

Таким образом, полный поток излучения (т. е. поток излучения, проинтегрированный по всему спектру) в сферически-симметричной фотосфере обратно пропорционален квадрату расстояния от центра звезды. Соотношение (1.23), как и уравнение (1.17), является следствием отсутствия источников и стоков энергии в фотосфере.

Как уже говорилось, почти все звезды обладают фотосферами, толщина которых очень мала по сравнению с радиусом звезды. Для этих звезд уравнения (1.20) и (1.23) могут быть сильно упрощены. Этого нельзя сделать лишь для звезд особых типов (например, для звезд типа Вольфа — Райе).

Если толщина фотосферы гораздо меньше радиуса звезды, то фотосферные слои могут считаться не сферическими, а плоскопараллельными (рис. 2). В этом случае угол ϑ не меняется вдоль луча и вместо уравнения (1.20) получаем

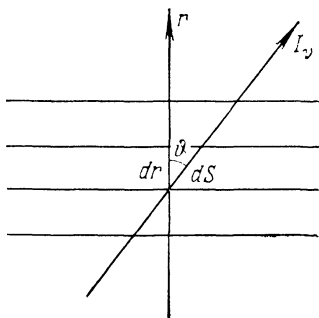


Рис. 2

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{dr} = -\alpha_v I_v + \epsilon_v. \tag{1.24}$$

Так как расстояние r от центра звезды меняется в фотосфере в очень небольших пределах, то вместо уравнения (1.23) имеем

$$\int_0^{\infty} H_v dv = \text{const}. \tag{1.25}$$

Таким образом, при рассмотрении поля излучения в фотосферах «обычных» звезд следует пользоваться уравнениями (1.24) и (1.17) или уравнениями (1.24) и (1.25).

§ 2. Теория фотосфер при коэффициенте поглощения, не зависящем от частоты

1. Основные уравнения. Первоначально в теории фотосфер делалось предположение о независимости коэффициента поглощения от частоты, ведущее к существенному упрощению теории. В дальнейшем, однако, было установлено, что это предположение является весьма грубым. Тем не менее теория фотосфер при коэффициенте поглощения, не зависящем от частоты, продолжает сохранять свое значение, так как она может рассматриваться как первое приближение к более строгой теории.

Считая, что коэффициент поглощения не зависит от частоты (т. е. $\alpha_v = \alpha$), вместо уравнения переноса излучения (1.24) и уравнения

лучистого равновесия (1.17) получаем

$$\cos \vartheta \frac{dI_{\nu}}{dr} = -\alpha I_{\nu} + \epsilon_{\nu}, \quad (2.1)$$

$$4\pi \int_0^{\infty} \epsilon_{\nu} dv = \alpha \int_0^{\infty} I_{\nu} dv. \quad (2.2)$$

Введем обозначения

$$\int_0^{\infty} I_{\nu} dv = I, \quad \int_0^{\infty} \epsilon_{\nu} dv = \epsilon. \quad (2.3)$$

Величину I можно назвать полной интенсивностью излучения, а величину ϵ — полным коэффициентом излучения.

Проинтегрировав уравнение (2.1) по всем частотам, находим

$$\cos \vartheta \frac{dI}{dr} = -\alpha I + \epsilon, \quad (2.4)$$

а уравнение (2.2) переписывается в виде

$$4\pi\epsilon = \alpha \int I d\omega. \quad (2.5)$$

При исследовании переноса излучения в любой среде целесообразно переходить от геометрических расстояний к оптическим расстояниям. В данном случае удобно ввести оптическую глубину τ , определяемую формулой

$$\tau = \int_r^{\infty} \alpha dr. \quad (2.6)$$

Положим также

$$\epsilon = \alpha S. \quad (2.7)$$

Тогда уравнения (2.4) и (2.5) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \cos \vartheta \frac{dI}{d\tau} &= I - S, \\ S &= \int I \frac{d\omega}{4\pi}. \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

Таким образом, мы получили два уравнения для определения двух неизвестных функций I и S .

В системе уравнений (2.8) величина I является функцией от τ и ϑ , а величина S — функцией от τ . Учитывая, что $d\omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$, и производя интегрирование по φ в пределах от 0 до 2π , вместо (2.8) получаем

$$\left. \begin{aligned} \cos \vartheta \frac{dI(\tau, \vartheta)}{d\tau} &= I(\tau, \vartheta) - S(\tau), \\ S(\tau) &= \frac{1}{2} \int_0^{\pi} I(\tau, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta. \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

К системе уравнений (2.9) необходимо добавить еще граничное условие. Оно выражает тот факт, что нет излучения, падающего на звезду извне, т. е.

$$I(0, \vartheta) = 0 \quad \text{при} \quad \vartheta > \frac{\pi}{2}. \quad (2.10)$$

Кроме того, для получения вполне определенного решения системы уравнений (2.9) при граничном условии (2.10) следует задать еще полный поток излучения в фотосфере, равный

$$H = \frac{L}{4\pi R^2}, \quad (2.11)$$

где L — светимость звезды (т. е. полное количество энергии, излучаемое звездой за 1 с) и R — радиус звезды.

Системы уравнений типа (2.9) весьма часто встречаются в астрофизике. С такими же уравнениями приходится иметь дело и в геофизике (при изучении рассеяния света в земной атмосфере и в водных бассейнах). К аналогичным уравнениям приводят и некоторые проблемы физики (например, проблема диффузии нейтронов). Поэтому системы уравнений типа (2.9) были предметом многочисленных исследований и для их решения предложен ряд методов (см. [4] и [5]).

Ниже излагаются некоторые из этих методов, представляющих наибольший интерес для астрофизики.

2. Приближенное решение уравнений. Для решения системы уравнений (2.9) были предложены приближенные методы, основанные на усреднении интенсивности излучения по направлениям. Первый из этих методов принадлежит Шварцшильду и Шустеру, второй — Эддингтону. Мы сейчас решим систему уравнений (2.9) при помощи каждого из указанных методов.

Метод Шварцшильда — Шустера. Обозначим через $I_1(\tau)$ среднюю интенсивность излучения, идущего снизу вверх, и через $I_2(\tau)$ — среднюю интенсивность излучения, идущего сверху вниз. Эти величины равны

$$I_1(\tau) = \int_0^{\pi/2} I(\tau, \vartheta) \sin \vartheta \, d\vartheta, \quad I_2(\tau) = \int_{\pi/2}^{\pi} I(\tau, \vartheta) \sin \vartheta \, d\vartheta. \quad (2.12)$$

Умножая первое из уравнений (2.9) на $\sin \vartheta \, d\vartheta$ и интегрируя в пределах от 0 до $\pi/2$, получаем

$$\frac{d}{d\tau} \int_0^{\pi/2} I(\tau, \vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta \, d\vartheta = I_1(\tau) - S(\tau). \quad (2.13)$$

Интеграл в левой части этого уравнения приближенно представим в виде

$$\int_0^{\pi/2} I(\tau, \vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = \frac{1}{2} I_1(\tau), \quad (2.14)$$

т. е. вынесем за знак интеграла среднее значение $\cos \vartheta$ в верхней полусфере, равное $\frac{1}{2}$. Тогда вместо (2.13) будем иметь

$$\frac{1}{2} \frac{dI_1(\tau)}{d\tau} = I_1(\tau) - S(\tau). \quad (2.15)$$

Умножая первое из уравнений (2.9) на $\sin \vartheta d\vartheta$ и интегрируя в пределах от $\pi/2$ до π , аналогично находим

$$-\frac{1}{2} \frac{dI_2(\tau)}{d\tau} = I_2(\tau) - S(\tau). \quad (2.16)$$

Второе из уравнений (2.9) при помощи величин $I_1(\tau)$ и $I_2(\tau)$ переписывается так:

$$S(\tau) = \frac{1}{2} [I_1(\tau) + I_2(\tau)]. \quad (2.17)$$

Таким образом, от системы уравнений (2.9) мы приближенно перешли к системе уравнений (2.15)—(2.17), которая решается весьма просто.

Складывая почленно уравнения (2.15) и (2.16) и пользуясь (2.17), находим

$$I_1(\tau) - I_2(\tau) = F, \quad (2.18)$$

где F — произвольная постоянная. Вычитая (2.16) из (2.15) и учитывая (2.18), получаем

$$I_1(\tau) + I_2(\tau) = 2F\tau + C, \quad (2.19)$$

где C — новая постоянная.

Для определения постоянных F и C обратимся прежде всего к граничному условию (2.10). В данном случае оно означает, что $I_2(0) = 0$. Находя из (2.18) и (2.19) величину $I_2(0)$ и пользуясь этим условием, имеем

$$C = F. \quad (2.20)$$

Что касается постоянной F , то она выражается через полный поток излучения H , который постоянен в фотосфере и дается формулой (2.11). По определению, полный поток излучения равен

$$H = 2\pi \int_0^{\pi} I(\tau, \vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta. \quad (2.21)$$

В принятом приближении

$$H = 2\pi \left[\frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} I(\tau, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta - \frac{1}{2} \int_{\pi/2}^{\pi} I(\tau, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta \right] = \pi [I_1(\tau) - I_2(\tau)]. \quad (2.22)$$

Сравнивая (2.22) с (2.18), получаем

$$H = \pi F. \quad (2.23)$$

Подстановка (2.19) и (2.20) в (2.17) дает одну из искомых функций:

$$S(\tau) = F \left(\tau + \frac{1}{2} \right). \quad (2.24)$$

Другая искомая функция $I(\tau, \vartheta)$ легко выражается через $S(\tau)$ при помощи первого из уравнений (2.9).

Метод Эддингтона. Умножим первое из уравнений (2.9) на $2\pi \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta$ и проинтегрируем от 0 до π . Пользуясь формулой (2.21), получаем

$$2\pi \frac{d}{d\tau} \int_0^{\pi} I(\tau, \vartheta) \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = H. \quad (2.25)$$

Вынесем за знак интеграла среднее значение $\cos^2 \vartheta$ на сфере, равное $\frac{1}{3}$, т. е. приближенно положим

$$\int_0^{\pi} I(\tau, \vartheta) \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = \frac{1}{3} \int_0^{\pi} I(\tau, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta. \quad (2.26)$$

Тогда вместо (2.25) при учете второго из уравнений (2.9) находим

$$\frac{4\pi}{3} \frac{dS(\tau)}{d\tau} = H. \quad (2.27)$$

Так как полный поток излучения постоянен в фотосфере, то из (2.27) следует

$$S(\tau) = \frac{3}{4\pi} H\tau + C, \quad (2.28)$$

где C — произвольная постоянная.

Для нахождения C напишем выражение для величин $S(\tau)$ и H при $\tau=0$. Принимая во внимание граничное условие (2.10), находим

$$S(0) = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} I(0, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta, \quad (2.29)$$

а также приближенно

$$H = \pi \int_0^{\pi/2} I(0, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta. \quad (2.30)$$

Поэтому имеем

$$S(0) = H/2\pi. \quad (2.31)$$

При условии (2.31) для постоянной C получаем

$$C = H/2\pi. \quad (2.32)$$

Подстановка (2.32) в (2.28) дает

$$S(\tau) = F\left(\frac{3}{4}\tau + \frac{1}{2}\right), \quad (2.33)$$

где, как и раньше, использовано обозначение (2.23).

Мы видим, что выражение (2.33) для функции $S(\tau)$ не сильно отличается от выражения (2.24), полученного предыдущим методом.

3. Применение квадратурных формул. Изложенные выше приближенные методы нашли довольно широкое применение в астрофизике. Однако точность результатов, получаемых этими методами, сравнительно невелика. Поэтому получил распространение другой приближенный метод, основанный на замене интегрального члена уравнения лучистого равновесия суммой Гаусса для численных квадратур. Уравнение переноса излучения пишется при этом для тех значений $\cos \vartheta$, которые являются точками деления интервала в квадратурной формуле. Это позволяет свести задачу к системе линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Преимущество этого метода состоит в том, что можно повышать точность результатов, увеличивая число членов квадратурной формулы. Однако и при небольшом числе членов этой формулы получаются удовлетворительные результаты благодаря высокой точности замены интеграла суммой Гаусса.

Указанный метод был подробно разработан Чандрасекаром [4]. Мы сейчас применим этот метод к решению системы уравнений (2.9).

Предварительно перепишем эту систему в виде одного уравнения:

$$\mu \frac{dI(\tau, \mu)}{d\tau} = I(\tau, \mu) - \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu') d\mu', \quad (2.34)$$

где обозначено $\mu = \cos \vartheta$.

Представим интегральный член уравнения (2.34) в виде суммы согласно квадратурной формуле Гаусса:

$$\int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu) d\mu = \sum_{j=-n}^n a_j I(\tau, \mu_j). \quad (2.35)$$

Здесь $\mu_{-n}, \dots, \mu_{-1}, \mu_1, \dots, \mu_n$ суть корни полинома Лежандра $P_{2n}(\mu)$ и a_j — некоторые весовые множители ($a_{-j} = a_j$). Представление (2.35) тем точнее, чем больше n .

В n -м приближении уравнение (2.34) заменяется системой линейных дифференциальных уравнений порядка $2n$:

$$\mu_i \frac{dI_i}{d\tau} = I_i - \frac{1}{2} \sum_j a_j I_j \quad (i = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n), \quad (2.36)$$

где для краткости $I(\tau, \mu_i)$ обозначено через I_i .

Произвольные постоянные, входящие в общее решение этой системы, определяются из следующих условий: 1) отсутствует излучение, падающее на фотосферу извне, т. е. $I_{-i} = 0$ при $\tau = 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$); 2) не может быть членов, экспоненциально возрастающих с τ , 3) задан поток излучения $H = \pi F$.

После нахождения величин I_i из уравнений (2.36) основная искомая функция $S(\tau)$ определяется по формуле

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \sum a_i I_i. \quad (2.37)$$

Найдем в виде примера функцию $S(\tau)$ в первом приближении. В данном случае $\mu_1 = -\mu_{-1} = 1/\sqrt{3}$, $a_1 = -a_{-1} = 1$. Поэтому вместо (2.36) получаем

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{dI_1}{d\tau} &= I_1 - \frac{1}{2} (I_1 + I_{-1}), \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{dI_{-1}}{d\tau} &= I_{-1} - \frac{1}{2} (I_1 + I_{-1}). \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

Система уравнений (2.38) должна быть решена при условиях, что $I_{-1} = 0$ при $\tau = 0$ и

$$\frac{2}{\sqrt{3}} (I_1 - I_{-1}) = F. \quad (2.39)$$

Находя I_1 и I_{-1} из (2.38) при указанных условиях, для искомой функции $S(\tau)$ получаем

$$S(\tau) = \frac{3}{4} F \left(\tau + \frac{1}{\sqrt{3}} \right). \quad (2.40)$$

Как мы увидим дальше, выражение (2.40) для функции $S(\tau)$ оказывается более точным, чем полученные ранее выражения (2.24) и (2.33). Увеличив число членов в квадратурной формуле (2.35), можно получить еще более точные выражения для $S(\tau)$.

4. Интегральное уравнение Милна. Из системы уравнений (2.9) можно получить одно интегральное уравнение для определения функции $S(\tau)$. Для этого надо решить первое из уравнений (2.9) относительно $I(\tau, \vartheta)$ и подставить найденное выражение $I(\tau, \vartheta)$ через $S(\tau)$ во второе из этих уравнений. Такой путь решения задачи представляется наиболее естественным, так как мы получаем одно уравнение для определения функции, зависящей только от одного аргумента.

Общее решение первого из уравнений (2.9) имеет вид

$$I(\tau, \vartheta) = I(\tau_*, \vartheta) e^{-(\tau_* - \tau) \sec \vartheta} + \int_{\tau}^{\tau_*} e^{-(\tau' - \tau) \sec \vartheta} S(\tau') \sec \vartheta d\tau'. \quad (2.41)$$

Оно представляет собой уравнение переноса излучения в интегральной форме [сравните с уравнением (1.14)].

Уравнение (2.41) следует рассматривать отдельно для двух случаев: для излучения, идущего снизу вверх, и для излучения, идущего сверху вниз.

В первом случае, полагая $\tau_* = \infty$ и считая, что интенсивность излучения не возрастает экспоненциально с ростом τ , получаем

$$I(\tau, \vartheta) = \int_{\tau}^{\infty} e^{-(\tau' - \tau) \sec \vartheta} S(\tau') \sec \vartheta d\tau' \quad \left(\vartheta < \frac{\pi}{2} \right). \quad (2.42)$$

Во втором случае, полагая $\tau_* = 0$ и принимая во внимание граничное условие (2.10), находим

$$I(\tau, \vartheta) = - \int_0^{\tau} e^{-(\tau' - \tau) \sec \vartheta} S(\tau') \sec \vartheta d\tau' \quad \left(\vartheta > \frac{\pi}{2} \right). \quad (2.43)$$

Теперь мы должны подставить выражения (2.42) и (2.43) во второе из уравнений (2.9). Делая эту подстановку и меняя порядок интегрирования, имеем

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int_{\tau}^{\infty} S(\tau') d\tau' \int_0^{\pi/2} e^{-(\tau' - \tau) \sec \vartheta} \sec \vartheta \sin \vartheta d\vartheta - \\ - \frac{1}{2} \int_0^{\tau} S(\tau') d\tau' \int_{\pi/2}^{\pi} e^{-(\tau' - \tau) \sec \vartheta} \sec \vartheta \sin \vartheta d\vartheta. \quad (2.44)$$

Положим $\sec \vartheta = x$ в первом интеграле и $-\sec \vartheta = x$ во втором. Учитывая, что $\sec \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = dx/x$, вместо предыдущего уравнения получаем

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int_{\tau}^{\infty} S(\tau') d\tau' \int_1^{\infty} e^{-(\tau' - \tau)x} \frac{dx}{x} + \frac{1}{2} \int_0^{\tau} S(\tau') d\tau' \int_1^{\infty} e^{-(\tau - \tau')x} \frac{dx}{x}. \quad (2.45)$$

Так как показатели в обеих экспонентах могут быть представлены в виде $|\tau - \tau'| x$, то (2.45) короче записывается так:

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} S(\tau') d\tau' \int_1^{\infty} e^{-|\tau - \tau'| x} \frac{dx}{x}. \quad (2.46)$$

Ядро интегрального уравнения (2.46) есть интегральная показательная функция, определяемая формулой

$$E_1\tau = \int_1^{\infty} e^{-\tau x} \frac{dx}{x}. \quad (2.47)$$

Заметим, что функция $E_1\tau$ при $\tau=0$ имеет логарифмическую особенность, а при $\tau \rightarrow \infty$ стремится к нулю как $e^{-\tau}$.

С помощью (2.47) интегральное уравнение для определения функции $S(\tau)$ окончательно записывается в виде

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} E_1|\tau - \tau'| S(\tau') d\tau'. \quad (2.48)$$

Это интегральное уравнение называется уравнением Милна.

Уравнение (2.48) определяет функцию $S(\tau)$ с точностью до произвольного множителя, который находится из того условия, что задан поток излучения $H = \pi F$.

Выразим поток излучения через функцию $S(\tau)$. Для этого надо подставить в формулу (2.21) выражения (2.42) и (2.43). Выполняя такие же преобразования, как и при получении уравнения (2.48), находим

$$F = 2 \int_{\tau}^{\infty} S(\tau') E_2(\tau' - \tau) d\tau' - 2 \int_0^{\tau} S(\tau') E_2(\tau - \tau') d\tau', \quad (2.49)$$

где $E_2\tau$ — вторая из интегральных показательных функций, определяемых равенством

$$E_n\tau = \int_1^{\infty} e^{-\tau x} \frac{dx}{x^n}. \quad (2.50)$$

Интегральное уравнение Милна рассматривалось многими авторами. Наиболее полное исследование принадлежит Хопфу, который нашел, что точное решение этого уравнения имеет вид

$$S(\tau) = \frac{3}{4} F [\tau + q(\tau)], \quad (2.51)$$

где $q(\tau)$ — функция, монотонно изменяющаяся в небольших пределах между

$$q(0) = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,58 \quad \text{и} \quad q(\infty) = 0,71.$$

Представляет интерес сравнение приближенных выражений для $S(\tau)$, полученных выше при помощи методов Шварцшильда — Шустера, Эддингтона и Чандрасекара (в первом приближении), с точной формулой (2.51). Эти приближенные выражения даются соот-

ответственно формулами (2.24), (2.33) и (2.40). Мы видим, что наибольшей точностью обладает формула (2.40). Значения функции $S(\tau)$, найденные по этой формуле при $\tau=0$ и при больших τ , а именно

$$S(0) = \frac{\sqrt{3}}{4} F \quad (2.52)$$

и

$$S(\tau) = \frac{3}{4} F\tau \quad \text{при } \tau \gg 1, \quad (2.53)$$

совпадают с точными значениями $S(\tau)$. Формула (2.33) дает точные значения функции $S(\tau)$ лишь при $\tau \gg 1$. Значения $S(\tau)$, полученные по формуле (2.24), отличаются от точных значений как при $\tau=0$, так и при $\tau \gg 1$.

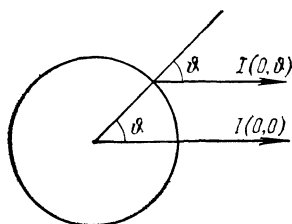


Рис. 3

5. Распределение яркости по диску звезды. Знание функции $S(\tau)$ позволяет определить интенсивность излучения на любой оптической глубине. В частности, мы можем найти интенсивность излучения, выходящего из звезды, т. е. величину $I(0, \vartheta)$. Очевидно, что интенсивность излучения, выходящего из фотосферы под углом

ϑ к нормали, представляет собой яркость диска звезды на угловом расстоянии ϑ от центра диска (рис. 3). Поэтому величиной $I(0, \vartheta)$ дается распределение яркости по диску звезды.

Чтобы найти величину $I(0, \vartheta)$, надо в формуле (2.42), дающей интенсивность излучения, идущего снизу вверх (т. е. при $\vartheta < \pi/2$), положить $\tau=0$. Делая это и заменяя переменную интегрирования τ' на τ , находим

$$I(0, \vartheta) = \int_0^{\infty} S(\tau) e^{-\tau \sec \vartheta} \sec \vartheta d\tau. \quad (2.54)$$

Выше были получены различные приближенные формулы для функции $S(\tau)$. Посмотрим, к какому распределению яркости по диску звезды приводит каждая из этих формул.

Пользуясь для функции $S(\tau)$ формулами (2.24), (2.33) и (2.40), полученными в приближениях Шварцшильда — Шустера, Эддингтона и в первом приближении Чандрасекара, соответственно находим

$$I(0, \vartheta) = F \left(\frac{1}{2} + \cos \vartheta \right), \quad (2.55)$$

$$I(0, \vartheta) = F \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cos \vartheta \right) \quad (2.56)$$

и

$$I(0, \vartheta) = F \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3}{4} \cos \vartheta \right). \quad (2.57)$$

Для отношения яркости в центре диска к яркости на краю, т. е. для величины $I(0, 0)/I(0, \pi/2)$, эти формулы соответственно дают: 3, 2,5 и 2,7. Как мы увидим ниже, точное значение этой величины равно 2,9.

Таким образом, яркость в центре диска значительно больше яркости на краю. Объясняется это тем, что в центре диска излучение выходит в среднем из более глубоких слоев, чем на краю.

Приведенный выше теоретический закон распределения яркости по диску звезды в общем подтверждается наблюдательными данными. Эти данные получены в основном при изучении Солнца, так как дисков других звезд мы не видим. Некоторые сведения о потемнении диска звезды при переходе от центра к краю дает также анализ кривых изменения блеска затменных переменных. В этом случае одна звезда периодически закрывает другую и по свечению оставшейся не закрытой части диска звезды можно судить о распределении яркости по диску.

Подчеркнем, что в этом параграфе речь шла о полных (т. е. проинтегрированных по всему спектру) яркостях. Наблюдения же дают не только распределение по диску звезды полной яркости, но и распределение яркости в различных длинах волн. Вопрос о законе потемнения диска звезды при переходе от центра к краю в различных длинах волн будет рассмотрен ниже.

§ 3. Точное решение основных уравнений

1. Уравнение для резольвенты. Приведенное выше интегральное уравнение Милна представляет собой частный случай уравнений, довольно часто встречающихся в астрофизике. Все эти уравнения имеют ядра, зависящие от абсолютного значения разности двух аргументов. Для решения таких уравнений был предложен сравнительно простой метод, который мы сейчас и изложим (см. [5]). Затем этот метод будет использован для получения точного решения задачи о переносе излучения через фотосферу звезды. В дальнейшем тем же методом будут решены другие астрофизические задачи (об образовании линий поглощения в звездных спектрах, о рассеянии света в атмосферах планет и т. д.).

Рассмотрим интегральное уравнение

$$S(\tau) = \int_0^{\infty} K(|\tau - \tau'|) S(\tau') d\tau' + g(\tau), \quad (3.1)$$

определяющее функцию $S(\tau)$ (не совпадающую, вообще говоря, с введенной ранее функцией $S(\tau)$, но имеющую аналогичный физический смысл). Здесь $K(|\tau - \tau'|)$ — ядро уравнения и $g(\tau)$ — функция, характеризующая распределение источников излучения в среде. Функции $K(\tau)$ и $g(\tau)$ являются заданными и для разных задач различными (с примерами мы познакомимся позднее).