы положим

$$\begin{aligned} A &= \tau + \frac{\Delta\psi}{p}, & a &= m + n\sin\alpha\operatorname{tg}\delta,\\ & & b &= \cos\alpha\operatorname{tg}\delta,\\ B &= -\Delta\varepsilon, & a' &= n\cos\alpha,\\ E &= \lambda\frac{\Delta\psi}{p}, & b' &= -\sin\alpha,\end{aligned}$$

то уравнения (9) примут вид

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= Aa + Bb + E,\\ \Delta\delta &= Aa' + Bb'.\end{aligned} \tag{10}$$

Величины A, B, E можно получить из «The American Ephemeris» или «The British Nautical Almanac», тогда как a, b, a', b' можно вычислить по приближенному положению тела.

Принято выражать значения $\Delta\alpha$ в секундах времени, деля a, b и E на 15.

Удобно объединить редукцию за прецессию и нутацию за время, прошедшее от начала года, с редукцией за годичную аберрацию, складывая уравнения (10) с уравнениями (21) из гл. VI. Если прибавить полученные величины к астрометрическому месту для начала года, то сумма даст видимое место. Наоборот, их можно вычесть из видимого места и получить астрометрическое место для начала тропического года. Во всех обычных случаях величины a, b, c, d, a'; b', c', d' можно вычислить, используя либо астрометрическое место, либо видимое место объекта.

5. Геоцентрический параллакс. Горизонтальный параллакс любого небесного тела в некоторый момент времени определяется как угол с вершиной в центре этого тела, опирающийся на экваториальный радиус Земли. Горизонтальный параллакс почти равен видимому вертикальному смещению небесного тела (светила) относительно фона звезд в тот момент, когда это светило восходит или заходит. Постоянная параллакса Солнца равна углу, под которым с расстояния в одну астрономическую единицу виден экваториальный радиус Земли, а ее значение принято равным 8",80. Следовательно, если обозначить геоцентрическое расстояние любого тела, выраженное в астрономических единицах, через r, то горизонтальный параллакс дается формулой

$$\sin\pi = \frac{\sin 8'',80}{r}. \tag{11}$$

Если тело не находится очень близко от Земли, то формулу (11) можно заменить следующей более простой формулой:

$$\pi = 8'',80/r.$$

Погрешность при этом приближении меньше 0",01, если r больше 0,007 а. е.

Когда тело наблюдается в меридиане, как это всегда имеет место при наблюдениях с меридианным кругом, а иногда и при фотографических наблюдениях, то параллактическое смещение имеется только в склонении, прямое восхождение не подвержено его влиянию. Поправка, которую необходимо придать к наблюденному склонению, чтобы получить истинное склонение, равна

$$\Delta\delta = \varrho\pi \sin(\varphi' - \delta),$$

где ϱ означает радиус Земли на широте наблюдателя, выраженный в единицах экваториального радиуса, а φ' — геоцентрическая широта.

Если тело наблюдается вне меридиана, то поправки к наблюденным прямому восхождению и склонению равны

$$\Delta\alpha = \frac{\varrho\pi \cos\varphi' \sin h}{\cos\delta}, \qquad \Delta\delta = \frac{\varrho\pi \sin\varphi' \sin(\gamma - \delta)}{\sin\gamma}, \tag{12}$$

где

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{\operatorname{tg}\varphi'}{\cos h}$$

и h — часовой угол. Часовой угол определяется по местному звездному времени θ при помощи формулы

$$h = \theta - \alpha.$$

Формулы (12) достаточно для исправления любого наблюдения за параллакс, если только тело не находится очень близко от Земли. Однако необходимость их применения возникает редко. Большинством наблюдателей принято публиковать вместе с наблюдениями так называемые параллактические множители. Эти множители могут иметь одну из двух форм. Они могут быть компонентами по прямому восхождению и склонению, соответствующими расстоянию в 1 а. е., и в этом случае их необходимо разделить только на фактическое расстояние, или же они могут быть компонентами, соответствующими параллаксу в $1''$, и в этом случае их необходимо умножить на истинный горизонтальный параллакс.

Прибавление поправок за параллакс к наблюденным координатам объекта даст такие значения координат, которые получились бы в том случае, если бы наблюдения производились из центра Земли, и, следовательно, этот путь действий является удобным, если наблюдения необходимо сравнить с геоцентрической эфемеридой. Однако часто бывает так, что в распоряжении нет точной эфемериды, и тогда наблюдения можно сравнить с теоретическими положениями, вычисленными специально для этой цели. В таких случаях вместо исправления наблюдений за параллакс выгодно отнести вычисленные положения к месту наблюдателя, используя топоцентрические координаты.

Пусть x, y, z — вычисленные экваториальные прямоугольные гелиоцентрические координаты наблюденного объекта в момент времени, когда свет покинул его, предшествующий моменту наблюдения; пусть X, Y, Z — геоцентрические координаты Солнца в момент наблюдения, отнесенные к тем же осям; и пусть $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{z}$ — топоцентрические координаты центра Земли. Тогда вычисленные расстояние, прямое восхождение и склонение, пригодные для непосредственного сравнения с наблюдениями, даются следующими формулами:

$$\begin{aligned} \rho\cos\delta\cos\alpha &= x + X + \boldsymbol{x}, \\ \rho\cos\delta\sin\alpha &= y + Y + \boldsymbol{y}, \\ \rho\sin\delta &= z + Z + \boldsymbol{z}. \end{aligned} \qquad (13)$$

Координаты $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$, $\boldsymbol{z}$ являются функциями широты наблюдателя и местного звездного времени, определяемыми в единицах седьмого десятичного знака следующими формулами:

$$A = 426{,}6\cos\varphi', \quad \boldsymbol{x} = -A\cos\theta, \quad \boldsymbol{y} = -A\sin\theta, \quad \boldsymbol{z} = -426{,}6\sin\varphi'.$$

Звездное время θ, отнесенное к равноденствию 1950,0, можно найти в радианной мере по формуле

$$\theta = 0{,}79115 + 1{,}0027\,37803\,(\mathrm{J.\ D.} - 243\,0000{,}0) - \lambda,$$

где λ есть долгота наблюдателя, отсчитываемая к западу.

6. Практические указания. Главы VI и VII содержат все принципы, необходимые для сравнения теории с наблюдениями. Процедура для случаев, наиболее часто встречающихся на практике, может быть описана следующим образом.

Случай 1. Наблюденное место — видимое топоцентрическое, вычисляемое — видимое геоцентрическое. Исправить наблюденное место за параллакс при помощи (12) или применяя параллактические множители.

Случай 2. Наблюденное место — видимое топоцентрическое, вычисляемое — астрографическое топоцентрическое. Освободить наблюденное место от звездной годичной аберрации, от нутации и от прецессии с начала текущего года, т. е. вычесть результаты, получаемые по формулам (10) и уравнениям (21) главы VI. Затем привести наблюденное место к тому же равноденствию и экватору, что и вычисленное место при помощи выражений (4) и (5) или посредством специальных таблиц. Освободить наблюденное место от эллиптического члена аберрации, прибавляя результаты, получаемые из уравнения (22) гл. VI.

Случай 3. Наблюденное место — астрометрическое топоцентрическое, вычисляемое — астрографическое топоцентрическое. Привести наблюдение к тому же равноденствию и экватору, что и для вычисленного места, и прибавить результаты уравнения (22) гл. VI.

Случай 4. Наблюденное место — астрометрическое топоцентрическое, вычисляемое — астрометрическое геоцентрическое. Привести наблюдение к тому же равноденствию и экватору, что и для вычисленного места, и исправить наблюдение за параллакс по формулам (12) или при помощи параллактических множителей.

Замечания. Литература

Исправление астрономических наблюдений за влияние прецессии, собственного движения, нутации, аберрации и параллакса принадлежит к предмету сферической астрономии, лишь самый краткий очерк которого мог быть здесь приведен. Ценным пособием по этому вопросу является двухтомное руководство Шовене (W. Chauvenet, Manual of Spherical and Practical Astronomy, Lippincott, Philadelphia, 1855), переизданное в 1960 г. Возможно, еще более ценным является книга Ньюкома по сферической астрономии (S. Newcomb, A Compendium of Spherical Astronomy, Macmillan, New York, 1906). Самой современной книгой по этому вопросу является «Сферическая астрономия» Смарта (Cambridge Univ. Press, London and New York, 1944), переизданная в 1960 г.