

личин в разных точках фотосферы. Очевидно, что последний метод требует применения очень мощных ЭВМ. Результаты расчетов моделей фотосфер при отсутствии ЛТР содержатся как в уже упомянутой монографии [8], так и во многих оригинальных исследованиях. Проблема отклонения от ЛТР в поверхностных слоях звезд будет затронута также при рассмотрении образования линейчатых спектров звезд (см. § 9).

### § 7. Специальные вопросы теории фотосфер

**1. Протяженные фотосфера.** Предположение о том, что толщина фотосферы гораздо меньше радиуса звезды, нельзя применять к некоторым особым звездам (например, к звездам типа Вольфа — Райе). Так обстоит дело тогда, когда плотность в фотосфере сравнительно медленно убывает с увеличением расстояния от центра звезды. В таких фотосферах слои одинаковой плотности должны считаться не плоскопараллельными, а сферическими.

Найдем зависимость температуры от оптической глубины в данном случае. Для этого мы должны воспользоваться уравнением переноса излучения в форме (1.20). Проинтегрировав это уравнение по всем частотам, получаем

$$\cos \vartheta \frac{\partial I}{\partial r} - \frac{\sin \vartheta}{r} \frac{\partial I}{\partial \vartheta} = -\bar{\alpha} I + \varepsilon, \quad (7.1)$$

где  $\bar{\alpha}$  — средний коэффициент поглощения. Обозначая, как обычно,  $\varepsilon = \bar{\alpha} S$ , в качестве условия лучистого равновесия имеем

$$S = \int I \frac{d\omega}{4\pi}. \quad (7.2)$$

Интегрирование (7.1) по всем направлениям при учете (7.2) приводит к формуле

$$H = \frac{C}{r^2}, \quad (7.3)$$

где  $C$  — некоторая постоянная. (Очевидно, что  $4\pi C$  есть светимость звезды.)

Умножая (7.1) на  $\cos \vartheta$  и интегрируя по всем направлениям, в приближении Эддингтона находим

$$\frac{4\pi}{3} \frac{dS}{dr} = -\bar{\alpha} H, \quad (7.4)$$

или, на основании (4.15),

$$\frac{ac}{3} \frac{dT^4}{dr} = -\bar{\alpha} H. \quad (7.5)$$

Для коэффициента поглощения  $\bar{\alpha}$  возьмем выражение

$$\bar{\alpha} \sim \frac{\rho^2}{T^5} \quad (7.6)$$

[сравните с формулами (5.35) и (5.36)] и допустим, что плотность в фотосфере обратно пропорциональна некоторой степени расстояния от центра звезды, т. е.

$$\rho \sim \frac{1}{r^n}. \quad (7.7)$$

Подставляя (7.3), (7.6) и (7.7) в уравнение (7.5) и интегрируя его, получаем

$$T = T_1 \left( \frac{r_1}{r} \right)^{\frac{2n+1}{4+s}}, \quad (7.8)$$

где  $T_1$  — температура на расстоянии  $r_1$ .

Пользуясь формулами (7.7) и (7.8), можно также легко получить зависимость оптической глубины  $\tau$  от расстояния  $r$ . Подстановка указанных формул в соотношение  $d\tau = -\alpha dr$  и интегрирование дает

$$\tau = \left( \frac{r_1}{r} \right)^{2 \frac{4n-s-2}{4+s}}, \quad (7.9)$$

где под  $r_1$  теперь понимается расстояние от центра звезды при  $\tau=1$ . Из (7.8) и (7.9) получаем искомую зависимость  $T$  от  $\tau$ :

$$T = T_1 \tau^{\frac{2n+1}{(4n-s-2)}}. \quad (7.10)$$

Возьмем, например,  $n=2$  и  $s=4$ . Тогда имеем

$$T = T_1 \tau^{1/4}. \quad (7.11)$$

Таким образом, в протяженной фотосфере температура возрастает с оптической глубиной гораздо быстрее, чем в фотосфере, состоящей из плоскопараллельных слоев.

Знание зависимости  $T$  от  $\tau$  дает возможность вычислить распределение энергии в непрерывном спектре звезды. Для этого надо воспользоваться уравнением переноса излучения (1.20), положив в нем, на основании гипотезы о локальном термодинамическом равновесии,  $\epsilon_v = \alpha_v B_v(T)$ . Первоначально в теории протяженных фотосфер принималось, что коэффициент поглощения не зависит от частоты. В таком случае кривая распределения энергии в непрерывном спектре звезды получалась очень сильно отличающейся от планковской кривой — с большим избытком излучения в ультрафиолетовой части спектра. Однако при учете зависимости коэффициента поглощения от частоты указанного избытка излучения не получается вследствие сильного поглощения за границами основных серий атомов. Следует также иметь в виду, что в протяженных фотосферах возможны очень большие отклонения от локального термодинамического равновесия.

**2. Покровный эффект.** Излучение звезды в непрерывном спектре, проходя через поверхностные слои звезды, испытывает частичное

поглощение в спектральных линиях. Энергия, поглощенная в линиях, возвращается обратно в фотосферу. Вследствие этого увеличивается плотность излучения в фотосфере, а значит, и ее температура. Это явление называется покровным эффектом.

Обозначим через  $A$  долю энергии, поглощенной в спектральных линиях. Эта величина может быть найдена из наблюдений. Например, для Солнца она приблизительно равна 10%.

Поглощение энергии в линиях происходит в поверхностном слое с оптической толщиной в непрерывном спектре порядка нескольких десятых. Однако для простоты мы сейчас примем, что энергия поглощается в линиях на границе звезды (при  $\tau=0$ ). Тогда при предположении о независимости коэффициента поглощения в непрерывном спектре от частоты (или при использовании среднего коэффициента поглощения) учет покровного эффекта может быть произведен точно.

При составлении уравнения лучистого равновесия для данной задачи надо иметь в виду, что на каждый элементарный объем в фотосфере падает как диффузное излучение, идущее со всех сторон, так и излучение, отраженное от границы и ослабленное по пути. Интенсивность диффузного излучения мы обозначим через  $I(\tau, \mu)$ , а интенсивность излучения, отраженного от границы,— через  $I_*$ . Тогда в качестве условия лучистого равновесия получаем

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu) d\mu + \frac{1}{2} I_* \int_0^1 e^{-\frac{\tau}{\mu}} d\mu. \quad (7.12)$$

Подставляя в (7.12) выражение  $I(\tau, \mu)$  через  $S(\tau)$ , найденное из уравнения переноса излучения (т. е. поступая так же, как при получении уравнения Милна), находим

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int_0^\infty E_1 |\tau - \tau'| S(\tau') d\tau' + \frac{1}{2} I_* E_2 \tau. \quad (7.13)$$

Для определения величины  $I_*$  мы должны воспользоваться соотношением

$$I_* = 2A \int_0^1 I(0, \mu) \mu d\mu, \quad (7.14)$$

выражающим собой тот факт, что из количества энергии, падающей на границу, отражается обратно доля  $A$ . Очевидно, что в данном случае поток излучения должен быть таким же, как и при отсутствии покровного эффекта (т. е. равным  $\pi F$ ). Поэтому имеем

$$2(1-A) \int_0^1 I(0, \mu) \mu d\mu = F. \quad (7.15)$$

Из (7.14) и (7.15) следует

$$I_* = \frac{A}{1-A} F. \quad (7.16)$$

Подставляя (7.16) в (7.13), получаем

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} E_1 |\tau - \tau'| S(\tau') d\tau' + \frac{AF}{2(1-A)} E_2 \tau. \quad (7.17)$$

Уравнение (7.17) при  $A=0$  переходит в уравнение Милна.

Легко убедиться, что решение уравнения (7.17) имеет вид

$$S(\tau) = \frac{A}{1-A} F + \frac{3}{4} F [\tau + q(\tau)], \quad (7.18)$$

где  $q(\tau)$  — функция Хопфа [см. формулу (2.51)].

Используя известные соотношения  $S(\tau) = \sigma T^4 / \pi$  и  $F = \sigma T_e^4 / \pi$ , вместо (7.18) находим

$$T^4 = T_e^4 \left\{ \frac{A}{1-A} + \frac{3}{4} [\tau + q(\tau)] \right\}. \quad (7.19)$$

Из формулы (7.19) видно, какое влияние оказывает покровный эффект на температуру в фотосфере. Однако эту формулу нельзя применять при очень малых значениях  $\tau$  (из-за сделанного выше допущения о том, что излучение отражается от самой границы звезды).

**3. Эффект отражения в тесных парах.** Если две звезды находятся близко друг от друга, то при изучении их свечения необходимо принимать во внимание обмен лучистой энергией между ними. В этом случае к собственному излучению каждой звезды добавляется еще излучение, отраженное ею. Разумеется, процесс отражения является в действительности весьма сложным: он состоит в том, что в каждой звезде под действием излучения соседней звезды происходит увеличение температуры, вследствие чего и возрастает количество излучаемой звездой энергии. Напишем уравнение лучистого равновесия для данной задачи. Допустим, что на границу звезды  $A$  падает излучение от звезды  $B$  внутри телесного угла  $\Omega$  (рис. 10). Угол  $\Omega$  для простоты будем считать малым. Среднюю интенсивность излучения, падающего внутри телесного угла  $\Omega$ , обозначим через  $I_0$ , а средний угол между направлением этого излучения и нормалью к фотосфер-

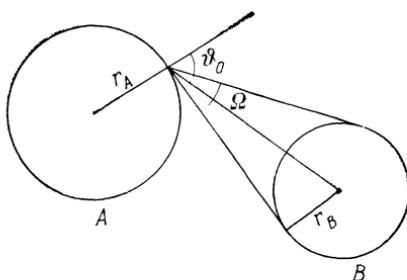


Рис. 10

ным слоям — через  $\vartheta_0$ . Тогда уравнение лучистого равновесия будет иметь вид

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu', \mu_0) d\mu' + \frac{I_0 \Omega}{4\pi} e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}, \quad (7.20)$$

где  $I(\tau, \mu', \mu_0)$  — интенсивность диффузного излучения в фотосфере ( $\mu' = \cos \vartheta'$ ,  $\mu_0 = \cos \vartheta_0$ ).

Пользуясь уравнением (7.20) и уравнением переноса излучения, как и при получении уравнения (2.45), находим

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} E_1 |\tau - \tau'| S(\tau', \mu_0) d\tau' + \frac{I_0 \Omega}{4\pi} e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}. \quad (7.21)$$

Уравнение (7.21) принадлежит к типу уравнений, подробно рассмотренных в § 3. Решение этого уравнения будет состоять из двух слагаемых: первое слагаемое определяется источниками энергии, находящимися внутри звезды (на бесконечно большой глубине), а второе — энергией, поступающей в фотосферу звезды  $A$  от звезды  $B$ . На основании формул (3.16) и (3.64) получаем

$$\begin{aligned} S(\tau, \mu_0) &= \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} F \left[ 1 + \int_0^{\tau} \Phi(\tau') d\tau' \right] + \frac{I_0 \Omega}{4\pi} \varphi(\mu_0) \left[ e^{-\frac{\tau}{\mu_0}} + \int_0^{\tau} e^{-\frac{\tau-\tau'}{\mu_0}} \Phi(\tau') d\tau' \right], \end{aligned} \quad (7.22)$$

где  $\varphi(\mu_0)$  и  $\Phi(\tau)$  — функции, определяемые уравнениями (3.53) и (3.55) соответственно.

При  $\tau=0$  из (7.22) получается следующая простая формула:

$$S(0, \mu_0) = \frac{\sqrt{3}}{4} F + \frac{I_0 \Omega}{4\pi} \varphi(\mu_0). \quad (7.23)$$

Так как величина  $S(\tau, \mu_0)$  пропорциональна  $T^4$ , то при помощи формулы (7.22) может быть вычислена температура  $T$  на любой оптической глубине и при произвольном положении соседней звезды относительно данного места в фотосфере. Формула (7.23) позволяет определить значение поверхностной температуры  $T_0$ .

Если температура в фотосфере известна, то, пользуясь формулой (6.3), можно найти интенсивность излучения, выходящего из данного места поверхности звезды в любой частоте  $v$ .

Очевидно, что для нахождения полной интенсивности излучения нет необходимости в знании температуры. Обозначим через  $\vartheta$  угол отражения, т. е. угол между направлением выходящего из звезды излучения и направлением радиуса-вектора ( $\cos \vartheta = \mu$ ). Тогда ин-

тенсивность излучения  $I(0, \mu, \mu_0)$  будет определяться формулой

$$I(0, \mu, \mu_0) = \int_0^{\infty} S(\tau, \mu_0) e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}, \quad (7.24)$$

в которую надо подставить выражение (7.22). Указанная подстановка уже была сделана в § 3. На основании формулы (3.40) (в которой  $m = 1/\mu_0$ ) и формул (3.57) и (3.63) находим

$$I(0, \mu, \mu_0) = \frac{\sqrt{3}}{4} F \varphi(\mu) + \frac{I_0 \Omega}{4\pi} \frac{\varphi(\mu) \varphi(\mu_0)}{\mu + \mu_0} \mu_0. \quad (7.25)$$

Из полученных формул видно, что эффект отражения тем больше, чем больше отношение  $I_0 \Omega / \pi F$ . Это отношение можно представить в более удобной форме. Если телесный угол  $\Omega$  мал, то мы получаем

$$I_0 \Omega = \frac{L_B}{4\pi r^2}, \quad (7.26)$$

где  $L_B$  — светимость звезды  $B$  и  $r$  — расстояние между звездами  $A$  и  $B$ . С другой стороны, имеем

$$\pi F = \frac{L_A}{4\pi r_A^2}, \quad (7.27)$$

где  $L_A$  и  $r_A$  — светимость и радиус звезды  $A$  соответственно. Из (7.26) и (7.27) следует:

$$\frac{I_0 \Omega}{\pi F} = \frac{L_B}{L_A} \left( \frac{r_A}{r} \right)^2. \quad (7.28)$$

Оценки по приведенным формулам показывают, что роль эффекта отражения может быть значительной. Разумеется, она зависит от положения звезды  $B$  относительно рассматриваемого места в фотосфере звезды  $A$  (тем больше, чем меньше угол  $\vartheta_0$ ). Эффект отражения сказывается на кривых изменения блеска.

**4. Поляризация излучения горячих звезд.** В фотосферах горячих звезд большую роль в переносе излучения играет рассеяние света свободными электронами. В этом случае свет, рассеянный элементарным объемом, является поляризованным. Поэтому при изучении фотосфер горячих звезд необходимо рассмотреть перенос поляризованного излучения.

Рассеяние света свободными электронами происходит по закону, который можно сформулировать следующим образом. Пусть  $I_{\parallel}$  и  $I_{\perp}$  — интенсивности линейно-поляризованного излучения с электрическим вектором, соответственно параллельным и перпендикулярным к плоскости рассеяния (т. е. плоскости, в которой лежат падающий и рассеянный лучи). Если излучение падает на единичный объем внутри телесного угла  $d\omega$ , то количество энергии, рассеянное этим объемом в направлении, образующем угол  $\gamma$  с направлением

падающего излучения, в единичном телесном угле равно соответственно  $\frac{3}{2} \sigma_e I_{\parallel} \cos^2 \gamma \frac{d\omega}{4\pi}$  и  $\frac{3}{2} \sigma_e I_{\perp} \frac{d\omega}{4\pi}$ , причем рассеянное излучение имеет то же направление электрического вектора, что и падающее излучение. Здесь  $\sigma_e$  — объемный коэффициент рассеяния свободными электронами, определенный формулой (5.16).

Как мы знаем, поле излучения в фотосфере обладает осевой симметрией: интенсивность излучения зависит только от  $\tau$  и угла  $\vartheta$ , но не зависит от азимута. Поэтому в данном случае для характеристики поляризованного излучения достаточно задать лишь две величины (а не четыре, как в общем случае). В качестве этих величин мы можем взять интенсивности излучения  $I_l$  и  $I_r$  с колебаниями соответственно в плоскости, проходящей через луч и нормаль к фотосферным слоям, и перпендикулярно к этой плоскости. Вместо интенсивностей  $I_l$  и  $I_r$  можно взять также интенсивности  $I$  и  $K$ , равные

$$I = I_r + I_l, \quad K = I_r - I_l. \quad (7.29)$$

Величина  $I$  есть общая интенсивность излучения, а величина  $p = K/I$  — степень поляризации излучения.

Для определения величин  $I$  и  $K$  мы имеем обычные уравнения переноса излучения:

$$\left. \begin{aligned} \cos \vartheta \frac{dI}{d\tau} &= I - S, \\ \cos \vartheta \frac{dK}{d\tau} &= K - R, \end{aligned} \right\} \quad (7.30)$$

где  $d\tau = -\sigma_e dr$ .

На основании закона рассеяния света свободными электронами можно получить, что входящие в эти уравнения величины  $S$  и  $R$  связаны с интенсивностями излучения  $I$  и  $K$  следующими уравнениями лучистого равновесия:

$$\begin{aligned} S(\tau, \mu) &= \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu') \left[ 1 + \frac{1}{2} P_2(\mu) P_2(\mu') \right] d\mu' + \\ &\quad + \frac{3}{8} P_2(\mu) \int_{-1}^{+1} K(\tau, \mu') (1 - \mu'^2) d\mu', \end{aligned} \quad (7.31)$$

$$\begin{aligned} R(\tau, \mu) &= \frac{3}{8} (1 - \mu^2) \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu') P_2(\mu') d\mu' + \\ &\quad + \frac{9}{16} (1 - \mu^2) \int_{-1}^{+1} K(\tau, \mu') (1 - \mu'^2) d\mu', \end{aligned} \quad (7.32)$$

где  $P_2(\mu) = \frac{1}{2}(3\mu^2 - 1)$  есть второй полином Лежандра. При получении уравнений (7.31) и (7.32) принято, что мы имеем дело с чисто электронной фотосферой.

Мы не будем останавливаться на выводе приведенных уравнений и их решений, а дадим лишь результаты решения (см. [4] и [5]). В табл. 4 приведены значения величин  $I$ ,  $K$  и степени поляризации  $p$  для излучения, выходящего из звезды.

Таблица 4

## Излучение звезды с чисто электронной фотосферой

$\mu$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$I(0, \mu)$	1,00	1,24	1,46	1,67	1,87	2,07	2,27	2,46	2,66	2,85	3,04
$10K(0, \mu)$	1,25	1,00	0,84	0,70	0,58	0,47	0,37	0,27	0,18	0,09	0
$p(\mu) \text{ в \%}$	12,5	8,0	5,8	4,2	3,1	2,3	1,6	1,1	0,7	0,3	0

Из таблицы видно, что распределение яркости по диску звезды с чисто электронной фотосферой не сильно отличается от распределения яркости по диску обычной звезды (отношение яркости в центре диска к яркости на краю равно 3,04 вместо 2,91). Что же касается степени поляризации, то она равна нулю в центре диска и возрастает до 12,5% на краю.

Однако для реальных звезд степень поляризации меньше, чем приведенная в табл. 4, так как в фотосферах наряду с рассеянием света свободными электронами происходит поглощение и испускание энергии атомами.

Очевидно, что излучение, идущее от всего диска сферически-симметричной звезды, будет неполяризованным. Поэтому указанный эффект поляризации света звезд может быть обнаружен только при наблюдениях затменных переменных, один из компонентов которых является горячей звездой, а другой — холодной. В таком случае при покрытии горячей звезды ее холодным спутником излучение системы будет в небольшой степени поляризованным. Этот эффект, предсказанный теорией, был затем действительно обнаружен при наблюдениях.

Особенно интересно то, что при упомянутых наблюдениях было открыто новое явление — поляризация света звезд вне затмения и даже поляризация света одиночных звезд. В основном это явление объясняется поляризацией излучения при прохождении его через межзвездное пространство (о чем мы будем подробно говорить в § 32). Однако в некоторых случаях указанное явление может быть также вызвано рассеянием света на свободных электронах. Поляризация излучения двойной системы вне затмения может быть результатом рассеяния света одной звезды на свободных электронах в фотосфере другой звезды или в газовом потоке, которые иногда обнаруживаются в двойных системах. Излучение одиночной звезды может оказаться поляризованным вследствие рассеяния света на свободных электронах при отклонении формы звезды от сферической

## ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ I

1. Milne E. A. Thermodynamics of the Stars. In «Handbuch der Astrophysik». Bd. III, Berlin, 1930.
2. Rosseland S. Astrophysik auf Atomtheoretischer Grundlage.— 1931 (русский перевод: Р ос с е л а н д С. Астрофизика на основе теории атома, 1936).
3. Амбарцумян В. А. Теоретическая астрофизика.— М.: ГОНТИ, 1939.
4. Chandrasekhar S. Radiative Transfer. 1950 (русский перевод: Перенос лучистой энергии.— М.: Изд-во иностр. лит., 1953).
5. Соболев В. В. Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет.— М.: Гостехиздат, 1956.
6. Мустель Э. Р. Звездные атмосферы.— М.: Физматгиз, 1960.
7. Gray D. The observation and analysis of stellar photospheres. 1976 (русский перевод: Г ре й Д. Наблюдения и анализ звездных фотосфер.— М.: Мир, 1980).
8. Mihalas D. Stellar atmospheres.— 1978 (русский перевод: М и х а л а с Д. Звездные атмосферы, ч. 1.— М.: Мир, 1982).
9. Vardya M. S. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, v. 8.— 1970.
10. Теория звездных спектров.— М.: Наука, 1966.