Глава I

ЗВЕЗДНЫЕ ФОТОСФЕРЫ

Фотосферой звезды называется слои, от которого доходит до наблюдателя излучение в непрерывном спектре. Выше фотосферы расположена атмосфера звезды, дающая линейчатый спектр. Разумеется, между фотосферой и атмосферой нет резкой границы, но все же спектральные линии возникают в среднем в более высоких слоях, чем непрерывный спектр. Под фотосферой находятся недоступные для наблюдений звездные недра. Мы увидим дальше, что для подавляющего большинства звезд фотосфера является сравнительно тонкой, т. е. толщина фотосферы гораздо меньше радиуса звезды.

Свечение фотосферы и определяет собой блеск звезды (отсюда и произошло название «фотосфера» — сфера света). Однако в самой фотосфере энергия не вырабатывается. Источники энергии находятся в более глубоких слоях звезды, а через фотосферу энергия лишь переносится наружу.

Уже в первых исследованиях по теории фотосфер было установлено, что перенос энергии в фотосфере осуществляется в основном лучеиспусканием. Перенос энергии теплопроводностью не играет существенной роли вследствие малости коэффициента теплопроводности газов. Перенос энергии конвекцией может иметь значение лишь для отдельных мест в фотосфере.

Изучение переноса лучистой энергии через фотосферу — основная задача теории фотосфер. Решение этой задачи связано с выяснением строения фотосферы, т. е. с нахождением зависимости плотности, температуры и других физических величин от глубины.

Одним из наиболее важных результатов теории фотосфер должно быть получение распределения энергии в непрерывном спектре звезды. Путем сравнения теоретического и наблюденного распределения энергии в звездном спектре можно сделать проверку правильности предположений, положенных в основу теории.

Последовательное развитие теории звездных фотосфер и атмосфер отражено в книгах Э. Милна [1], С. Росселанда [2], В. А. Амбарцумяна [3].

§ 1. Лучистое равновесие звездной фотосферы

1. Поле излучения. Поскольку наша ближайшая задача состоит в анализе поля излучения в фотосфере, то прежде всего мы должны ввести величины, характеризующие поле излучения.

Основной из таких величин является интенсивность излучения. Эта величина определяется так. Возьмем в данном месте пространства элементарную площадку, перпендикулярную к направлению излучения. Если величина площадки есть $d\sigma$, а излучение падает в интервале частот от ν до $\nu+d\nu$ в телесном угле $d\omega$ за время dt, то количество лучистой энергии dE_ν, падающее на площадку, будет пропорционально $d\sigma\, d\nu\, d\omega\, dt$, т. е. будет равно

$$dE_\nu = I_\nu\, d\sigma\, d\nu\, d\omega\, dt. \tag{1.1}$$

Коэффициент пропорциональности, входящий в эту формулу, и называется интенсивностью излучения. Можно сказать, что интенсивность излучения есть количество лучистой энергии, падающее в единичном интервале частот за единицу времени в единичном телесном угле на единичную площадку, расположенную перпендикулярно к направлению излучения. Вообще говоря, интенсивность излучения зависит от координат данной точки, от направления излучения и от частоты ν. Если интенсивность излучения задана, то легко могут быть определены и другие величины, характеризующие поле излучения. Одной из них является плотность излучения ρ_ν, представляющая собой количество лучистой энергии в единичном интервале частот, находящееся в единице объема.

Чтобы выразить ρ_ν через I_ν, поступим следующим образом. Допустим сначала, что излучение интенсивности I_ν падает на площадку $d\sigma$ перпендикулярно к ней в интервале частот от ν до $\nu+d\nu$ за время dt внутри малого телесного угла $\Delta\omega$. Тогда количество лучистой энергии, падающее на площадку, будет равно $I_\nu\, d\sigma\, d\nu\, dt\, \Delta\omega$. Очевидно, что эта энергия займет объем $d\sigma\, c\, dt$, где c — скорость света. Поэтому количество лучистой энергии, приходящееся на единицу объема, будет равно $I_\nu\, d\nu\, \Delta\omega/c$. С другой стороны, та же величина по определению равна $\rho_\nu\, d\nu$. Следовательно, в рассматриваемом случае

$$\rho_\nu = I_\nu \frac{\Delta\omega}{c}. \tag{1.2}$$

В общем же случае, когда на данный объем падает излучение со всех сторон, плотность излучения ρ_ν выразится формулой

$$\rho_\nu = \frac{1}{c}\int I_\nu\, d\omega, \tag{1.3}$$

где интегрирование производится по всем телесным углам.

Через интенсивность излучения легко также выразить поток излучения H_ν, представляющий собой количество лучистой энергии, протекающей во всех направлениях через единичную площадку в единичном интервале частот за единицу времени. Чтобы сделать это, рассмотрим сначала излучение, проходящее через площадку $d\sigma$ в направлении, составляющем угол ϑ с ее внешней нормалью

(рис. 1). В данном случае площадь элементарной площадки, перпендикулярной к направлению излучения, равна $d\sigma \cos\vartheta$. Поэтому количество лучистой энергии, протекающее через площадку $d\sigma$ под углом ϑ к нормали внутри телесного угла $d\omega$ за время dt в интервале частот от ν до $\nu+d\nu$, будет равно $I_\nu\, d\sigma \cos\vartheta\, d\nu\, dt\, d\omega$. Если мы проинтегрируем это выражение по всем направлениям, то получим величину, которая, по определению, равна $H_\nu\, d\sigma\, dt\, d\nu$. Следовательно,

$$H_\nu = \int I_\nu \cos\vartheta\, d\omega. \qquad (1.4)$$

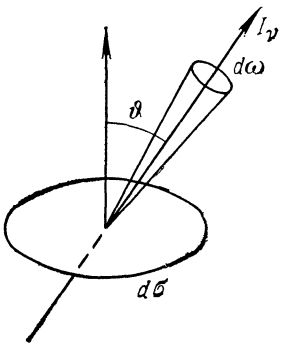

Рис 1.

В сферической системе координат с полярной осью, направленной по внешней нормали к площадке $d\sigma$, элемент телесного угла равен $d\omega = \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi$, где φ — азимут направления излучения. Поэтому выражение для потока излучения может быть переписано в виде

$$H_\nu = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} I_\nu \cos\vartheta \sin\vartheta\, d\vartheta. \qquad (1.5)$$

Так как $\cos\vartheta < 0$ при $\vartheta > \pi/2$, то из формулы (1.5) следует, что поток излучения H_ν является разностью двух положительных величин:

$$H_\nu = \mathscr{E}_\nu - \mathscr{E}'_\nu, \qquad (1.6)$$

где

$$\mathscr{E}_\nu = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} I_\nu \cos\vartheta \sin\vartheta\, d\vartheta \qquad (1.7)$$

и

$$\mathscr{E}'_\nu = -\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\pi/2}^{\pi} I_\nu \cos\vartheta \sin\vartheta\, d\vartheta. \qquad (1.8)$$

Величина $\mathscr{E}_\nu$ представляет собой освещенность площадки с одной стороны, а величина $\mathscr{E}'_\nu$ — освещенность площадки с другой стороны. Таким образом, поток излучения через какую-либо площадку есть разность освещенностей этой площадки.

Отметим важное свойство интенсивности излучения: в пустом пространстве (т. е. при отсутствии в нем поглощения и испускания лучистой энергии) интенсивность излучения не меняется вдоль луча.

Для доказательства этого свойства возьмем на луче две элементарные площадки, расположенные перпендикулярно к лучу на расстоянии s друг от друга. Пусть $d\sigma$ и $d\sigma'$ — площади этих площадок,

а $d\omega$ и $d\omega'$ — телесные углы, под которыми с одной площадки видна другая. Рассматривая лучистую энергию, проходящую через обе площадки, мы можем написать: $I_\nu d\sigma\, d\omega = I'_\nu\, d\sigma'\, d\omega'$, где I_ν и I'_ν — интенсивность излучения, падающего на одну и другую площадку соответственно. Но $d\omega = s^2\, d\sigma'$ и $d\omega' = s^2\, d\sigma$. Поэтому, как и утверждалось, имеем $I_\nu = I'_\nu$.

Из сказанного, в частности, следует, что интенсивность солнечного излучения на расстоянии от Солнца до Земли такая же, как и при выходе его из Солнца. Очевидно, однако, что плотность и поток излучения убывают по мере удаления от Солнца.

2. Уравнение переноса излучения. Выше уже было сказано, что в пустом пространстве интенсивность излучения не меняется вдоль луча. Теперь мы допустим, что пространство заполнено средой, способной поглощать и испускать лучистую энергию. В таком случае интенсивность излучения будет меняться вдоль луча, и мы сейчас выведем уравнение, описывающее это изменение. Однако предварительно введем в рассмотрение величины, характеризующие поглощательную и испускательную способность среды.

Пусть на площадку $d\sigma$, расположенную перпендикулярно к направлению излучения, падает излучение интенсивности I_ν внутри телесного угла $d\omega$ в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$ в течение времени dt. Количество энергии, падающее на площадку, будет равно $I_\nu\, d\sigma\, d\omega\, d\nu\, dt$. Если среда способна поглощать излучение, то на пути ds из указанного количества энергии будет поглощена некоторая доля, пропорциональная ds. Мы обозначим эту долю через $\alpha_\nu\, ds$. Таким образом, количество поглощенной энергии на пути ds будет равно

$$\alpha_\nu\, ds\, I_\nu\, d\sigma\, d\omega\, d\nu\, dt. \tag{1.9}$$

Величина α_ν называется коэффициентом поглощения. Так как доля поглощенной энергии $\alpha_\nu\, ds$ есть величина безразмерная, то коэффициент поглощения α_ν имеет размерность, обратную длине. Заметим, что коэффициент поглощения зависит от частоты излучения и координат данной точки, но не зависит от направления излучения (в изотропной среде).

Если среда способна также излучать энергию, то количество энергии, излученное объемом dV внутри телесного угла $d\omega$ в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$ в течение времени dt, будет пропорционально $dV\, d\omega\, d\nu\, dt$. Мы обозначим это количество энергии через

$$\varepsilon_\nu\, dV\, d\omega\, d\nu\, dt \tag{1.10}$$

и назовем величину ε_ν коэффициентом излучения. Следовательно, коэффициент излучения есть количество энергии, излучаемое единичным объемом в единичном телесном угле в единичном интервале частот за единицу времени. Коэффициент излучения зависит от частоты ν, от координат данной точки и, вообще говоря, от направления излучения.

Считая величины α_ν и ε_ν заданными, найдем, как меняется интенсивность излучения вдоль луча. При этом будем предполагать, что поле излучения стационарно, т. е. не меняется с течением времени.

Возьмем элементарный цилиндр, ось которого направлена по данному лучу. Пусть площадь основания цилиндра равна $d\sigma$, а высота равна ds (причем высота мала по сравнению с линейными размерами основания). Рассмотрим излучение, входящее в цилиндр и выходящее из него внутри телесного угла $d\omega$ в интервале частот от ν до $\nu+d\nu$ за время dt. Если интенсивность излучения, входящего в цилиндр, есть I_ν, то количество входящей в цилиндр энергии будет равно

$$I_\nu\, d\sigma\, d\omega\, d\nu\, dt.$$

Обозначим интенсивность выходящего из цилиндра излучения через $I_\nu+dI_\nu$. Тогда количество выходящей из цилиндра энергии будет равно

$$(I_\nu+dI_\nu)\, d\sigma\, d\omega\, d\nu\, dt.$$

Разница между указанными количествами энергии возникает как за счет поглощения энергии в цилиндре, так и за счет испускания энергии цилиндром. Количество энергии, поглощаемой в цилиндре, определяется выражением (1.9). Что же касается энергии, испускаемой цилиндром, то она будет дана выражением (1.10), если мы положим в нем $dV=d\sigma\, ds$. Таким образом, получаем

$$(I_\nu+dI_\nu)\, d\sigma\, d\omega\, d\nu\, dt = \\ = I_\nu\, d\sigma\, d\omega\, d\nu\, dt - \alpha_\nu\, ds\, I_\nu\, d\sigma\, d\omega\, d\nu\, dt + \varepsilon_\nu\, d\sigma\, ds\, d\omega\, d\nu\, dt,$$

или, после необходимых сокращений,

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu. \tag{1.11}$$

Это и есть искомое уравнение, определяющее изменение интенсивности излучения при прохождении его через поглощающую и излучающую среду. Оно называется уравнением переноса излучения.

В частном случае, когда в среде происходит поглощение лучистой энергии, но нет испускания (т. е. $\alpha_\nu\neq0$, а $\varepsilon_\nu=0$), вместо уравнения (1.11) имеем

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu I_\nu. \tag{1.12}$$

Интегрирование этого уравнения дает

$$I_\nu(s) = I_\nu(0)\, e^{-\int\limits_0^s \alpha_\nu(s')\, ds'} \tag{1.13}$$

где $I_\nu(0)$ — интенсивность излучения при $s=0$ (например, интенсивность излучения, входящего в среду).

Безразмерная величина

$$\int_0^s \alpha_\nu(s')\,ds'$$

называется оптическим расстоянием между двумя точками. При прохождении излучением единичного оптического расстояния интенсивность излучения уменьшается в e раз.

В общем случае (т. е. при $\alpha_\nu \neq 0$ и $\varepsilon_\nu \neq 0$), решая уравнение (1.11) относительно I_ν, получаем

$$I_\nu(s) = I_\nu(0)\,e^{-\int_0^s \alpha_\nu(s')\,ds'} + \int_0^s \varepsilon_\nu(s')\,e^{-\int_{s'}^s \alpha_\nu(s'')\,ds''}\,ds'. \quad (1.14)$$

Соотношение (1.14) может быть названо уравнением переноса излучения в интегральной форме.

Мы видим, что в общем случае интенсивность излучения состоит из двух частей. Первая часть представляет собой интенсивность первоначального излучения (в точке $s=0$), ослабленного вследствие поглощения на пути от 0 до s. Вторая часть есть интенсивность излучения, обусловленного испусканием лучистой энергии на пути от 0 до s и соответствующим ослаблением его вследствие поглощения на пути от места испускания s' до рассматриваемого места s.

3. Уравнение лучистого равновесия. Полученное выше уравнение переноса излучения (1.11) позволяет находить интенсивность излучения I_ν, если известны коэффициент излучения ε_ν и коэффициент поглощения α_ν. Однако обычно в задачах о переносе излучения коэффициент излучения ε_ν не является заданным, а зависит от количества лучистой энергии, поглощенной в элементарном объеме, т. е. от величин α_ν и I_ν. Чтобы найти эту зависимость, надо рассмотреть энергетические процессы, происходящие в элементарном объеме данной среды.

Указанные процессы специфичны для каждой задачи. Мы сейчас рассмотрим энергетические процессы, происходящие в элементарном объеме звездной фотосферы.

Как уже было сказано во введении к этой главе, в фотосфере нет источников энергии и вырабатываемая внутри звезды энергия переносится через фотосферу лучеиспусканием. Поэтому излучение каждого элементарного объема фотосферы происходит за счет поглощаемой им лучистой энергии. Предполагая стационарность фотосферы, мы можем сказать, что каждый элементарный объем фотосферы излучает столько энергии, сколько он поглощает. Такое состояние фотосферы называется состоянием лучистого равновесия.

Разумеется, в состоянии лучистого равновесия находятся лишь фотосферы тех звезд, которые не претерпевают быстрых изменений с течением времени. Как известно, они составляют огромное большинство звезд. Именно об этих звездах и будет идти речь в настоящей главе. Звезды с быстро меняющимися блеском и спектром (например, новые звезды) будут рассмотрены позднее (см. гл. VI).

Дадим математическую формулировку условия лучистого равновесия. Для этого найдем количество лучистой энергии, поглощаемое элементарным объемом, и количество энергии, излучаемое этим объемом.

Возьмем элементарный объем с площадью основания $d\sigma$ и высотой dr. Пусть на этот объем падает излучение интенсивности I_ν внутри телесного угла $d\omega$ в направлении, образующем угол ϑ с нормалью к основанию. Количество энергии, падающее на объем в интервале частот от ν до $\nu+d\nu$ за время dt, будет равно $I_\nu d\sigma \cos\vartheta\, d\omega\, d\nu\, dt$. Так как путь, проходимый излучением в объеме, равен $dr \sec\vartheta$, то из общего количества падающей на объем энергии будет поглощаться в нем доля $\alpha_\nu dr \sec\vartheta$. Следовательно, количество поглощенной энергии будет равно

$$d\sigma\, dr\, dt \alpha_\nu I_\nu\, d\nu\, d\omega.$$

Чтобы получить полное количество поглощенной объемом энергии, надо проинтегрировать это выражение по всем частотам и по всем направлениям. В результате находим, что полное количество поглощенной объемом энергии дается выражением

$$d\sigma\, dr\, dt \int_0^\infty \alpha_\nu\, d\nu \int I_\nu\, d\omega. \tag{1.15}$$

На основании (1.10) количество энергии, излучаемое объемом $d\sigma\, dr$ внутри телесного угла $d\omega$ в интервале частот от ν до $\nu+d\nu$ за время dt, будет равно

$$\varepsilon_\nu\, d\sigma\, dr\, d\omega\, d\nu\, dt.$$

Так как энергия в непрерывном спектре излучается элементарным объемом с одинаковой вероятностью во все стороны, то для полного количества энергии, излучаемого этим объемом, получаем выражение

$$4\pi\, d\sigma\, dr\, dt \int_0^\infty \varepsilon_\nu\, d\nu. \tag{1.16}$$

Приравнивая друг к другу выражения (1.15) и (1.16), находим

$$4\pi \int_0^\infty \varepsilon_\nu\, d\nu = \int_0^\infty \alpha_\nu\, d\nu \int I_\nu\, d\omega. \tag{1.17}$$

Уравнение (1.17) называется уравнением лучистого равновесия.

Уравнение переноса излучения (1.11) и уравнение лучистого равновесия (1.17) принадлежат к числу основных уравнений теории звездных фотосфер.

4. Геометрическая модель фотосферы. Уравнение (1.11) представляет собой самую общую форму уравнения переноса излучения. В конкретных случаях вид уравнения переноса излучения определяется принятой системой координат, а также тем, от каких аргументов зависит интенсивность излучения.

Мы можем считать, что звезда обладает сферической симметрией. В этом случае интенсивность излучения I_ν зависит от двух аргументов: от расстояния r от центра звезды и от угла ϑ между направлением излучения и направлением радиуса-вектора. В данном случае мы имеем:

$$\frac{dI_\nu}{ds}=\frac{\partial I_\nu}{\partial r}\frac{dr}{ds}+\frac{\partial I_\nu}{\partial \vartheta}\frac{d\vartheta}{ds} \tag{1.18}$$

и

$$\frac{dr}{ds}=\cos\vartheta, \qquad \frac{d\vartheta}{ds}=-\frac{\sin\vartheta}{r}. \tag{1.19}$$

Поэтому уравнение переноса излучения в случае сферически-симметричной фотосферы принимает вид

$$\cos\vartheta\frac{\partial I_\nu}{\partial r}-\frac{\sin\vartheta}{r}\frac{\partial I_\nu}{\partial \vartheta}=-\alpha_\nu I_\nu+\varepsilon_\nu. \tag{1.20}$$

В рассматриваемом случае уравнение лучистого равновесия (1.17) может быть заменено другим, более простым уравнением, имеющим тот же физический смысл. Проинтегрировав уравнение (1.20) по всем частотам и по всем направлениям, получаем

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\int_0^\infty H_\nu d\nu\right)=-\int_0^\infty \alpha_\nu d\nu\int I_\nu\, d\omega+4\pi\int_0^\infty \varepsilon_\nu\, d\nu. \tag{1.21}$$

Из (1.21) видно, что если выполняется уравнение (1.17), то должно выполняться и уравнение

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\int_0^\infty H_\nu\, d\nu\right)=0. \tag{1.22}$$

Из (1.22) следует

$$\int_0^\infty H_\nu\, d\nu=\frac{C}{r^2}, \tag{1.23}$$

где C — некоторая постоянная, определяемая источниками энергии звезды.

Таким образом, полный поток излучения (т. е. поток излучения, проинтегрированный по всему спектру) в сферически-симметричной фотосфере обратно пропорционален квадрату расстояния от центра звезды. Соотношение (1.23), как и уравнение (1.17), является следствием отсутствия источников и стоков энергии в фотосфере.

Как уже говорилось, почти все звезды обладают фотосферами, толщина которых очень мала по сравнению с радиусом звезды. Для этих звезд уравнения (1.20) и (1.23) могут быть сильно упрощены. Этого нельзя сделать лишь для звезд особых типов (например, для звезд типа Вольфа — Райе).

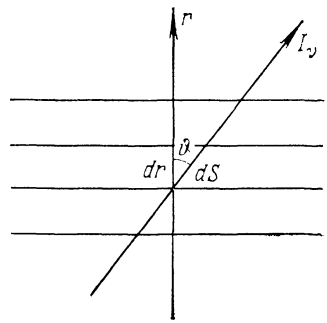

Рис. 2

Если толщина фотосферы гораздо меньше радиуса звезды, то фотосферные слои могут считаться не сферическими, а плоскопараллельными (рис. 2). В этом случае угол ϑ не меняется вдоль луча и вместо уравнения (1.20) получаем

$$\cos\vartheta\frac{dI_\nu}{dr}=-\alpha_\nu I_\nu+\varepsilon_\nu. \tag{1.24}$$

Так как расстояние r от центра звезды меняется в фотосфере в очень небольших пределах, то вместо уравнения (1.23) имеем

$$\int_0^\infty H_\nu\,d\nu=\text{const}. \tag{1.25}$$

Таким образом, при рассмотрении поля излучения в фотосферах «обычных» звезд следует пользоваться уравнениями (1.24) и (1.17) или уравнениями (1.24) и (1.25).

§ 2. Теория фотосфер при коэффициенте поглощения, не зависящем от частоты

1. Основные уравнения. Первоначально в теории фотосфер делалось предположение о независимости коэффициента поглощения от частоты, ведущее к существенному упрощению теории. В дальнейшем, однако, было установлено, что это предположение является весьма грубым. Тем не менее теория фотосфер при коэффициенте поглощения, не зависящем от частоты, продолжает сохранять свое значение, так как она может рассматриваться как первое приближение к более строгой теории.

Считая, что коэффициент поглощения не зависит от частоты (т. е. $\alpha_\nu=\alpha$), вместо уравнения переноса излучения (1.24) и уравнения