

Г л а в а II

ЗВЕЗДНЫЕ АТМОСФЕРЫ

Под звездной атмосферой мы будем понимать слой, в котором возникает линейчатый спектр звезды. В среднем атмосфера находится выше фотосферы, дающей непрерывный спектр. Объясняется это тем, что коэффициент поглощения в линии гораздо больше коэффициента поглощения в непрерывном спектре. Поэтому в самых внешних частях звезды поглощение в непрерывном спектре уже не играет заметной роли, а поглощение в линиях остается сильным.

Первоначально в астрофизике делалось даже допущение, что между фотосферой и атмосферой существует резкая граница. Иными словами, предполагалось, что из фотосферы идет излучение в непрерывном спектре без линий, а при прохождении его через атмосферу (или, как тогда говорилось, через обращающий слой) возникают линии поглощения. В настоящее время указанное предположение обычно не делается, т. е. считается, что в каждом элементарном объеме происходит поглощение как в линиях, так и в непрерывном спектре. Однако и в этом случае сначала занимаются теорией фотосфер, т. е. задачей об образовании непрерывного спектра звезды, а затем — теорией атмосфер, т. е. задачей об образовании линий поглощения. При этом в теории фотосфер обычно не учитывается влияние линий, а в теории атмосфер считается известным решение задачи об образовании непрерывного спектра.

В этой главе сначала рассматривается вопрос о коэффициенте поглощения в спектральной линии, затем решается задача об образовании линейчатых спектров звезд и, наконец, путем сравнения теории с наблюдениями определяются различные характеристики звездных атмосфер. Следует подчеркнуть, что большинство наших сведений о звездах получено на основе изучения их линейчатых спектров. К ним относятся сведения о химическом составе звездных атмосфер, о движениях в атмосферах, о вращении звезд, о магнитных полях звезд и др. Поэтому теория образования линий поглощения в звездных спектрах занимает исключительно важное место в теоретической астрофизике.

§ 8. Коэффициент поглощения в спектральной линии

1. Эйнштейновские коэффициенты переходов. Излучение и поглощение в спектральной линии связано с переходами атома из одного дискретного состояния в другое. Если атом находится в возбужденном состоянии, то он может спонтанно (самопроизвольно)

перейти в любое состояние с меньшей энергией. При спонтанном переходе атома из k -го состояния в i -е излучается фотон с энергией

$$h\nu_{ik} = E_k - E_i, \quad (8.1)$$

где E_k и E_i — энергия начального и конечного состояния соответственно. Под действием излучения частоты ν_{ik} может произойти обратный переход, в результате которого фотон поглощается. Излучение частоты ν_{ik} может также вызвать переход атома из k -го состояния в i -е, связанный с излучением фотона. Это — процесс вынужденного излучения или отрицательного поглощения.

Вероятности указанных процессов характеризуются некоторыми коэффициентами, введенными Эйнштейном. Пусть n_k — число атомов в k -м состоянии в 1 см^3 . Очевидно, что число спонтанных переходов из k -го состояния в i -е, происходящих в 1 см^3 за время dt , пропорционально числу n_k и времени dt , т. е. равно $n_k A_{ki} dt$. Величина A_{ki} называется эйнштейновским коэффициентом спонтанного перехода. Число переходов из i -го состояния в k -е, связанных с поглощением фотонов, в 1 см^3 за время dt равно $n_i B_{ik} \rho_{ik} dt$, где n_i — число атомов в i -м состоянии в 1 см^3 и ρ_{ik} — плотность излучения частоты ν_{ik} . Величина B_{ik} представляет собой эйнштейновский коэффициент поглощения. Число переходов из k -го состояния в i -е, вызванных излучением, в 1 см^3 за время dt может быть записано в виде

$$n_k B_{ki} \rho_{ik} dt,$$

где B_{ki} — эйнштейновский коэффициент отрицательного поглощения.

Эйнштейновские коэффициенты переходов не являются независимыми, а связаны друг с другом двумя соотношениями. Для вывода этих соотношений рассмотрим состояние термодинамического равновесия. В этом случае имеет место детальное равновесие, при котором любой процесс компенсируется обратным процессом. В частности, число переходов из k -го состояния в i -е равно числу переходов из i -го состояния в k -е, т. е.

$$n_k A_{ki} + n_k B_{ki} \rho_{ik} = n_i B_{ik} \rho_{ik}. \quad (8.2)$$

С другой стороны, при термодинамическом равновесии распределение атомов по состояниям дается формулой Больцмана

$$\frac{n_k}{n_i} = \frac{g_k}{g_i} e^{-\frac{h\nu_{ik}}{kT}}, \quad (8.3)$$

где g_i и g_k — статистические веса состояний. Из (8.2) при помощи (8.3) получаем

$$\rho_{ik} = \frac{A_{ki}}{B_{ki}} \frac{1}{\frac{g_i}{g_k} \frac{B_{ik}}{B_{ki}} e^{\frac{h\nu_{ik}}{kT}} - 1}. \quad (8.4)$$

Сравнивая (8.4) с формулой Планка (4.4), также имеющей место при термодинамическом равновесии, находим

$$A_{ki} = \frac{8\pi h v_{ik}^3}{c^5} B_{ki}, \quad B_{ki} = \frac{g_i}{g_k} B_{ik}. \quad (8.5)$$

Таким образом, если известен один из коэффициентов Эйнштейна, то два других определяются при помощи соотношений (8.5). Заметим, что хотя эти соотношения и были получены при рассмотрении термодинамического равновесия, они справедливы всегда, так как эйнштейновские коэффициенты переходов характеризуют свойства атома и фотона и не зависят от того, как распределены атомы по состояниям и фотоны по частотам.

Следует подчеркнуть большое различие между спонтанным и вынужденным излучением. При спонтанных переходах фотоны испускаются во все стороны. При вынужденных переходах фотоны испускаются в том же направлении, в каком летят вызвавшие эти переходы фотоны. Поэтому интенсивность падающего на атомы пучка излучения убывает вследствие поглощения, но возрастает вследствие вынужденных переходов. Этим объясняется, почему вынужденное излучение называют также отрицательным поглощением.

Из сказанного следует, что полное количество фотонов, поглощаемых в рассматриваемой линии в 1 см³ за 1 с, равно

$$n_i B_{ik} \rho_{ik} - n_k B_{ki} \rho_{ik} = n_i B_{ik} \rho_{ik} \left(1 - \frac{n_k B_{ki}}{n_i B_{ik}} \right).$$

На основании второго из соотношений (8.5) это выражение можно переписать в виде

$$n_i B_{ik} \rho_{ik} \left(1 - \frac{g_i n_k}{g_k n_i} \right).$$

Таким образом, для учета отрицательного поглощения надо количество фотонов, претерпевших обычное поглощение, умножить на величину $1 - \frac{g_i n_k}{g_k n_i}$.

Если распределение атомов по уровням дается формулой Больцмана (в частности, при термодинамическом равновесии), то вместо последнего выражения имеем

$$n_i B_{ik} \rho_{ik} \left(1 - e^{-\frac{h v_{ik}}{k T}} \right).$$

Следовательно, в данном случае множитель, учитывающий отрицательное поглощение, равен $1 - e^{-\frac{h v_{ik}}{k T}}$. Этим результатом мы уже пользовались ранее при рассмотрении поглощения в непрерывном спектре (§ 5).

Знание эйнштейновских коэффициентов спонтанных переходов дает возможность определить среднюю продолжительность жизни

атома в возбужденных состояниях. Пусть $n_k(0)$ — число атомов в k -м состоянии в момент времени $t=0$. Убывание вследствие спонтанных переходов на все лежащие ниже уровни происходит по закону

$$dn_k = -n_k \sum_{i=1}^{k-1} A_{ki} dt, \quad (8.6)$$

или после интегрирования,

$$n_k(t) = n_k(0) e^{-\gamma_k t}, \quad (8.7)$$

где обозначено

$$\gamma_k = \sum_{i=1}^{k-1} A_{ki}. \quad (8.8)$$

Отсюда для средней продолжительности жизни атома в k -м состоянии получаем

$$\bar{t}_k = \int_0^{\infty} t e^{-\gamma_k t} \gamma_k dt = \frac{1}{\gamma_k}. \quad (8.9)$$

Величины A_{ki} для разрешенных переходов — порядка 10^7 с⁻¹. Поэтому средняя продолжительность жизни атома в возбужденном состоянии оказывается порядка 10^{-7} с. Исключение составляют метастабильные состояния, из которых все переходы на нижележащие уровни запрещены. Для запрещенных переходов величины A_{ki} гораздо меньше, чем для разрешенных переходов. Поэтому средняя продолжительность жизни атома в метастабильном состоянии очень велика (иногда доходит до нескольких часов).

Для вычисления эйнштейновских коэффициентов переходов необходимо знать волновые функции атома. Так как определение волновых функций представляет весьма сложную задачу, то эйнштейновские коэффициенты переходов вычислены лишь для простейших случаев.

В таблице 5 даны значения величин A_{ki} для атома водорода. Здесь под индексами i и k понимаются главные квантовые числа, а величины A_{ki} имеют следующий смысл. Если n_k есть количество атомов во всех состояниях с главным квантовым числом k , то общее число переходов в состояния с главным квантовым числом i , происходящих за 1 с, равно $n_k A_{ki}$. При этом предполагается, что распределение атомов по состояниям с разными азимутальными квантовыми числами пропорционально статистическим весам этих состояний.

Эйнштейновские коэффициенты переходов A_{ki} , B_{ik} и B_{ki} просто выражаются через так называемую силу осциллятора f_{ik} . Например, эйнштейновский коэффициент спонтанного перехода равен

$$A_{ki} = \frac{8\pi^2 e^2 v_{ik}^2}{mc^3} \frac{g_i}{g_k} f_{ik}, \quad (8.10)$$

Таблица 5

Значения A_{ki} для атома водорода

$i \backslash k$	1	2	3	4	5	6	7
2	$4,67 \cdot 10^3$	—	—	—	—	—	—
3	$5,54 \cdot 10^7$	$4,39 \cdot 10^7$	—	—	—	—	—
4	$1,27 \cdot 10^7$	$8,37 \cdot 10^6$	$8,94 \cdot 10^6$	—	—	—	—
5	$4,10 \cdot 10^6$	$2,52 \cdot 10^6$	$2,19 \cdot 10^6$	$2,68 \cdot 10^6$	—	—	—
6	$1,64 \cdot 10^6$	$9,68 \cdot 10^5$	$7,74 \cdot 10^5$	$7,67 \cdot 10^5$	$1,02 \cdot 10^6$	—	—
7	$7,53 \cdot 10^5$	$4,37 \cdot 10^5$	$3,34 \cdot 10^5$	$3,03 \cdot 10^5$	$3,24 \cdot 10^5$	$4,50 \cdot 10^5$	—
8	$3,85 \cdot 10^5$	$2,20 \cdot 10^5$	$1,64 \cdot 10^5$	$1,42 \cdot 10^5$	$1,38 \cdot 10^5$	$1,55 \cdot 10^5$	$2,26 \cdot 10^5$

где m — масса электрона и e — его заряд. Величина f_{ik} является безразмерной и представляет собой число классических осцилляторов, которые по поглощающему действию заменяют один атом.

2. Коэффициент поглощения, обусловленный затуханием излучения и тепловым движением атомов. Спектральные линии не являются строго монохроматическими. В каждой линии могут поглощаться фотоны разных частот, близких к центральной частоте линии ν_0 . Вероятность поглощения фотонов частоты ν внутри линии определяется многими причинами. Как и раньше (см. § 1), мы будем характеризовать эту вероятность объемным коэффициентом поглощения, который обозначим через σ_ν . Физический смысл этой величины, как мы помним, состоит в том, что вероятность поглощения фотона частоты ν на пути ds равна $\sigma_\nu ds$. Отметим также, что количество энергии частоты ν , поглощаемое единицей объема за 1 с, равно $\sigma_\nu \int I_\nu d\omega$, где I_ν — интенсивность излучения и интегрирование ведется по всем направлениям.

Пусть рассматриваемая линия возникает при переходе атома из i -го состояния в k -е и n_i — число атомов в i -м состоянии в 1 см^3 . Мы можем представить величину σ_ν в виде $\sigma_\nu = n_i k_\nu$, где k_ν — коэффициент поглощения, рассчитанный на один атом. Очевидно, что величины σ_ν и k_ν зависят от индексов i и k , но для упрощения записи эти индексы мы опускаем.

Коэффициент поглощения k_ν связан простой зависимостью с эйнштейновским коэффициентом поглощения B_{ik} . Чтобы получить эту зависимость, напишем выражение для числа переходов с i -го уровня на k -й, происходящих в 1 см^3 за 1 с, сначала с помощью B_{ik} , а затем с помощью k_ν . С одной стороны, указанное число переходов равно $n_i B_{ik} \rho_{ik}$. С другой стороны, то же число переходов можно представить в виде $n_i \int k_\nu \frac{d\nu}{h\nu} \int I_\nu d\omega$. Приравнивая оба эти выра-

жения и учитывая, что $\int I_v d\omega = c\rho_v$, где ρ_v — плотность излучения, находим

$$c \int k_v \frac{\rho_v}{hv} dv = B_{ik} \rho_{ik}. \quad (8.11)$$

Так как коэффициент поглощения k_v имеет резкий максимум в центральной частоте v_0 , то среднее значение величины ρ_v/hv можно вынести за знак интеграла. Тогда вместо (8.11) получаем

$$\int k_v dv = \frac{hv_0}{c} B_{ik}. \quad (8.12)$$

Соотношение (8.12) имеет место во всех случаях, независимо от того, какими причинами обусловлен вид функции k_v . В частности, из этого соотношения следует, что чем шире интервал частот, внутри которого величина k_v не сильно отличается от своего значения в центре линии, тем меньше среднее значение коэффициента k_v в этом интервале.

Зависимость коэффициента поглощения k_v от частоты, как уже сказано, определяется рядом причин. Главными из них являются следующие: 1) затухание излучения (в терминах классической электронной теории) или размытость энергетических уровней атома (в терминах квантовой механики), 2) эффект Доплера, происходящий от теплового движения атомов.

Допустим сначала, что коэффициент поглощения определяется только затуханием излучения. В этом случае, согласно квантовой теории излучения (см., например, [1]), мы имеем

$$k_v = \frac{c^2}{32\pi^3 v_0^2} \frac{g_k}{g_i} \frac{A_{ki} \Gamma_{ik}}{(v - v_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_{ik}}{4\pi}\right)^2}, \quad (8.13)$$

где $\Gamma_{ik} = \gamma_i + \gamma_k$, а величина γ_k дается формулой (8.8). Обозначим через $\Delta\nu_E$ расстояние от центра линии, на котором значение k_v составляет половину максимального значения k_{v_0} . Очевидно, что $\Delta\nu_E = \Gamma_{ik}/4\pi$. Величина $2\Delta\nu_E$ называется естественной шириной спектральной линии. От ширины, выраженной в частотах, мы можем перейти к ширине, выраженной в длинах волн, пользуясь формулой $\Delta\lambda_E = \lambda_0 \Delta\nu_E / v_0$. Естественная ширина линии, выраженная в длинах волн, оказывается порядка 0,001 Å.

Будем теперь считать, что зависимость k_v от частоты определяется только тепловым движением атомов. В этом случае выражение для k_v можно получить весьма легко. Если неподвижный атом поглощает фотоны с частотой v_0 , то движущийся атом поглощает фотоны с частотой $v = v_0 + v_x v_x/c$, где v_x — проекция скорости атома на направление излучения (ось x). Мы примем, что распределение атомов по скоростям дается формулой Максвелла, т. е. число

атомов со скоростями от v_x до $v_x + dv_x$ равно

$$dn \sim e^{-\frac{Mv_x^2}{2kT}} dv_x, \quad (8.14)$$

где M — масса атома. Очевидно, что вероятность поглощения фотонов с частотами от ν до $\nu + dv$ пропорциональна числу атомов со скоростями от v_x до $v_x + dv_x$. Поэтому для коэффициента поглощения имеем

$$k_v = k_0 e^{-\frac{M}{2kT} \left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} c \right)^2}, \quad (8.15)$$

где k_0 — значение k_v в центре линии.

Величину k_0 мы пока не знаем, однако во всех случаях, когда коэффициент поглощения в линии известен с точностью до постоянного множителя, этот множитель можно найти с помощью соотношения (8.12). Подставляя (8.15) в (8.12), получаем

$$k_0 = \frac{c^3}{8\pi^{3/2}\nu_0^3 v} \frac{g_k}{g_i} A_{ki}. \quad (8.16)$$

Формулу (8.15) можно переписать в виде

$$k_v = k_0 e^{-\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D}\right)^2}, \quad (8.17)$$

где $\Delta\nu_D = \nu_0 v/c$ и v — средняя тепловая скорость атома, равная $v = \sqrt{2kT/M}$. Величина $2\Delta\nu_D$ называется доплеровской шириной спектральной линии. Выраженная в длинах волн доплеровская ширина оказывается порядка 0,1 Å (при средней скорости атома порядка 1 км/с). Следовательно, доплеровская ширина гораздо больше естественной ширины.

Легко получить, что при совместном действии затухания излучения и эффекта Доплера коэффициент поглощения равен

$$k_v = k_0 \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2} dy}{(u+y)^2 + a^2}, \quad (8.18)$$

где

$$u = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D}, \quad a = \frac{\Delta\nu_E}{\Delta\nu_D} \quad (8.19)$$

и k_0 дается формулой (8.16).

Вводя обозначение $k_v/k_0 = H(u, a)$, мы имеем

$$H(u, a) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2} dy}{(u+y)^2 + a^2}. \quad (8.20)$$

Функции $H(u, a)$ играет очень большую роль в теории линейчатых спектров звезд и поэтому подробно изучалась и табулировалась.

Вследствие того, что величина a обычно очень мала, удобно разложить функцию $H(u, a)$ в ряд по степеням a , т. е. представить в виде

$$H(u, a) = H_0(u) + aH_1(u) + a^2H_2(u) + \dots \quad (8.21)$$

Оказывается, что

$$H_0(u) = e^{-u^2}, \quad (8.22)$$

$$H_1(u) = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[1 - 2ue^{-u^2} \int_0^u e^{t^2} dt \right] \quad (8.23)$$

и т. д. В табл. 6 приведены значения функций $H_0(u)$, $H_1(u)$ и $H_2(u)$ для некоторых значений u . Подробные таблицы функций $H_i(u)$ даны Гаррисом [2].

Таблица 6

Значения функций $H_0(u)$, $H_1(u)$ и $H_2(u)$

u	$H_0(u)$	$H_1(u)$	$H_2(u)$	u	$H_0(u)$	$H_1(u)$	$H_2(u)$
0	1,0000	-1,1284	+1,0000	1,6	0,0773	+0,3157	-0,3185
0,2	0,9608	-1,0405	+0,8839	1,8	0,0392	+0,2803	-0,2146
0,4	0,2521	-0,8035	+0,5795	2,0	0,0183	+0,2317	-0,1282
0,6	0,6977	-0,4855	+0,1953	2,2	0,0079	+0,1849	-0,0686
0,8	0,5273	-0,1672	-0,1476	2,4	0,0032	+0,1461	-0,0332
1,0	0,3679	+0,0859	-0,3679	2,6	0,0012	+0,1165	-0,0145
1,2	0,2369	+0,2454	-0,4454	2,8	0,0004	+0,0947	-0,0058
1,4	0,1409	+0,3139	-0,4113	3,0	0,0001	+0,0786	-0,0021

Приближенно при $a \ll 1$ в центральных частях линии коэффициент поглощения равен

$$k_v = k_0 e^{-u^2}. \quad (8.24)$$

Для далеких же от центра частей линии из формулы (8.18) находим

$$k_v = k_0 \frac{a}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{u^2}. \quad (8.25)$$

Переходная область между областями применения формул (8.24) и (8.25) находится из того условия, что в ней значения k_v , даваемые этими формулами, одного порядка.

Легко видеть, что формула (8.24) совпадает с (8.17), а формула (8.25) — с (8.13) (если пренебречь в последней $\Gamma_{ik}/4\pi$ по сравнению с $|v - v_0|$). Следовательно, вблизи центра линии коэффициент поглощения определяется эффектом Доплера, а вдали от него — затуханием излучения.

3. Эффекты давления. При получении формулы (8.18) были приняты во внимание только естественная размытость энергетических уровней атома и участие атома в тепловом движении. Однако на вид функции k_v также сильно влияет присутствие посторонних частиц. Это влияние мы будем называть эффектами давления (так как чем больше давление, тем сильнее это влияние).

Самой простой формой эффектов давления является столкновение атома с посторонней частицей, при котором энергия возбуждения атома передается частице (удар второго рода). Из-за таких столкновений среднее время жизни атома в возбужденном состоянии будет меньше, чем определенное по формуле (8.9), а размытость энергетического уровня — соответственно больше. Последнее следует из принципа неопределенности Гейзенберга, согласно которому $\Delta E \Delta t \simeq h$. При учете столкновений для средней продолжительности жизни атома в возбужденном состоянии вместо формулы (8.9) имеем

$$\bar{t}_k = \frac{1}{\gamma_k + \gamma_c}, \quad (8.26)$$

где γ_c — число столкновений за 1 с, рассчитанное на один возбужденный атом.

Коэффициент поглощения при учете столкновений будет опять определяться формулой (8.18), в которой под a следует понимать величину

$$a = \frac{\Delta v_E + \Delta v_c}{\Delta v_D}, \quad (8.27)$$

где Δv_c — полуширина, определяемая столкновениями (т. е. соответствующая величине γ_c).

Однако на коэффициент поглощения влияют не только удары второго рода. Гораздо большее влияние на него оказывают прохождения посторонних частиц около атома. При таких прохождениях меняется силовое поле вблизи атома, вследствие чего происходит смещение энергетических уровней. Очевидно, что смещение уровней данного атома меняется с течением времени, а для определенного момента времени уровни разных атомов смешены на неодинаковую величину. Поэтому указанный эффект вызывает расширение спектральных линий.

Задача об определении коэффициента поглощения при учете прохождения посторонних частиц около атома весьма сложна (см. [3]). При ее решении необходимо принимать во внимание как различия в типах атомов (нейтральные и ионизованные), так и различия в типах посторонних частиц (свободные электроны, ионы, нейтральные атомы, молекулы). Обычно принимается, что если посторонняя частица находится на расстоянии r от атома, то происходит смещение частоты линии на величину

$$\Delta v = \frac{C_k}{r^k}, \quad (8.28)$$

где k и C_k — некоторые постоянные, различные для разных случаев. При прохождении около атома заряженной частицы $k=2$ или $k=4$ (соответственно линейный и квадратичный эффект Штарка). Если рассматриваемые атомы встречаются с подобными им атомами, то $k=3$ (эффект собственного давления). При встречах атомов с атомами других элементов или с молекулами $k=6$ (эффект сил ван-дер-Ваальса). Постоянная C_k для каждого случая определяется из теоретических соображений или экспериментально.

Для нахождения коэффициента поглощения при заданном законе взаимодействия между атомами и посторонними частицами были разработаны два метода. Первый из них состоит в рассмотрении отдельных сближений атомов с частицами и в последующем суммировании результатов сближений (метод дискретных встреч). Второй метод основан на определении вероятности напряженности поля при случайном расположении возмущающих частиц, которые считаются неподвижными (статистическая теория).

При использовании первого метода атом обычно заменяется классическим осциллятором и считается, что каждая встреча атома с частицей ведет к изменению фазы колебания. Вычисление изменения фазы производится для встреч с произвольными прицельными расстояниями при учете формулы (8.28). Разложение в ряд Фурье колебания с внезапно изменившейся фазой приводит к выражению для коэффициента поглощения, аналогичному выражению (8.13). При дополнительном учете теплового движения атомов для коэффициента поглощения получается формула (8.18), в которой величина a дается формулой (8.27), а $\Delta v_c = \gamma_c / 4\pi$. Вычисление величины γ_c указанным способом для разных случаев привело к следующим результатам:

$$\gamma_c = 4\pi^3 C_3 n \quad (\text{при } k=3), \quad (8.29)$$

$$\gamma_c = 38,8 C_4^{2/3} v^{1/3} n \quad (\text{при } k=4), \quad (8.30)$$

$$\gamma_c = 17,0 C_6^{2/5} v^{3/5} n \quad (\text{при } k=6). \quad (8.31)$$

В этих формулах v — средняя относительная скорость атома и возмущающей частицы, а n — число частиц в 1 см^3 .

Таким образом, в принятой приближенной теории близкие прохождения возмущающих частиц около атома влияют на коэффициент поглощения так же, как удары второго рода. Вместе с тем это влияние аналогично влиянию затухания излучения. Поэтому величина γ_c обычно называется постоянной затухания вследствие столкновений.

Статистическая теория является очень простой, если считать, что возмущение вызывается только ближайшей к атому частицей. Приближенно так считать можно потому, что возмущения далеких частиц в какой-то мере компенсируют друг друга. Обозначим через $W_1(r) dr$ вероятность того, что ближайшая частица находится на рас-

стоянии от r до $r+dr$ от атома. Как легко показать,

$$W_1(r) dr = e^{-(r/r_0)^3} d\left(\frac{r}{r_0}\right)^3, \quad (8.32)$$

где r_0 — среднее расстояние между частицами, определенное соотношением

$$\frac{4}{3} \pi r_0^3 n = 1. \quad (8.33)$$

От вероятности $W_1(r) dr$ при помощи формулы (8.28) мы можем перейти к вероятности различных смещений по частоте. Поскольку коэффициент поглощения k_v пропорционален этой вероятности, то мы получаем

$$k_v \approx \frac{C_k^{3/k} n}{(\Delta v)^{\frac{3+k}{k}}} e^{-\frac{4}{3} \pi n \left(\frac{C_k}{\Delta v}\right)^{3/k}}. \quad (8.34)$$

Очевидно, что формулу (8.34) при малых значениях Δv нельзя считать правильной, так как малые возмущения вызываются в основном далекими частицами. Однако большие возмущения производятся в основном ближайшей частицей. Поэтому формулой (8.34) можно пользоваться при больших значениях Δv . В данном случае, заменяя в формуле (8.34) экспоненциальный множитель единицей (это возможно, когда $r \ll r_0$), находим

$$k_v \approx \frac{C_k^{3/k} n}{(\nu - \nu_0)^{\frac{3+k}{k}}}. \quad (8.35)$$

Формулой (8.35) дается асимптотическое выражение для коэффициента поглощения в крыльях линии.

Разумеется, обе рассматриваемые теории, если бы они были точными, давали бы одинаковые результаты. Однако в обеих теориях сделаны упрощающие предположения, вследствие чего каждая из них имеет свою область применимости. Исследование этого вопроса показало, что метод дискретных встреч дает правильные результаты для центральных частей линии, а статистический метод — для внешних. Иными словами, в центральных частях линии коэффициент поглощения определяется формулой (8.18) с соответствующими значениями a и γ_c , а во внешних частях линии — формулой (8.35) (которая, как уже было сказано, только для этих частей и справедлива).

Граница между областями применимости приведенных выше выражений для k_v зависит как от типа взаимодействия между атомами и возмущающими частицами, так и от физических условий в звездной атмосфере (оказывается, что эта граница тем дальше от центра линии, чем больше концентрация возмущающих частиц и чем меньше средняя относительная скорость частицы и атома).

В звездных атмосферах присутствуют возмущающие частицы разных сортов, и все они как-то влияют на коэффициент поглощения в данной линии. Обычно основное влияние в центральных частях линии оказывают частицы одного рода, а во внешних частях — другого рода. Однако при изменении глубины в атмосфере относительная роль разных частиц меняется. Разумеется, происходит изменение относительной роли частиц и при переходе к другим линиям и к атмосферам других типов. Поэтому правильный учет влияния посторонних частиц (т. е. эффектов давления) на коэффициент поглощения в спектральной линии является довольно трудным делом.

4. Эффект Штарка. Особенno большое влияние на коэффициент поглощения оказывает присутствие заряженных частиц (ионов и свободных электронов) около поглощающих атомов. В электрическом поле, создаваемом этими частицами, происходит смещение энергетических уровней атома, т. е. действует эффект Штарка. Очевидно, что смещение уровней у разных атомов в данный момент различно, вследствие чего спектральная линия расширяется. Как известно, различают линейный и квадратичный эффект Штарка. В первом случае смещение уровней пропорционально первой степени напряженности поля, во втором — ее квадрату. Соответственно этому, в формуле (8.28), определяющей смещение уровней, $k=2$ и $k=4$ (так как напряженность поля пропорциональна r^{-2}).

Мы сейчас рассмотрим (более подробно, чем выше) линейный эффект Штарка, который действует на уровня водорода и высокие уровни гелия. Сначала допустим, что возмущающими частицами являются ионы. Так как тепловые скорости ионов сравнительно невелики, то в этом случае можно применить статистическую (или, как ее иногда называют, статическую) теорию.

Выше было получено выражение для k_v при допущении, что возмущение вызывается лишь ближайшей к атому частицей. Теперь мы примем во внимание все частицы, которые будем считать случайно расположеными в пространстве.

Пусть F — напряженность поля, создаваемого частицей, находящейся на расстоянии r от атома, т. е.

$$F = \frac{e}{r^2}, \quad (8.36)$$

и F_0 — «средняя» напряженность поля, соответствующая значению r_0 , определенному формулой (8.33), т. е.

$$F_0 = \frac{e}{r_0^2} = \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{2/3} e n^{2/3} = 2,60 e n^{2/3}. \quad (8.37)$$

Обозначим через β величину F/F_0 и через $W(\beta) d\beta$ — вероятность того, что эта величина заключена в интервале от β до $\beta + d\beta$.

Функция $W(\beta)$ при учете действия всех частиц была впервые найдена Хольцмарком. Она дается формулой

$$W(\beta) = \frac{2}{\pi\beta} \int_0^\infty x \sin x e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{3/2}} dx. \quad (8.38)$$

При $\beta \gg 1$ из (8.38) получаем

$$W(\beta) = 1,496\beta^{-5/2} (1 + 5,106\beta^{-3/2} + 14,43\beta^{-3} + \dots), \quad (8.39)$$

а при $\beta \ll 1$:

$$W(\beta) = \frac{4}{3\pi} \beta^2 (1 - 0,4628\beta^2 + 0,1227\beta^4 + \dots). \quad (8.40)$$

Значения функции Хольцмарка приведены в табл. 7.

Таблица 7

Функция Хольцмарка

β	$W(\beta)$										
0	0	1,6	0,367	3,0	0,176	4,6	0,0573	6,0	0,0242	8,5	0,0087
0,2	0,017	1,8	0,360	3,2	0,150	4,8	0,0494	6,2	0,0219	9,0	0,0075
0,4	0,063	2,0	0,339	3,4	0,128	5,0	0,0431	6,4	0,0199	10,0	0,0056
0,6	0,130	2,2	0,310	3,6	0,111	5,2	0,0379	6,6	0,0181	15,0	0,00188
0,8	0,203	2,4	0,275	3,8	0,098	5,4	0,0336	6,8	0,0166	20,0	0,00089
1,0	0,271	2,6	0,238	4,0	0,086	5,6	0,0299	7,0	0,0153	25,0	0,00050
1,2	0,324	2,8	0,206	4,2	0,075	5,8	0,0268	7,5	0,0125	30,0	0,00031
1,4	0,356			4,4	0,065			8,0	0,0104		

Если бы мы приняли во внимание только действие ближайшей частицы, то, пользуясь формулой (8.32) и тем, что $\beta = (r_0/r)^2$, получили бы

$$W(\beta) = \frac{3}{2} e^{-\beta^{-3/2}} \beta^{-5/2}. \quad (8.41)$$

При $\beta \gg 1$ формула (8.41) дает почти такие же значения $W(\beta)$, как и формула (8.38). Объясняется это тем, что большие напряженности поля создаются в основном ближайшей частицей.

После определения функции $W(\beta)$ можно без труда найти и коэффициент поглощения k_v . Очевидно, что величина β может быть представлена в виде $\beta = (v - v_0)/(\Delta v)_0$, где $(\Delta v)_0$ — смещение линии при напряженности поля F_0 . Поэтому вероятность поглощения фотонов с частотами от v до $v + dv$ будет равна $W[(v - v_0)/(\Delta v)_0] dv / (\Delta v)_0$. Однако в действительности линия в электрическом поле расщепляется на ряд компонент. Обозначим через I_j относительную силу j -й компоненты и через b_j — смещение этой компоненты при единичной

напряженности поля (следовательно, $(\Delta v)_0 = b_j F_0$). Тогда для коэффициента поглощения получаем

$$k_v \sim \sum \frac{I_j}{b_j F_0} W\left(\frac{v-v_0}{b_j F_0}\right). \quad (8.42)$$

Как известно (см., например, [3]),

$$b_j = \frac{3h}{8\pi^2 me} n_j, \quad (8.43)$$

где m и e — масса и заряд электрона, n_j — целое число, зависящее от начального и конечного уровней.

Чтобы полностью определить k_v , воспользуемся, как обычно в таких случаях, формулой (8.11). В результате находим

$$k_v = \frac{hv_0}{c} B_{ik} \sum \frac{I_j}{b_j F_0} W\left(\frac{v-v_0}{b_j F_0}\right). \quad (8.44)$$

Наибольший интерес представляет поведение коэффициента поглощения в далеких от центра частях линии. В этом случае, беря для $W(\beta)$ только первый член в формуле (8.39), имеем

$$k_v = \frac{hv_0}{c} B_{ik} \frac{1,496 F_0^{3/2}}{(v-v_0)^{5/2}} \sum I_j b_j^{-1/2}. \quad (8.45)$$

Эта формула, как и должно быть, находится в полном соответствии с формулой (8.35) при $k=2$.

Перейдем в формуле (8.45) от частоты v к длине волны λ и запишем ее в виде

$$k_\lambda = C \frac{F_0^{3/2}}{(\lambda - \lambda_0)^{5/2}}, \quad (8.46)$$

где C — постоянная, различная для разных линий. В случае бальмеровских линий вычисления дали, что постоянная C равна $3,13 \cdot 10^{-16}$ для H_α , $0,885 \cdot 10^{-16}$ для H_β , $0,442 \cdot 10^{-16}$ для H_γ и $0,309 \cdot 10^{-16}$ для H_δ , причем $\lambda - \lambda_0$ выражено в ангстремах.

Следует подчеркнуть, что входящая в формулу (8.46) величина F_0 представляет собой «среднюю» напряженность поля, обусловленную ионами. Подставляя (8.37) в (8.46), находим

$$k_\lambda = \frac{4\pi}{3} C \frac{e^{3/2} n}{(\lambda - \lambda_0)^{5/2}}, \quad (8.47)$$

где n — число ионов в 1 см^3 . Мы видим, что в крыльях водородных линий коэффициент поглощения тем больше, чем больше концентрация ионов. Поэтому можно ожидать широких водородных линий поглощения в спектрах звезд с большими плотностями в атмосферах (особенно в спектрах белых карликов).

Из формулы (8.47) также видно, что во внешних частях линий коэффициент поглощения, обусловленный эффектом Штарка, убы-

вает как $(\lambda - \lambda_0)^{-5/2}$. Этим он существенно отличается от коэффициента поглощения, обусловленного затуханием, который убывает как $(\lambda - \lambda_0)^{-2}$.

Рассмотрим теперь вопрос о том, какое влияние на коэффициент поглощения оказывает эффект Штарка, вызванный свободными электронами. В данном случае вследствие больших скоростей свободных электронов можно применить метод дискретных встреч. Он приводит к коэффициенту поглощения, даваемому формулой (8.18) с соответствующей постоянной затухания вследствие столкновений. Оказывается, что такое выражение для k_λ справедливо до весьма большого расстояния от центра линии. Мы обозначим это граничное расстояние через $\Delta\lambda_g$. В табл. 8, взятой из статьи

Таблица 8

Значения величины $\Delta\lambda_g$ для бальмеровских линий

T	20 000 K	10 000 K	5000 K	3000 K
H_α { электроны протоны	580 0,63	230 0,25	110 0,12	70 0,08
H_β { электроны протоны	120 0,13	48 0,05	24 0,03	14 0,02
H_γ { электроны протоны	48 0,05	19 0,02	9 0,01	6 0,006
H_δ { электроны протоны	32 0,03	13 0,01	6 0,007	4 0,004

Унзольда [2], приведены значения величины $\Delta\lambda_g$ (выраженной в ангстремах) для некоторых бальмеровских линий. В той же таблице даны для сравнения значения $\Delta\lambda_g$ при эффекте Штарка, вызванном протонами. Мы видим, что в последнем случае значения $\Delta\lambda_g$ весьма малы. При значениях $\lambda - \lambda_0$, превосходящих $\Delta\lambda_g$, следует пользоваться выражением для k_λ , даваемым статистической теорией.

Вычисления, сделанные указанным методом, привели к заключению, что коэффициент поглощения, обусловленный электронами, значительно меньше коэффициента поглощения, обусловленного протонами. Поэтому влиянием электронов на коэффициент поглощения пренебрегали. Однако затем было установлено, что эксперимент не подтверждает теорию, основанную только на учете влияния протонов. В связи с этим был выполнен ряд исследований, в которых рассмотрено одновременное воздействие протонов и электронов на атом водорода. Вместе с тем были приняты во внимание неадиабатические явления, заключающиеся в переходах между компонентами, на которые расщепляется энергетический уровень в электрическом поле (раньше этого не делалось). В результате было

показано, что влияние электронов на коэффициент поглощения является существенным.

Согласно полученным результатам коэффициент поглощения в крыльях водородных линий представляется в виде

$$k_\lambda = C \frac{F_0^{3/2}}{(\lambda - \lambda_0)^{5/2}} [1 + R(n_e, T)(\lambda - \lambda_0)^{1/2}], \quad (8.48)$$

где множитель перед квадратными скобками — коэффициент поглощения, обусловленный протонами, а второе слагаемое в скобках учитывает влияние электронов. Значения величины $R(n_e, T)$ для трех бальмеровских линий при разных значениях электронной концентрации n_e и температуры T приведены в табл. 9 (считается, что $\lambda - \lambda_0$ выражено в ангстремах).

Таблица 9

Значения величины $R(n_e, T)$

T	H_α			H_β			H_γ		
	10^4	$2 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^4$	10^4	$2 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^4$	10^4	$2 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^4$
$\lg n_e$									
10	1,05	0,79	0,59	1,05	0,80	0,60	1,37	1,04	0,78
12	0,82	0,63	0,48	0,81	0,62	0,48	1,03	0,80	0,62
14	0,59	0,46	0,36	0,56	0,45	0,35	0,70	0,56	0,45
15	0,47	0,38	0,30	0,45	0,35	0,28	0,53	0,44	0,35
16	0,35	0,30	0,25	0,33	0,26	0,22	0,37	0,31	0,26
17	0,24	0,22	0,19	0,21	0,17	0,15	0,21	0,19	0,17
18	0,12	0,14	0,13	0,09	0,09	0,08	0,09	0,09	0,09

Многие формулы для коэффициента поглощения в спектральной линии, употребляемые в астрофизике, содержатся в справочнике К. Ленга [4].

§ 9. Линии поглощения при локальном термодинамическом равновесии

1. Основные формулы. После определения коэффициента поглощения в спектральной линии перейдем к вопросу об образовании линий поглощения в спектре звезды. Мы будем рассматривать линию, возникающую при переходе из i -го состояния в k -е данного атома. Коэффициент поглощения в линии, как и раньше, обозначим через σ_v , а коэффициент излучения — через ϵ_v . Эти величины зависят от индексов i и k , но для упрощения записи мы их не пишем. Коэффициенты поглощения и излучения в непрерывном спектре обозначим соответственно через α_v и ϵ_v^0 . Эти величины обуслов-