

Здесь для простоты мы положили $g_{iv}=1$ и $g_v=1$. Меняя порядок интегрирования и суммирования и производя интегрирование, находим

$$\int_0^\infty \alpha_v B_v(T) dv = n_e n^+ \frac{2^4 \pi^2 e^6 k T}{3 \sqrt[3]{3} \operatorname{ch}(2\pi m k T)^{3/2}} \frac{2h}{c^2} \frac{kT}{h} \left[1 + 2,4 \frac{\chi_1}{kT} \right]. \quad (5.32)$$

Кроме того, имеем

$$\int_0^\infty B_v(T) dv = \frac{2h}{c^2} \left(\frac{kT}{h} \right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2h}{c^2} \left(\frac{kT}{h} \right)^4 \frac{\pi^4}{15}. \quad (5.33)$$

Подстановка (5.32) и (5.33) в формулу (5.27) дает

$$\bar{\alpha} = \frac{40}{\pi^4 \sqrt[3]{3}} \frac{e^6 h^4}{mc (2\pi m)^{3/2}} \chi_1 \left[1 + 2,4 \frac{\chi_1}{kT} \right] \frac{n_e n^+}{(kT)^{7/2}}. \quad (5.34)$$

Формулу (5.34) мы получили для атома водорода, но она справедлива без изменений и для водородоподобных ионов (так как атомный номер Z входит в χ_1). Приближенно формула (5.34) справедлива и для других атомов.

Напомним, что первый член в квадратных скобках формулы (5.34) соответствует свободно-свободным переходам, а второй член — связанно-свободным переходам. В случае поглощения излучения водородными атомами первый член преобладает при температурах, больших 400 000 К, а второй член — при температурах, меньших 400 000 К (так как для водорода $\chi_1/k=157 200$).

Считая, что водородные атомы полностью ионизованы (а значит, $n_e=n^+ \sim \rho$), в двух указанных случаях из формулы (5.34) получаем

$$\bar{\alpha} \approx \frac{\rho^2}{T^{7/2}} \quad (5.35)$$

(при сравнительно высоких температурах) и

$$\bar{\alpha} \approx \frac{\rho^2}{T^{9/2}} \quad (5.36)$$

(при сравнительно низких температурах). Формулы (5.35) и (5.36) довольно часто применяются в астрофизике.

§ 6. Теория фотосфер при коэффициенте поглощения, зависящем от частоты

1. Приближенная теория. Самый простой путь для построения приближенной теории фотосфер при коэффициенте поглощения, зависящем от частоты, состоит в использовании результатов изложенной выше теории фотосфер при предположении о независи-

ности коэффициента поглощения от частоты. С этой целью в теорию фотосфер вводится средний коэффициент поглощения $\bar{\alpha}$. Как было показано в предыдущем параграфе, его можно определить так, что сохраняется такая же зависимость температуры T от оптической глубины τ , как и в случае, когда коэффициент поглощения не зависит от частоты. Поэтому сохраняются и полученные ранее выводы о строении звездной фотосферы, т. е. об изменении в ней плотности и температуры с геометрической глубиной (в соответствующих формулах § 4 надо лишь заменить α на $\bar{\alpha}$).

Однако для определения поля излучения в фотосфере для разных частот необходимо, чтобы в теории фигурировал коэффициент поглощения α_v или соответствующая ему оптическая глубина τ_v . Для нас особенный интерес представляет интенсивность излучения, выходящего из звезды. Как было показано ранее, она определяется формулой (4.30), справедливой при любой зависимости τ_v от v . Мы будем считать, что входящая в эту формулу температура T при помощи формулы (5.26) выражается через оптическую глубину τ , соответствующую среднему коэффициенту поглощения. Поэтому для вычисления по формуле (4.30) надо выразить и τ_v через τ . Мы приближенно примем, что $\alpha_v/\bar{\alpha}$ не меняется в фотосфере. Тогда получаем

$$\tau_v = \int_r^\infty \alpha_v dr = \frac{\alpha_v}{\bar{\alpha}} \int_r^\infty \bar{\alpha} dr = \frac{\alpha_v}{\bar{\alpha}} \tau. \quad (6.1)$$

На самом деле величина $\alpha_v/\bar{\alpha}$ зависит от глубины в фотосфере. Очевидно, что для вычисления интенсивности излучения, выходящего из звезды, для величины $\alpha_v/\bar{\alpha}$ надо брать ее значение в поверхностных слоях фотосферы (точнее говоря, в тех слоях, в которых в среднем возникает непрерывный спектр).

Подставляя (6.1) в (4.30), для интенсивности излучения, выходящего из звезды под углом ϑ к радиусу-вектору в частоте v , получаем

$$I_v(0, \vartheta) = \int_0^\infty B_v(T) e^{-\frac{\alpha_v}{\bar{\alpha}} \tau \sec \vartheta} \sec \vartheta \frac{\alpha_v}{\bar{\alpha}} d\tau, \quad (6.2)$$

где $B_v(T)$ — планковская интенсивность при температуре T . Принимая во внимание (4.2) и (5.26), вместо (6.2) находим

$$I_v(0, \vartheta) = \frac{2hv^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{\alpha_v}{\bar{\alpha}} \tau \sec \vartheta}}{e^{\frac{hv}{kT_e} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right)^{-\frac{1}{4}}} - 1} \sec \vartheta \frac{\alpha_v}{\bar{\alpha}} d\tau. \quad (6.3)$$

В том же приближении (т. е. при $\alpha_v/\bar{\alpha} = \text{const}$) для потока излучения в частоте v на поверхности звезды имеем

$$H_v = \frac{4\pi h v^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{E_2 \left(\frac{\alpha_v}{\bar{\alpha}} \tau \right) \frac{\alpha_v}{\bar{\alpha}} d\tau}{e^{\frac{hv}{kT_e} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right)} - 1}. \quad (6.4)$$

Ранее полученные формулы (4.39) и (4.40) являются частными случаями формул (6.3) и (6.4) (при $\tau_v = \tau$).

Иногда при вычислении величины $I_v(0, \vartheta)$ по формуле (6.2) функцию $B_v(T)$ представляют в виде ряда, расположенного по степеням τ :

$$B_v(\tau) = B_v(T_0) (1 + \beta_v \tau + \dots), \quad (6.5)$$

в котором берут только два первых члена. Мы имеем

$$\beta_v = \frac{1}{B_v(T_0)} \left[\frac{dB_v}{dT} \frac{dT}{d\tau} \right]_{\tau=0} \quad (6.6)$$

или, на основании формул (4.2) и (5.26),

$$\beta_v = \frac{3}{8} \frac{hv}{kT_0} \frac{1}{1 - e^{-\frac{hv}{kT_0}}}. \quad (6.7)$$

Для величины $I_v(0, \vartheta)$ приближенно получаем

$$I_v(0, \vartheta) = B_v(T_0) \int_0^\infty (1 + \beta_v \tau) e^{-\frac{\alpha_v}{\bar{\alpha}} \tau \sec \vartheta} \frac{\alpha_v}{\bar{\alpha}} \sec \vartheta d\tau, \quad (6.8)$$

или, после интегрирования,

$$I_v(0, \vartheta) = B_v(T_0) \left(1 + \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_v} \beta_v \cos \vartheta \right). \quad (6.9)$$

Подставляя (6.9) в (4.35), для потока излучения находим

$$H_v = \pi B_v(T_0) \left(1 + \frac{2}{3} \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_v} \beta_v \right). \quad (6.10)$$

Формулы (6.9) и (6.10) являются довольно грубыми, однако из них ясно видно, как отношение $\alpha_v/\bar{\alpha}$ влияет на величины $I_v(0, \vartheta)$ и H_v . Легко понять, что это влияние объясняется ростом температуры с глубиной. Чем меньше отношение $\alpha_v/\bar{\alpha}$, тем из более глубоких слоев фотосферы до нас доходит излучение и тем, следовательно, величины $I_v(0, \vartheta)$ и H_v оказываются больше.

Как известно, величиной $I_v(0, \vartheta)$ дается распределение яркости по диску звезды. Из формулы (6.9) следует, что в частотах, для

которых коэффициент поглощения α_v , очень велик, яркость диска везде приблизительно одинакова; в частотах же, для которых коэффициент поглощения очень мал, яркость сильно убывает при переходе от центра к краю. Рассмотрим для примера звезды, в фотосферах которых поглощение вызывается в основном атомами водорода (т. е. звезды классов А и В, как увидим дальше). Из формулы (5.11) видно, что коэффициент поглощения α_v сразу за пределом серии Бальмера в несколько раз больше, чем до предела (так как за пределом $i_0=2$, а до предела $i_0=3$). Поэтому распределение яркости по диску звезды в частотах после бальмеровского предела должно заметно отличаться от распределения яркости по диску в частотах до бальмеровского предела. Этот вывод может быть сопоставлен с результатами наблюдений затменных переменных звезд классов А и В.

Величина H_v характеризует относительное распределение энергии в непрерывном спектре звезды. Важной особенностью спектров звезд некоторых классов являются скачки интенсивности у пределов серий, вызванные скачками коэффициента поглощения. В частности, в спектрах звезд классов А и В должны быть скачки у предела серии Бальмера (интенсивность до предела больше интенсивности после предела). Приближенно бальмеровский скачок может быть найден по формуле (6.10). Более точные данные о бальмеровских скачках в звездных спектрах будут приведены ниже.

Пользуясь формулой (6.10) и наблюдательными данными о распределении энергии в непрерывном спектре звезды, можно приблизенно определить зависимость коэффициента поглощения от частоты в фотосфере (точнее говоря, величину $\alpha_v/\bar{\alpha}$). Такое определение было сделано для Солнца, когда еще не был решен вопрос о том, какими атомами вызывается в основном поглощение в фотосфере Солнца. Это исследование сильно способствовало решению указанного вопроса.

2. Случай поглощения атомами одного рода. Изложенная выше приближенная теория дает результаты, которые могут быть использованы лишь для грубых оценок. Переходя теперь к более строгой теории фотосфер, мы сначала рассмотрим один частный случай, в котором эта теория сравнительно проста. Именно, допустим, что поглощение в фотосфере вызывается в основном атомами одного рода, т. е. атомами одного элемента в определенной стадии ионизации. В этом случае объемный коэффициент поглощения может быть представлен в виде произведения двух функций, одна из которых зависит только от частоты и температуры, а другая — только от температуры и плотности, т. е.

$$\alpha_v = \Phi(v, T) \Psi(T, \rho). \quad (6.11)$$

Возможность такого представления видна, например, из формулы (5.11), определяющей коэффициент поглощения α_v для водорода.

Если α_v дается формулой (6.11), то уравнение переноса излучения может быть записано так:

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{d\xi} = \Phi(v, T) [I_v - B_v(T)], \quad (6.12)$$

где $B_v(T)$ — интенсивность излучения абсолютно черного тела при температуре T и

$$\xi = \int_r^{\infty} \Psi(T, \rho) dr. \quad (6.13)$$

Уравнение лучистого равновесия (1.17) в данном случае принимает вид

$$\int_0^{\infty} \Phi(v, T) B_v(T) dv = \int_0^{\infty} \Phi(v, T) dv \int I_v \frac{d\omega}{4\pi}. \quad (6.14)$$

Из уравнений (6.12) и (6.14) может быть получено одно интегральное уравнение для определения температуры T в виде функции от ζ . Если эта функция найдена, то из уравнения (6.12) можно определить интенсивность излучения $I_v(\zeta, \vartheta)$ и, в частности, интенсивность излучения на границе звезды, т. е. величину $I_v(0, \vartheta)$.

Введение независимой переменной ζ дает возможность избежать нахождения распределения плотности в фотосфере при определении спектра звезды. Если же нас интересует не только спектр звезды, но и величины T и ρ в зависимости от r , то, зная функцию $T(\zeta)$, их можно легко найти из уравнения (6.13) и уравнения механического равновесия (4.42).

Так как самым распространенным элементом в поверхностных слоях звезд является водород, то можно было бы думать, что поглощение излучения в фотосферах всех звезд вызывается в основном атомами водорода. В действительности дело обстоит не так. В фотосферах звезд поздних классов атомы водорода находятся почти полностью в первом состоянии, вследствие чего они поглощают излучение практически только за границей серии Лаймана. Между тем при низких температурах кривая распределения энергии по частотам имеет максимум в инфракрасной части спектра. Следовательно, в фотосферах звезд поздних классов поглощение излучения водородными атомами не может играть существенной роли.

Однако с увеличением температуры растет число атомов водорода в возбужденных состояниях. Вместе с тем происходит смещение максимума кривой распределения энергии по частотам в сторону больших частот. Поэтому с увеличением температуры роль атомов водорода в поглощении возрастает. Подсчеты показывают, что в фотосферах звезд классов А и В (точнее говоря, звезд с эффективными температурами порядка 10 000—20 000 К) поглощение произво-

дится в основном атомами водорода. В фотосферах более горячих звезд существенную роль в поглощении играют также атомы гелия.

Таким образом, для звезд с $T_e \approx 10\,000 - 20\,000$ К коэффициент поглощения обусловлен в основном водородом и может быть представлен в форме (6.11). Теория фотосфер этих звезд была разработана Э. Р. Мустелем [6]. Вместо рассмотрения упомянутого интегрального уравнения для функции $T(\zeta)$ он предложил определять ее последовательными приближениями из уравнения

$$\frac{dT}{d\zeta} = \frac{H}{4\pi \int_0^\infty \frac{1}{\Phi(v, T)} \frac{dK_v}{dT} dv}, \quad (6.15)$$

где

$$K_v = \int I_v \cos^2 \vartheta \frac{d\omega}{4\pi}. \quad (6.16)$$

Уравнение (6.15) получается из (6.12) путем умножения его на $\cos \vartheta / \Phi(v, T)$ и интегрирования по всем частотам и направлениям.

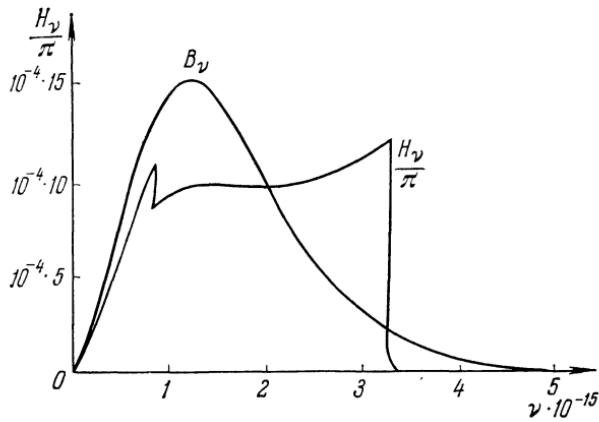


Рис. 8

Величина H есть полный поток излучения в фотосфере. Как мы знаем, $H = \text{const}$, что является следствием уравнения (6.14). При решении уравнения (6.15) в качестве первого приближения можно принять $K_v = B_v(T)$.

Э. Р. Мустель вычислил распределение энергии в непрерывном спектре звезд с эффективными температурами 10 500 К, 15 000 К и 20 000 К. Часть полученных им результатов приведена на рис. 8 и в табл. 1.

На рис. 8 представлена для примера теоретическая кривая распределения энергии в спектре звезды класса B5 ($T_e = 15\,000$ К). Вместе с ней дана планковская кривая, соответствующая той же температуре T_e (площади под кривыми одинаковы и равны $\sigma T_e^4 / \pi$).

Мы видим, что действительная кривая распределения энергии в спектре звезды весьма сильно отличается от планковской кривой. Особенно следует отметить большие скачки интенсивности у пределов серий. Такой же характер носят кривые распределения энергии в спектрах звезд рассматриваемых типов, полученные из наблюдений.

В таблице 1 приведены теоретические и наблюденные значения спектрофотометрической температуры T_c и бальмеровского скачка D . При этом через T'_c и T''_c обозначены значения T_c до бальмеровского предела (т. е. при $v < v_2$) и после него соответственно.

Напомним, что спектрофотометрической температурой характеризуется наклон кривой распределения энергии в данном месте спектра. Точнее говоря, она определяется из условия, что логарифмическая производная интенсивности спектра равна логарифмической производной планковской интенсивности при температуре T_c , т. е.

$$\frac{d}{dv} \lg H_v = \frac{d}{dv} \lg B_v(T_c). \quad (6.17)$$

Подставляя сюда выражение для $B_v(T)$, находим следующее уравнение для определения T_c :

$$\frac{d}{dv} \lg H_v = \frac{3}{v} - \frac{h}{kT_c} \frac{1}{1 - e^{-\frac{hv}{kT_c}}}. \quad (6.18)$$

Что же касается бальмеровского скачка, то он определяется формулой

$$D = \lg \frac{H_{v < v_2}}{H_{v > v_2}}. \quad (6.19)$$

Из таблицы 1 видно, что теория находится в хорошем согласии с наблюдениями. Это говорит прежде всего о том, что в фотосферах

Таблица 1

Спектрофотометрические температуры и бальмеровские скачки звезд ранних спектральных классов

Спектр, класс	A0	B5	B2
T_e	10 500 К	15 000 К	20 000 К
T'_c {теор.	19 000	21 000	23 000
{набл.	16 500	23 000	26 500
T''_c {теор.	10 500	15 000	19 000
{набл.	11 000	16 000	19 000
D {теор.	0,49	0,22	0,10
{набл.	0,47	0,24	0,11

рассматриваемых звезд главная роль в поглощении радиации принадлежит действительно атомам водорода.

3. Модели фотосфер. Как было выяснено выше, в том случае, когда коэффициент поглощения α_v представляется в виде (6.11), теория фотосфер сильно упрощается. В этом случае сначала можно рассчитать поле излучения в фотосфере, а затем определить структуру фотосферы. Однако обычно α_v не представляется в виде (6.11) (так как поглощение вызывается разными атомами), вследствие чего обе указанные задачи надо решать совместно. Для этого следует совместно решить ряд уравнений, уже полученных ранее. Мы сейчас приведем эти уравнения, являющиеся основными уравнениями теории фотосфер.

1) Уравнение переноса излучения:

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{dr} = -\alpha_v I_v + \epsilon_v. \quad (6.20)$$

2) Условие постоянства полного потока излучения (эквивалентное условию лучистого равновесия):

$$2\pi \int_0^{\infty} dv \int_0^{\pi} I_v \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = \sigma T_e^4. \quad (6.21)$$

3) Закон Кирхгофа — Планка, выражющий собой предположение о локальном термодинамическом равновесии:

$$\epsilon_v = \alpha_v \frac{2hv^3}{c^2} \frac{1}{e^{hv/kT} - 1}. \quad (6.22)$$

4) Уравнение механического равновесия фотосфера:

$$d(p_g + p_r) = -g\rho dr, \quad (6.23)$$

где

$$p_g = \frac{R_*}{\mu} \rho T, \quad p_r = \frac{1}{3} aT^4. \quad (6.24)$$

В приведенных уравнениях заданными величинами являются эффективная температура звезды T_e , ускорение силы тяжести на поверхности звезды g и химический состав фотосферы. Кроме того, надо считать заданным выражение для коэффициента поглощения α_v , который зависит от химического состава и от физических условий в фотосфере (т. е. от T и ρ).

В результате решения этих уравнений получается модель фотосферы, т. е. зависимость температуры T и плотности ρ от глубины, а также поле излучения в фотосфере. В частности, при этом определяется теоретический спектр звезды, который может быть сравнен с наблюдаемым спектром.

Основные уравнения теории фотосфер обычно решаются методом последовательных приближений. При этом при построении первого

приближения используется средний коэффициент поглощения $\bar{\alpha}$ и соответствующая ему оптическая глубина τ , и принимается, что температура T связана с τ так же, как и в случае независимости коэффициента поглощения от частоты. Иными словами, считается, что

$$T^4 = T_e^4 \frac{3}{4} [\tau + q(\tau)], \quad (6.25)$$

где

$$d\tau = -\bar{\alpha} dr = -\frac{1}{\chi_0} dr. \quad (6.26)$$

Из соотношений (6.23) и (6.26) мы также имеем

$$\frac{dp}{a\tau} = \frac{g}{\chi}, \quad (6.27)$$

где обозначено $p = p_g + p_r$. Так как величину $\bar{\chi}$ можно выразить через T и p , а температура T выражается через τ формулой (6.25), то интегрирование уравнения (6.27) позволяет получить p как функцию от τ . Зная зависимость T и p от τ , мы можем при помощи соотношения (6.26) перейти от оптической глубины τ к геометрической глубине $z = r_0 - r$, где r_0 — произвольное расстояние от центра звезды, принимаемое за нуль-пункт отсчета глубин.

Очень часто расчет моделей фотосфер заканчивается на первом приближении. Однако иногда делаются и последующие приближения, для выполнения которых был предложен ряд способов. С целью облегчения вычислений составлены таблицы значений коэффициента поглощения α_v и среднего коэффициента поглощения $\bar{\alpha}$ в зависимости от химического состава, плотности и температуры.

Ниже в виде примеров приводятся результаты расчета моделей фотосфер для звезд разных спектральных классов (подробнее см. [6] — [8]).

4. Горячие звезды. В фотосферах горячих звезд поглощение излучения производится в основном водородом и гелием. Как уже было установлено выше, в фотосферах звезд с эффективными температурами 10 000—20 000 К главная роль в поглощении принадлежит водороду. С увеличением же температуры растет роль в поглощении гелия. Как увидим дальше, число атомов гелия в фотосферах примерно лишь на порядок меньше числа атомов водорода. Однако в фотосферах холодных звезд роль гелия в поглощении ничтожна. Объясняется это так же, как и слабое поглощение атомами водорода при низких температурах. Разница состоит лишь в том, что энергия возбуждения гелия еще больше, чем энергия возбуждения водорода. Поэтому и поглощение атомами гелия начинает сказываться при еще более высоких температурах. При дальнейшем повышении температуры становится существенным и поглощение ионизованным гелием.

Вместе с тем в фотосферах горячих звезд важную роль в переносе излучения играет рассеяние света свободными электронами. Это

связано с сильной ионизацией атомов водорода и гелия при высоких температурах.

Модели фотосфер горячих звезд рассчитывались многими авторами. В табл. 2 приведены результаты Травинга, рассчитавшего модель фотосферы звезды 10 Ящерицы (спектральный класс O9 V, $T_e=37\,450$ К, $\lg g=4,45$). В последовательных столбцах таблицы даны: оптическая глубина τ , температура T , логарифм газового давления p_g , логарифм электронного давления p_e и геометрическая глубина z в километрах. Найденное на основе этой модели распре-

Таблица 2

Модель фотосферы звезды 10 Ящерицы

τ	T	$\lg p_g$	$\lg p_e$	z в км	τ	T	$\lg p_g$	$\lg p_e$	z в км
0	27 700	—	—	—	0,20	36 100	3,87	3,58	3520
0,01	29 000	2,78	2,48	0	0,40	38 700	4,09	3,81	4420
0,02	29 700	3,06	2,76	850	0,60	40 800	4,22	3,94	4970
0,04	30 800	3,31	3,01	1640	0,80	42 300	4,31	4,03	5390
0,06	31 900	3,46	3,16	2090	1,00	43 500	4,37	4,10	5730
0,08	32 800	3,56	3,26	2420	2,00	47 800	4,57	4,30	6840
0,10	33 500	3,64	3,34	2680	3,00	50 900	4,68	4,41	7580

деление энергии в непрерывном спектре звезды оказалось в хорошем согласии с наблюденным распределением (например, вычисленный бальмеровский скачок равен $D=0,044$, а наблюденный $D=0,047$).

Результаты других расчетов также подтверждаются наблюдательными данными о распределении энергии в видимой области спектра. В частности, для многих звезд класса В вычисленные и наблюденные непрерывные спектры удовлетворительно согласуются между собой во всем интервале от 3400 до 8000 Å.

Однако горячие звезды основную часть энергии излучают в ультрафиолетовой области спектра. Поэтому большое значение для проверки теории имеют спектрограммы звезд в ультрафиолетовой области, полученные при внеатмосферных наблюдениях. Изучение этих спектрограмм привело к заключению, что наблюдаемое распределение энергии в спектрах звезд класса В согласуется с теоретическим. В случае же звезд класса О обнаружились существенные расхождения, которые были в значительной мере устранены после уточнения модели (в основном за счет учета так называемого «покровного эффекта», т. е. поглощения в линиях). Еще лучшее согласие теории с наблюдениями достигается при отказе от предположения о локальном термодинамическом равновесии в фотосфере (см. ниже).

5. Холодные звезды. Сначала в виде примера холодной звезды рассмотрим Солнце. В непрерывном спектре Солнца не наблюдается

балльмеровский скачок. Уже одно это говорит о том, что главная роль в поглощении в фотосфере Солнца принадлежит не атомам водорода. Долгое время перед астрофизиками стояла важная задача — выяснить источник поглощения в солнечной фотосфере. Из наблюдений при помощи приближенной теории фотосфер была найдена зависимость коэффициентов поглощения от частоты, однако ни один из известных атомов не обладал такой поглощающей способностью. Наконец, в 1939 г. Вильд высказал правильную мысль: основным источником поглощения в фотосфере Солнца является отрицательный ион водорода.

Квантовомеханический расчет отрицательного иона водорода представил значительные трудности, однако они были преодолены Чандрасекаром (см. § 5). Вычисления показали, что коэффициент поглощения иона H^- примерно так же зависит от частоты, как и коэффициент поглощения в фотосфере Солнца, найденный указанным выше способом. В частности, отсутствие скачков в видимой области спектра Солнца объясняется отсутствием скачков коэффициента поглощения иона H^- .

Ранее уже отмечалось, что теория фотосфер при коэффициенте поглощения, не зависящем от частоты, дает неплохие результаты в применении к Солнцу. Это связано с тем, что коэффициент поглощения иона H^- сравнительно мало меняется в той области спектра, в которой излучение Солнца является наиболее сильным. Пользуясь последним обстоятельством, Чандрасекар для применения к Солнцу разработал специальную теорию фотосфер при коэффициенте поглощения, мало отличающемся от среднего. На основе этой теории были получены некоторые поправки к значениям температуры, найденные ранее для случая, когда коэффициент поглощения не зависит от частоты (см. [4]). Результаты расчета модели солнечной фотосферы, выполненные при использовании указанной теории, приведены в начале гл. III.

Переходя от Солнца к другим холодным звездам, мы можем сказать, что роль иона H^- является главной в образовании непрерывного спектра всех таких звезд (с эффективными температурами приблизительно меньше 8000 К). При более высоких температурах очень сильное поглощение производят атомы водорода, и оно преобладает над поглощением ионом H^- . К тому же при очень высоких температурах этих ионов мало, так как мало нейтральных атомов водорода, при встрече которых со свободными электронами и образуются ионы H^- . Наоборот, при низких температурах атомы водорода поглощают слабо и их роль в поглощении гораздо меньше роли ионов H^- . В фотосферах холодных звезд отрицательных ионов водорода довольно много, так как почти все атомы водорода находятся в нейтральном состоянии, а свободные электроны возникают при ионизации металлов.

В фотосферах очень холодных звезд (с температурами 2000—3000 К), кроме атомов, содержатся различные молекулы. Как вы-

ясились, при расчете моделей таких фотосфер надо учитывать поглощение отрицательными ионами H^- , H_2^- , He^- , поглощение в молекулярных полосах и рэлеевское рассеяние на атоме H и молекуле H_2 . Поэтому для вычисления полного коэффициента поглощения следует предварительно определить концентрации различных молекул и свободных электронов в зависимости от физических условий при принятом химическом составе. С этой целью должны быть решены уравнения диссоциации молекул и уравнения ионизации металлов, поставляющих свободные электроны. При расчете моделей фотосфер необходимо также принимать во внимание конвекцию. Вследствие сказанного расчеты моделей фотосфер холодных звезд довольно сложны. Поэтому результатов таких расчетов сравнительно немного (см. [8] и [9]).

6. Белые карлики. Особое место среди звезд занимают белые карлики — звезды с гораздо меньшей светимостью, чем звезды главной последовательности того же спектрального класса. Радиусы белых карликов очень малы — порядка 0,01 радиуса Солнца, однако их массы — порядка массы Солнца. Поэтому ускорение силы тяжести на поверхности белых карликов очень велико — в некоторых случаях оно доходит до 10^{10} см/с². Столь большие значения g приводят к ряду особенностей как в структуре фотосфер белых карликов, так и в распределении энергии в их спектрах.

В качестве примера расчетов моделей фотосфер белых карликов приведем результаты А. К. Колесова [10]. Наблюдения показывают, что в спектрах одних белых карликов (их большинство) присутствуют только линии водорода, а в спектрах других — только линии гелия. Соответственно этому при расчетах отдельно рассматривались чисто водородные и чисто гелиевые фотосфера. Расчеты были выполнены при поверхностных температурах T_0 , равных 12 000, 15 000 и 20 000 К (а для чисто гелиевых фотосфер и при $T_0=30 000$ К), и при значениях ускорения силы тяжести g , равных 10^6 , 10^8 и 10^{10} см/с². В табл. 3 содержатся результаты расчета для случая чисто водородной фотосферы при $T_0=15 000$ К и $g=10^8$ см/с².

В последнем столбце табл. 3 дана геометрическая глубина в километрах. Мы видим, что единичной оптической глубине соответствует геометрическая глубина порядка 0,4 км. Иными словами, такого порядка оказывается «толщина фотосферы» белых карликов, т. е. она чрезвычайно мала. У других звезд толщина фотосферы гораздо больше. Например, как следует из табл. 2, у звезды 10 Ящерицы она порядка 6000 км. Эта разница объясняется огромным ускорением силы тяжести на поверхности белого карлика, вследствие чего требуется большой градиент давления, чтобы уравновесить притяжение.

Большие давления в фотосферах белых карликов отражаются на их спектрах. При больших давлениях высокие дискретные уровни атомов не осуществляются вследствие влияния электрических полей ионов и свободных электронов (подробнее об этом эффекте см. в

Таблица 3

Модель фотосферы белого карлика

τ	T	$p \cdot 10^{-5}$ дин см^2	$n_e \cdot 10^{-17}$ см^{-3}	$p \cdot 10^7 \frac{\Gamma}{\text{см}^3}$	$z, \text{ км}$
0,1	15 900	0,92	0,200	0,364	0
0,2	16 500	1,41	0,296	0,536	0,110
0,4	17 500	2,24	0,448	0,799	0,229
0,6	18 300	3,00	0,577	1,02	0,323
0,8	19 000	3,72	0,694	1,21	0,378
1,0	19 600	4,43	0,802	1,39	0,433
2,0	22 100	7,86	1,28	2,18	0,621
3,0	23 900	11,2	1,68	2,86	0,753
4,0	25 400	14,4	2,04	3,45	0,855
5,0	26 600	17,5	2,37	4,00	0,938

§ 8). Поэтому частота предела каждой серии уменьшается и ионизация с осуществляющимся нижних уровней может вызываться излучением меньших частот. Очевидно, что роль указанного эффекта различна в разных местах фотосферы (а именно, растет с глубиной из-за увеличения давления).

Вследствие этого при образовании спектра звезды должно происходить размытие скачков интенсивности у пределов серий. В частности, должен размываться и бальмеровский скачок, находящийся в видимой части спектра.

На рис. 9 представлен теоретический спектр звезды с поверхностью температурой 12 000 К вблизи предела серии Бальмера. Из рисунка видно, как усиливается размытие скачка с увеличением ускорения силы тяжести в фотосфере. При больших значениях g скачки практически отсутствуют. Наблюдаемые спектры белых карликов как раз и обладают такой особенностью.

7. Фотосфера при отсутствии ЛТР. В изложенной выше теории фотосфер делалось допущение о локальном термодинамическом равновесии (ЛТР). Это допущение означает справедливость для каждого места фотосферы соотношения (6.22), выражающего закон Кирхгофа — Планка. В свою очередь указанное соотношение выполняется тогда, когда скорости свободных электронов распреде-

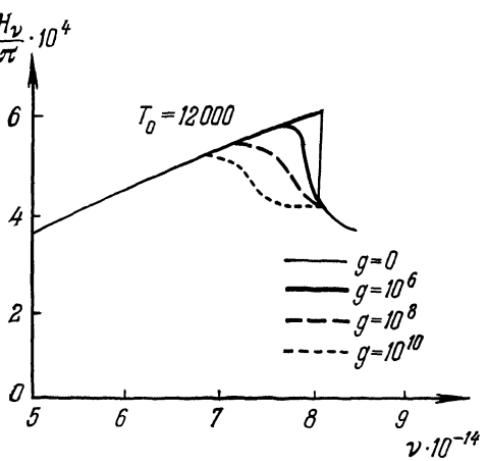


Рис. 9

нием ускорения силы тяжести в фотосфере. При больших значениях g скачки практически отсутствуют. Наблюдаемые спектры белых карликов как раз и обладают такой особенностью.

лены по формуле Максвелла, а распределение атомов по энергетическим уровням и стадиям ионизации дается формулами Больцмана и Саха. Можно считать, что в глубоких слоях фотосферы состояние ЛТР осуществляется с большой точностью вследствие преобладающей роли столкновений в возбуждении и ионизации атомов. Однако по мере приближения к поверхности звезды роль столкновений убывает, вследствие чего возрастают отклонения от ЛТР. В самых же поверхностных слоях звезды возбуждение и ионизация атомов вызывается в основном не столкновениями, а излучением.

Таким образом, в строгой теории фотосфер определение поля излучения и населеностей энергетических уровней атомов должно производиться совместно. Точнее говоря, соотношение (6.22) надо заменить уравнениями, выражающими условие стационарности для каждого уровня. Условие состоит в том, что число переходов на данный уровень равно числу переходов с этого уровня (как при столкновениях, так и под воздействием излучения). Вместе с тем величины α_v и ε_v , входящие в уравнение переноса излучения, должны быть выражены через населенности уровней. К указанным уравнениям следует также добавить уравнение механического равновесия и условие постоянства потока излучения в фотосфере.

Ясно, что в такой постановке теория фотосфер оказывается чрезвычайно сложной. Поэтому представляет большой интерес возможность упростить теорию, сделав предположение о детальном равновесии радиативных переходов в линиях (т. е. о равенстве между числом переходов с одного дискретного уровня на другой и числом обратных переходов). Тогда в основных уравнениях теории из всех радиативных переходов должны прйниматься во внимание лишь переходы в непрерывном спектре (т. е. фотоионизации и рекомбинации). Такое предположение можно сделать потому, что непрозрачность в линиях значительно превосходит непрозрачность в непрерывном спектре.

Теория фотосфер при отсутствии ЛТР с указанным выше предположением разрабатывалась Калкофеном и другими авторами. Были рассчитаны модели фотосфер горячих звезд, состоящих только из водорода или из водорода и гелия. Полученные результаты для видимой области спектра в общем не сильно отличаются от тех, к которым приводит теория при наличии ЛТР. Однако расхождение между результатами оказывается очень большим в области лаймановского континуума.

Теория фотосфер при отсутствии ЛТР подробно изложена в книге Д. Михаласа [8]. Так как эта теория очень сложна, то большое значение приобретают методы решения исходных уравнений. В настоящее время на практике применяются два метода. Один из них заключается в использовании итерационного процесса, в котором в качестве первого приближения берется решение задачи для случая наличия ЛТР. Другой метод основан на замене уравнений данной теории системой алгебраических уравнений для всех искомых ве-

личин в разных точках фотосферы. Очевидно, что последний метод требует применения очень мощных ЭВМ. Результаты расчетов моделей фотосфер при отсутствии ЛТР содержатся как в уже упомянутой монографии [8], так и во многих оригинальных исследованиях. Проблема отклонения от ЛТР в поверхностных слоях звезд будет затронута также при рассмотрении образования линейчатых спектров звезд (см. § 9).

§ 7. Специальные вопросы теории фотосфер

1. Протяженные фотосфера. Предположение о том, что толщина фотосферы гораздо меньше радиуса звезды, нельзя применять к некоторым особым звездам (например, к звездам типа Вольфа — Райе). Так обстоит дело тогда, когда плотность в фотосфере сравнительно медленно убывает с увеличением расстояния от центра звезды. В таких фотосферах слои одинаковой плотности должны считаться не плоскопараллельными, а сферическими.

Найдем зависимость температуры от оптической глубины в данном случае. Для этого мы должны воспользоваться уравнением переноса излучения в форме (1.20). Проинтегрировав это уравнение по всем частотам, получаем

$$\cos \vartheta \frac{\partial I}{\partial r} - \frac{\sin \vartheta}{r} \frac{\partial I}{\partial \vartheta} = -\bar{\alpha} I + \varepsilon, \quad (7.1)$$

где $\bar{\alpha}$ — средний коэффициент поглощения. Обозначая, как обычно, $\varepsilon = \bar{\alpha} S$, в качестве условия лучистого равновесия имеем

$$S = \int I \frac{d\omega}{4\pi}. \quad (7.2)$$

Интегрирование (7.1) по всем направлениям при учете (7.2) приводит к формуле

$$H = \frac{C}{r^2}, \quad (7.3)$$

где C — некоторая постоянная. (Очевидно, что $4\pi C$ есть светимость звезды.)

Умножая (7.1) на $\cos \vartheta$ и интегрируя по всем направлениям, в приближении Эддингтона находим

$$\frac{4\pi}{3} \frac{dS}{dr} = -\bar{\alpha} H, \quad (7.4)$$

или, на основании (4.15),

$$\frac{ac}{3} \frac{dT^4}{dr} = -\bar{\alpha} H. \quad (7.5)$$

Для коэффициента поглощения $\bar{\alpha}$ возьмем выражение

$$\bar{\alpha} \sim \frac{\rho^2}{T^5} \quad (7.6)$$