

показано, что влияние электронов на коэффициент поглощения является существенным.

Согласно полученным результатам коэффициент поглощения в крыльях водородных линий представляется в виде

$$k_\lambda = C \frac{F_0^{3/2}}{(\lambda - \lambda_0)^{5/2}} [1 + R(n_e, T)(\lambda - \lambda_0)^{1/2}], \quad (8.48)$$

где множитель перед квадратными скобками — коэффициент поглощения, обусловленный протонами, а второе слагаемое в скобках учитывает влияние электронов. Значения величины $R(n_e, T)$ для трех бальмеровских линий при разных значениях электронной концентрации n_e и температуры T приведены в табл. 9 (считается, что $\lambda - \lambda_0$ выражено в ангстремах).

Таблица 9

Значения величины $R(n_e, T)$

T	H_α			H_β			H_γ		
	10^4	$2 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^4$	10^4	$2 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^4$	10^4	$2 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^4$
$\lg n_e$									
10	1,05	0,79	0,59	1,05	0,80	0,60	1,37	1,04	0,78
12	0,82	0,63	0,48	0,81	0,62	0,48	1,03	0,80	0,62
14	0,59	0,46	0,36	0,56	0,45	0,35	0,70	0,56	0,45
15	0,47	0,38	0,30	0,45	0,35	0,28	0,53	0,44	0,35
16	0,35	0,30	0,25	0,33	0,26	0,22	0,37	0,31	0,26
17	0,24	0,22	0,19	0,21	0,17	0,15	0,21	0,19	0,17
18	0,12	0,14	0,13	0,09	0,09	0,08	0,09	0,09	0,09

Многие формулы для коэффициента поглощения в спектральной линии, употребляемые в астрофизике, содержатся в справочнике К. Ленга [4].

§ 9. Линии поглощения при локальном термодинамическом равновесии

1. Основные формулы. После определения коэффициента поглощения в спектральной линии перейдем к вопросу об образовании линий поглощения в спектре звезды. Мы будем рассматривать линию, возникающую при переходе из i -го состояния в k -е данного атома. Коэффициент поглощения в линии, как и раньше, обозначим через σ_v , а коэффициент излучения — через ϵ_v . Эти величины зависят от индексов i и k , но для упрощения записи мы их не пишем. Коэффициенты поглощения и излучения в непрерывном спектре обозначим соответственно через α_v и ϵ_v^0 . Эти величины обуслов-

лены всеми атомами, находящимися в данном элементарном объеме. В пределах линии коэффициенты α_v и ε_v^0 очень слабо зависят от частоты.

Принимая, что атмосфера состоит из плоскопараллельных слоев, получаем следующее уравнение переноса излучения в спектральной линии:

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{dr} = -(\sigma_v + \alpha_v) I_v + \varepsilon_v + \varepsilon_v^0. \quad (9.1)$$

Здесь, как и раньше, ϑ — угол между направлением излучения и внешней нормалью к атмосферным слоям, а интенсивность излучения I_v зависит от r и ϑ .

При рассмотрении непрерывного спектра звезд мы сделали предположение о локальном термодинамическом равновесии. В таком случае имеем

$$\varepsilon_v^0 = \alpha_v B_v(T), \quad (9.2)$$

где $B_v(T)$ — планковская интенсивность излучения для частот данной линии.

Аналогичное предположение мы сделаем сначала и при рассмотрении образования спектральных линий, т. е. будем считать

$$\varepsilon_v = \sigma_v B_v(T). \quad (9.3)$$

Очевидно, что применимость соотношения (9.3) нуждается в большем обосновании, чем применимость соотношения (9.2), так как линии возникают в среднем в более поверхностных слоях звезд, чем непрерывный спектр.

При помощи (9.2) и (9.3) вместо уравнения (9.1) находим

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{dr} = -(\sigma_v + \alpha_v) (I_v - B_v). \quad (9.4)$$

Пусть t_v — оптическая глубина в атмосфере в частоте v внутри линии, т. е.

$$t_v = \int_r^\infty (\sigma_v + \alpha_v) dr. \quad (9.5)$$

Тогда уравнение (9.4) принимает вид

$$\cos \vartheta \frac{dI_v(t_v, \vartheta)}{dt_v} = I_v(t_v, \vartheta) - B_v(T). \quad (9.6)$$

Наибольший интерес для нас представляет интенсивность излучения в линии, выходящего из атмосферы. Для этой величины из уравнения (9.6) получаем

$$I_v(0, \vartheta) = \int_0^\infty B_v(T) e^{-t_v \sec \vartheta} \sec \vartheta dt_v. \quad (9.7)$$

Интенсивность излучения, выходящего из атмосферы в непрерывном спектре вблизи линии, мы обозначим через $I_v^0(0, \vartheta)$. Эта величина равна

$$I_v^0(0, \vartheta) = \int_0^\infty B_v(T) e^{-\tau_v \sec \vartheta} \sec \vartheta d\tau_v, \quad (9.8)$$

где τ_v — оптическая глубина в атмосфере в непрерывном спектре вблизи линии, т. е.

$$\tau_v = \int_r^\infty \alpha_v dr. \quad (9.9)$$

Отношение

$$r_v(\vartheta) = \frac{I_v(0, \vartheta)}{I_v^0(0, \vartheta)} \quad (9.10)$$

характеризует профиль линии поглощения на угловом расстоянии ϑ от центра диска звезды. Очевидно, что величина $r_v(\vartheta)$ может быть найдена из наблюдений только для Солнца (и в принципе — для затменных переменных). Для обычных же звезд из наблюдений определяется лишь профиль линии поглощения в спектре всего диска. Этот профиль характеризуется отношением

$$r_v = \frac{H_v}{H_v^0}, \quad (9.11)$$

где H_v — поток излучения, выходящего из звезды в частоте v внутри линии, и H_v^0 — поток излучения, выходящего из звезды в непрерывном спектре вблизи линии. Величина H_v определяется формулой

$$H_v = 2\pi \int_0^\infty B_v(T) E_2 t_v dt_v, \quad (9.12)$$

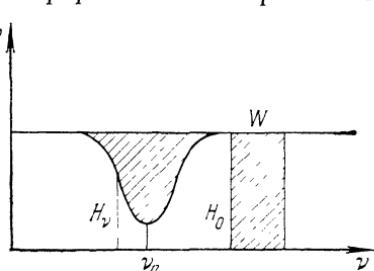


Рис. 11

где $E_2 t_v$ — вторая интегральная показательная функция. Аналогичной формулой (с заменой t_v на τ_v) определяется и величина H_v^0 (см. § 4).

Если известна величина r_v , то легко может быть найдена и так

называемая эквивалентная ширина линии поглощения. Под ней понимается ширина соседнего участка непрерывного спектра, энергия которого равна энергии, поглощенной в линии (рис. 11). Обозначая эквивалентную ширину линии через W , на основании определения имеем

$$H_v^0 W = \int (H_v^0 - H_v) dv, \quad (9.13)$$

или, при использовании (9.11),

$$W = \int (1 - r_v) dv. \quad (9.14)$$

Приведенными формулами, определяющими профили и эквивалентные ширины линий, мы будем часто пользоваться ниже.

2. Определение профилей линий. Для вычисления профилей линий поглощения мы должны знать зависимость между температурой T и оптической глубиной t_v . Точная зависимость между этими величинами может быть найдена только на основе расчета моделей звездных фотосфер. Однако некоторый интерес представляет и приближенная зависимость между T и t_v , которой мы сейчас воспользуемся.

Из формул (6.1) и (6.5) вытекает следующая приближенная формула, связывающая между собой температуру T и оптическую глубину t_v в непрерывном спектре:

$$B_v(T) = B_v(T_0) \left(1 + \beta_v \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_v} t_v \right). \quad (9.15)$$

При получении этой формулы предполагалось, что отношение коэффициента поглощения в непрерывном спектре α_v к среднему коэффициенту поглощения $\bar{\alpha}$ не зависит от глубины. Теперь мы допустим, что и отношение коэффициента поглощения в линии к коэффициенту поглощения в непрерывном спектре, т. е. величина σ_v/α_v , также не зависит от глубины. Тогда на основании формул (9.5) и (9.9) имеем

$$t_v = \left(\frac{\sigma_v}{\alpha_v} + 1 \right) \tau_v. \quad (9.16)$$

Подстановка (9.16) в (9.15) дает

$$B_v(T) = B_v(T_0) \left(1 + \beta_v \frac{\bar{\alpha}}{\sigma_v + \alpha_v} t_v \right). \quad (9.17)$$

Для нахождения величины $r_v(\vartheta)$, определенной формулой (9.10), мы должны подставить (9.17) в (9.7) и (9.15) в (9.8). Делая это, получаем

$$r_v(\vartheta) = \frac{1 + \beta_v \frac{\bar{\alpha}}{\sigma_v + \alpha_v} \cos \vartheta}{1 + \beta_v \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_v} \cos \vartheta}. \quad (9.18)$$

Формулой (9.18) определяется профиль линии на угловом расстоянии ϑ от центра диска. Аналогично получается выражение для величины r_v , характеризующей профиль линии в спектре всей

звезды:

$$r_v = \frac{1 + \frac{2}{3} \beta_v \frac{\bar{\alpha}}{\sigma_v + \alpha_v}}{1 + \frac{2}{3} \beta_v \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_v}}. \quad (9.19)$$

Очевидно, что в случае локального термодинамического равновесия линия поглощения возникает вследствие роста температуры с глубиной. Так как коэффициент поглощения в линии больше коэффициента поглощения в непрерывном спектре, то излучение в линии доходит до нас из менее глубоких слоев, где температура ниже. Поэтому интенсивность излучения в линии оказывается меньше интенсивности излучения в непрерывном спектре. Если бы температура в атмосфере была постоянной, то в формулах (9.18) и (9.19) мы имели бы $\beta_v = 0$, а значит $r_v(\vartheta) = 1$ и $r_v = 1$, т. е. линий поглощения не было бы.

Следует иметь в виду, что приближенные формулы (9.18) и (9.19) могут в некоторых случаях обладать очень малой точностью, так как величины σ_v/α_v и α_v/α , которые мы считали постоянными, могут в реальных атмосферах сильно меняться с глубиной.

Как уже сказано, для получения точных профилей линий необходимы предварительные расчеты моделей звездных фотосфер. Эти расчеты дают распределение температуры и плотности в поверхностных слоях звезды, в которых возникают линии поглощения. Пользуясь такими данными, можно вычислить коэффициенты поглощения σ_v и α_v на разных глубинах, а значит, и оптические глубины t_v и τ_v в виде функций от геометрической глубины.

В качестве примера построения моделей звездных фотосфер и последующего вычисления непрерывных и линейчатых спектров звезд можно указать большую работу де Ягера и Невена. Названные авторы построили 50 моделей фотосфер с поверхностными температурами T_0 от 4000 до 25 000К и с значениями $\lg g$ от 1 до 5. Для каждой модели было найдено распределение энергии в непрерывном спектре и определены профили и эквивалентные ширины многих линий (водорода, гелия, углерода, азота и других атомов). Часть результатов, относящихся к линии H_γ , приведена в табл. 10. Эта таблица, составленная для случая $T_0 = 14 000\text{K}$, содержит значения величины r_v на разных расстояниях от центра линии (выраженных в ангстремах) и при различных значениях $\lg g$. В последнем столбце таблицы даны значения эквивалентной ширины W в ангстремах.

При вычислении профиля линии H_γ было взято выражение для коэффициента поглощения, учитывающее эффект Штарка. Как известно, этот эффект действует тем сильнее, чем больше плотность, а плотность в атмосфере тем больше, чем больше ускорение силы тяжести. Этим объясняется тот факт, что эквивалентная ширина линии W растет с увеличением g .

Таблица 10

Величины r_v и W для линии H_γ при разных ускорениях силы тяжести в атмосфере звезды

$\Delta\lambda$	0	0,5	1	2	4	8	16	32	W
$\lg g$									
1	0,70	0,74	0,92	0,97	1,00				0,60
2	0,72	0,76	0,84	0,92	0,99	1,00			0,90
3	0,74	0,78	0,81	0,86	0,91	0,96	1,00		2,05
4	0,75	0,76	0,77	0,80	0,86	0,93	0,98	1,00	3,50
5	0,78	0,79	0,81	0,83	0,86	0,90	0,95	1,00	4,20

3. Слабые линии и крылья сильных линий. Приведенные выше формулы, определяющие профили линий поглощения, сильно упрощаются в случае слабых линий, т. е. таких, для которых $\sigma_v \ll \alpha_v$. Очевидно, что это неравенство справедливо и для внешних частей сильных линий (которые называются обычно крыльями линий). Поэтому упрощение формулы для r_v будет относиться и к ним.

Рассмотрим какую-либо линию в спектре всей звезды. При выполнении условия $\sigma_v \ll \alpha_v$ формула (9.19) может быть переписана в виде

$$1 - r_v = \frac{\beta_v}{\frac{3}{2} \frac{\alpha_v}{\alpha} + \beta_v} \frac{\sigma_v}{\alpha_v}. \quad (9.20)$$

Мы видим, что в данном случае величина $1 - r_v$ пропорциональна коэффициенту поглощения в линии σ_v . Что же касается множителя перед σ_v , то его можно считать не зависящим от частоты.

В предыдущем параграфе были получены выражения для коэффициента поглощения во внешних частях линии. Пользуясь этими выражениями и формулой (9.20), можно найти величину $1 - r_v$ в крыльях сильных линий. В частности, если σ_v определяется затуханием излучения, то

$$1 - r_\lambda = \frac{D_1}{(\Delta\lambda)^2}, \quad (9.21)$$

а если σ_v определяется эффектом Штарка, то

$$1 - r_\lambda = \frac{D_2}{(\Delta\lambda)^{5/2}}, \quad (9.22)$$

где D_1 и D_2 — некоторые постоянные. Следует, однако, иметь в виду, что в формуле (9.22) принято во внимание лишь влияние протонов. Если же учитывать и влияние электронов, то, как можно заключить на основании выражения (8.48) для коэффициента по-

глощения, в достаточно далеких крыльях линий величина $1 - r_\lambda$ опять дается формулой (9.21) (разумеется, с другим значением постоянной D_1). Значение $\Delta\lambda$, при котором надо перейти от одной формулы к другой для величины $1 - r_\lambda$ в случае действия эффекта Штарка, зависит от электронной концентрации и температуры.

Формула (9.20) является приближенной, так как она основана на приближенной формуле (9.15) и на допущении, что величина σ_v/α_v не меняется в атмосфере. Однако при выполнении неравенства $\sigma_v \ll \alpha_v$ можно также получить упрощенную формулу для r_v , не делая указанных предположений.

На основании формул (9.11) и (9.12) имеем

$$r_v = \frac{\int_0^\infty B_v(T) E_2 t_v dt_v}{\int_0^\infty B_v(T) E_2 \tau_v d\tau_v}. \quad (9.23)$$

Займемся числителем этого выражения. Пользуясь равенством

$$dt_v = \left(\frac{\sigma_v}{\alpha_v} + 1 \right) d\tau_v,$$

мы можем представить его в виде суммы:

$$\int_0^\infty B_v(T) E_2 t_v dt_v = \int_0^\infty B_v(T) E_2 t_v d\tau_v + \int_0^\infty B_v(T) E_2 t_v \frac{\sigma_v}{\alpha_v} d\tau_v. \quad (9.24)$$

Для первого слагаемого находим

$$\begin{aligned} \int_0^\infty B_v(T) E_2 t_v d\tau_v &= \int_1^\infty \frac{dz}{z^2} \int_0^\infty B_v(T) e^{-t_v z} d\tau_v = \\ &= - \int_1^\infty \frac{dz}{z^2} \int_0^\infty e^{-(t_v - \tau_v) z} d\tau_v \frac{d}{d\tau_v} \int_{\tau_v}^\infty B_v(T') e^{-\tau'_v z} d\tau'_v = \\ &= \int_0^\infty B_v(T) E_2 \tau_v d\tau_v - \int_0^\infty \frac{\sigma_v}{\alpha_v} d\tau_v \int_{\tau_v}^\infty B_v(T') E_1 \tau'_v d\tau'_v \end{aligned} \quad (9.25)$$

(здесь использовано интегрирование по частям). Во втором же слагаемом при $\sigma_v \ll \alpha_v$ можно просто заменить t_v на τ_v . Поэтому вместо соотношения (9.24) получаем

$$\begin{aligned} \int_0^\infty B_v(T) E_2 t_v dt_v &= \int_0^\infty B_v(T) E_2 \tau_v d\tau_v - \\ &- \int_0^\infty \frac{\sigma_v}{\alpha_v} d\tau_v \left[\int_{\tau_v}^\infty B_v(T') E_1 \tau'_v d\tau'_v - B_v(T) E_1 \tau_v \right]. \end{aligned} \quad (9.26)$$

Подстановка (9.26) в (9.23) дает

$$1 - r_v = \int_0^{\infty} \frac{\sigma_v}{\alpha_v} G(\tau_v) d\tau_v, \quad (9.27)$$

где обозначено

$$G(\tau_v) = \frac{\int_{\tau_v}^{\infty} B_v(T) E_1 \tau_v d\tau_v - B_v(T) E_2 \tau_v}{\int_0^{\infty} B_v(T) E_2 \tau_v d\tau_v}. \quad (9.28)$$

Формулу (9.28) можно переписать также в виде

$$G(\tau_v) = \frac{\int_{\tau_v}^{\infty} \frac{dB_v(T)}{d\tau_v} E_2 \tau_v d\tau_v}{\int_0^{\infty} B_v(T) E_2 \tau_v d\tau_v}. \quad (9.29)$$

Таким образом, для искомой величины r_v мы получили формулу (9.27), в которой функция $G(\tau_v)$ дается формулой (9.29). Легко видеть, что в случае, когда для $B_v(T)$ принимается выражение (9.15) и величина σ_v/α_v считается постоянной в атмосфере, формула (9.27) переходит в приведенную выше формулу (9.20).

В формуле (9.27) функция $G(\tau_v)$ представляет собой *весовую функцию* при величине σ_v/α_v . Удобство вычислений по этой формуле обусловлено тем, что весовая функция зависит только от величин, характеризующих непрерывный спектр (но не линии), и слабо зависит от частоты. Поэтому для данной атмосферы весовую функцию можно заранее табулировать и затем вычислять профили различных линий по формуле (9.27).

Вопрос о вычислении величины r_v для слабых линий и для крыльев сильных линий был впервые рассмотрен Унзольдом (см. [5]). Предложенный им «метод весовых функций» мы изложили выше для случая, когда делается предположение о локальном термодинамическом равновесии. Однако этот метод с различными видоизменениями применяется также и в других случаях.

4. Отклонения от термодинамического равновесия. Сделанное нами предположение о локальном термодинамическом равновесии сильно упрощает теорию звездных спектров. Однако возникает важный вопрос о том, в какой мере справедливо это предположение.

Обратимся прежде всего к сравнению теории с наблюдениями. Из формулы (9.7) следует, что при переходе от центра диска к краю интенсивность внутри линии должна стремиться к интенсивности

непрерывного спектра на краю диска, т. е. должно быть

$$I_v(0, \vartheta) \rightarrow B_v(T_0) \quad \text{при} \quad \vartheta \rightarrow \frac{\pi}{2}. \quad (9.30)$$

Иными словами, линии поглощения на краю диска должны исчезать. Особенно ясно это видно из формулы (9.18), из которой следует, что $r_v(\vartheta) \rightarrow 1$ при $\vartheta \rightarrow \pi/2$.

Однако наблюдательные данные об изменении профилей линий на диске Солнца показывают, что исчезновения линий на краю диска в действительности не происходит.

Легко понять, чем вызывается это расхождение между теорией и наблюдениями. В глубоких слоях атмосферы возбуждение атомов происходит в основном под действием столкновений. При этом благодаря максвелловскому распределению частиц по скоростям устанавливается больцмановское распределение атомов по возбужденным уровням. В свою очередь это приводит к тому, что отношение коэффициента излучения ϵ_v к коэффициенту поглощения σ_v будет равняться планковской интенсивности при температуре, равной кинетической температуре газа. Таким образом, в глубоких слоях атмосферы можно предполагать наличие локального термодинамического равновесия. Однако при переходе к менее глубоким слоям роль столкновений в возбуждении атомов уменьшается, а в самых верхних слоях возбуждение вызывается в основном излучением. Вследствие же того, что плотность этого излучения сильно отличается от планковской плотности, распределение атомов по состояниям уже не будет определяться формулой Больцмана. Поэтому не будет соблюдаться и закон Кирхгофа — Планка.

Таким образом, в верхних слоях атмосферы должны существовать значительные отклонения от локального термодинамического равновесия. Этим и объясняется тот факт, что профили линий, вычисленные при предположении о наличии локального термодинамического равновесия, не согласуются с наблюдаемыми профлиями линий.

Из сказанного следует, что при решении задачи об образовании линий поглощения в звездных спектрах коэффициент излучения в линии ϵ_v нельзя задавать формулой (9.3), а его следует определять в ходе решения самой задачи. Точнее говоря, нахождение профилей линий поглощения должно основываться на рассмотрении переноса излучения в спектральных линиях. Таким рассмотрением мы займемся в следующих параграфах. Пока же заметим, что строгое решение задачи об образовании линейчатых спектров звезд представляет большие трудности. Поэтому при вычислении профилей линий часто все-таки пользуются приведенными выше формулами, основанными на предположении о локальном термодинамическом равновесии. По-видимому, приближенно это можно делать для слабых линий, возникающих в сравнительно глубоких слоях атмосферы.

Ясно, что при исследовании переноса излучения в спектральных линиях следует одновременно принимать во внимание все линии данного атома, т. е. иметь дело с многоуровненным атомом. Однако в дальнейшем мы будем рассматривать в основном изолированную спектральную линию, т. е. двухуровненный атом. Это необходимо сделать как для получения первого приближения к действительности, так и для более отчетливого понимания физических процессов, ведущих к образованию линейчатых спектров звезд.

§ 10. Линии поглощения при когерентном рассеянии

1. Модель Шварцшильда — Шустера. В предыдущем параграфе мы сделали допущение о локальном термодинамическом равновесии в звездных атмосферах и в соответствии с этим для коэффициента излучения в линии ϵ_v пользовались формулой (9.3). Однако это допущение не подтверждается наблюдениями, и поэтому мы должны рассмотреть те реальные физические процессы, которые обусловливают величину ϵ_v . Как уже говорилось, возбуждение атомов во внешних слоях звезд вызывается в основном излучением. Следовательно, энергия, излучаемая каким-либо объемом, зависит от лучистой энергии, поглощаемой этим объемом. Поэтому чтобы написать выражение для ϵ_v , надо знать долю энергии, излучаемой в частоте v внутри данной линии, из общего количества поглощаемой лучистой энергии.

Сначала при нахождении величины ϵ_v мы сделаем следующие два предположения:

1. Будем считать, что количество энергии, излучаемое элементарным объемом в данной линии, точно равно количеству энергии, поглощаемому этим объемом в той же линии, т. е. нет перераспределения энергии между линиями, а также нет других процессов, ведущих к появлению или исчезновению квантов в рассматриваемой линии. В таком случае говорят о чистом рассеянии излучения в спектральной линии.

2. Будем считать, что энергия, поглощаемая элементарным объемом в данной частоте внутри линии, испускается им в точности в той же частоте, т. е. нет перераспределения излучения по частотам внутри линии. Такой процесс называется когерентным рассеянием излучения.

Указанные предположения были сделаны еще в первых работах по теории звездных спектров и принимались в течение долгого времени. Впоследствии выяснилось, что они весьма далеки от действительности. Это повело к различным уточнениям теории, которые мы рассмотрим позднее.

Из сделанных предположений вытекает, что каждый элементарный объем излучает столько энергии в данной частоте внутри линии, сколько он ее поглощает. Таким образом, мы считаем, что в звездной атмосфере осуществляется монохроматическое лучистое