

Поэтому находим

$$I(0, \mu) = \frac{\varphi(\mu)}{\sqrt{1-\lambda}} \left[c_0 + c_1 \left(\mu + \frac{\lambda}{2} \frac{\alpha_1}{\sqrt{1-\lambda}} \right) \right], \quad (10.69)$$

где α_1 — первый момент функции $\varphi(\mu)$.

Сопоставляя между собой свободный член уравнения (10.60) и выражение (10.65) для функции $g(t)$, получаем следующее выражение для интенсивности излучения, выходящего из атмосферы в частоте v :

$$\begin{aligned} I_v(0, \mu) &= \\ &= \frac{\varphi_v(\mu)}{\sqrt{1-\lambda_v}} \frac{1+Q\gamma\eta_v}{1+\eta_v} B_v(T_0) \left[1 + \frac{\beta_v^*}{1+\eta_v} \left(\mu + \frac{\lambda_v}{2} \frac{\alpha_{v1}}{\sqrt{1-\lambda_v}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (10.70)$$

Здесь под $\varphi_v(\mu)$ понимается функция $\varphi(\mu)$, определенная уравнением (10.67) при значении λ , даваемом формулой (10.63).

Интенсивность излучения, выходящего из атмосферы в непрерывном спектре вблизи линии, получается из (10.70) при $\eta_v=0$. Она равна

$$I_v^0(0, \mu) = B_v(T_0) (1 + \beta_v^* \mu). \quad (10.71)$$

Из (10.70) и (10.71) следует, что величина $r_v(\mu)$, определяющая профиль линии поглощения на угловом расстоянии $\arccos \mu$ от центра диска, дается формулой

$$\begin{aligned} r_v(\mu) &= \frac{I_v(0, \mu)}{I_v^0(0, \mu)} = \\ &= \frac{\varphi_v(\mu)}{(1+\beta_v^*\mu)\sqrt{1-\lambda_v}} \frac{1+Q\gamma\eta_v}{1+\eta_v} \left[1 + \frac{\beta_v^*}{1+\eta_v} \left(\mu + \frac{\lambda_v}{2} \frac{\alpha_{v1}}{\sqrt{1-\lambda_v}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (10.72)$$

Для однородной атмосферы (т. е. в случае $\beta_v^*=0$) и при отсутствии флуоресценции (т. е. при $\gamma=0$) из формулы (10.72) находим

$$r_v(\mu) = \frac{\varphi_v(\mu)}{\sqrt{1+\eta_v}}. \quad (10.73)$$

Формула (10.72) (при $Q=1$) была впервые получена Чандрасекаром.

§ 11. Линии поглощения при некогерентном рассеянии

1. **Перераспределение излучения по частотам внутри линии.** В предыдущем параграфе при рассмотрении вопроса об образовании линий поглощения в звездных спектрах были сделаны два предположения: 1) о чистом рассеянии в спектральной линии (т. е. об отсутствии перераспределения излучения между линиями, а также между линиями и непрерывным спектром), 2) о когерентном рассеянии (т. е. об отсутствии перераспределения излучения по частотам внутри линии). Однако профили линий, вычисленные при

этих предположениях, весьма сильно отличаются от наблюденных профилей. Это свидетельствует о том, что указанные предположения на самом деле не осуществляются, и от них надо отказаться. Учет флуоресценции (точнее говоря, перераспределения излучения между линиями и непрерывным спектром), уже произведенный выше, значительно уменьшает расхождение между теорией и наблюдениями. Теперь мы примем во внимание и некогерентность рассеяния, т. е. изменение частоты излучения при элементарном акте рассеяния.

Перечислим сначала причины, приводящие к перераспределению излучения по частотам внутри линии.

1. Естественная размытость энергетических уровней атома. Если уровни размыты, то атом может поглощать фотоны одной частоты, а излучать фотоны несколько другой частоты, возвращаясь после процесса рассеяния не точно в исходное состояние. Этот эффект играет роль в случае линий субординатных серий, для которых как верхний, так и нижний уровень являются размытыми. В случае же линий основной серии, для которых нижний уровень может считаться бесконечно тонким (если только атом вследствие каких-либо причин не выходит часто из основного состояния), частота излученного фотона совпадает с частотой поглощенного фотона.

2. Тепловое движение атомов. Пусть движущийся атом поглотил фотон определенной частоты. Так как этот атом может испустить фотон в любую сторону, то вследствие эффекта Доплера частота излученного фотона для неподвижного наблюдателя может быть различной. Поэтому частоты поглощенного и излученного движущимся атомом фотонов, вообще говоря, не совпадают.

3. Эффекты давления. Пусть в момент поглощения атомом фотона вблизи от атома находится возмущающая частица. За время, в течение которого атом пребывает в верхнем состоянии, частица может удалиться от атома, вследствие чего вызываемое ею смещение энергетических уровней изменится. По указанной причине частота излучаемого фотона будет отличаться от частоты поглощенного фотона. При этом разность энергий фотонов унесет с собой возмущающую частицу.

Обозначим через $p(v, v')dv$ вероятность того, что элементарный объем, поглотив фотоны частоты v' , излучает после этого фотоны в интервале частот от v до $v + dv$. Функция $p(v, v')$ определяется перечисленными причинами и, вообще говоря, весьма сложна (см., например, [6]).

Мы сейчас не будем заниматься подробным рассмотрением функции $p(v, v')$, а отметим лишь два частных случая. Допустим сначала, что эффекты давления не играют роли, т. е. функция $p(v, v')$ обусловлена только естественной размытостью уровней (иными словами, затуханием излучения) и тепловым движением атомов. В этом слу-

чае для резонансной линии была получена следующая формула, определяющая $p(v, v')$:

$$p(v, v') \sigma_{v'} = \frac{nk_0}{\pi \Delta v_D} \int_0^{\infty} e^{-(y+r)^2} \left[\operatorname{arctg} \frac{y+s}{a} + \operatorname{arctg} \frac{y-s}{a} \right] dy, \quad (11.1)$$

где

$$s = \frac{u+u'}{2}, \quad r = \frac{|u-u'|}{2}, \quad (11.2)$$

σ_v — объемный коэффициент поглощения, равный $\sigma_v = nk_v$. Величина k_v определяется формулой (8.17), и прочие величины в (11.1) имеют такой же смысл, что и в (8.17). В точную формулу для $p(v, v')$ входит также угол рассеяния. Формула (11.1) может быть получена из точной формулы путем интегрирования по углу.

В другом частном случае мы предположим, что эффекты давления оказывают основное влияние на вид функции $p(v, v')$. Если за время жизни атома в возбужденном состоянии возмущающее поле меняется очень сильно, то можно считать, что частота излучаемого фотона v не зависит от частоты поглощенного фотона v' . В этом случае функция $p(v, v')$, которую мы можем обозначить просто через p_v , определяется весьма легко.

Очевидно, что функция $p(v, v')$ должна удовлетворять условию

$$\int p(v, v') dv = 1, \quad (11.3)$$

где интегрирование производится по всем частотам. Кроме того, должно выполняться соотношение

$$p(v, v') \sigma_{v'} = p(v', v) \sigma_v, \quad (11.4)$$

выражающее «принцип обратимости» для оптических явлений.

Если функция $p(v, v')$ не зависит от v' , то из (11.4) следует, что $p_v = c \sigma_v$, где c — постоянная. Определяя c из формулы (11.3), получаем

$$p_v = \frac{\sigma_v}{\int \sigma_{v'} dv'}. \quad (11.5)$$

Мы будем говорить, что в данном случае происходит полное перераспределение излучения по частотам при элементарном акте рассеяния. Такое рассеяние излучения будем называть полностью некогерентным.

Приведенные формулы для функции $p(v, v')$ соответствуют разным значениям давления: при малых давлениях следует пользоваться формулой (11.1), при больших — формулой (11.5). Очевидно, что при изучении диффузии излучения в газовых туманностях должна применяться формула (11.1). В случае же звездных атмосфер можно, по-видимому, пользоваться формулой (11.5). Однако и в случае туманностей обычно делается предположение о полном перераспре-

делении излучения по частотам, так как некоторые вычисления показали, что замена формулы (11.1) на (11.5) не приводит к большим различиям в результатах.

Используя функцию $p(v, v')$, мы можем написать выражение для коэффициента излучения ϵ_v . Если считать, что в линии происходит чистое рассеяние излучения, то имеем

$$\epsilon_v = \int p(v, v') \sigma_{v'} dv' \int I_{v'} \frac{d\omega}{4\pi}. \quad (11.6)$$

При $p(v, v') = \delta(v - v')$, где δ — функция Дирака, из (11.6) следует

$$\epsilon_v = \sigma_v \int I_v \frac{d\omega}{4\pi}, \quad (11.7)$$

т. е. выражение для ϵ_v в случае когерентного рассеяния излучения.

Подставляя в (11.6) выражение для $p(v, v')$, даваемое формулой (11.5), получаем

$$\epsilon_v = \sigma_v \frac{\int \sigma_{v'} dv' \int I_{v'} \frac{d\omega}{4\pi}}{\int \sigma_{v'} dv'}. \quad (11.8)$$

Этой формулой определяется коэффициент излучения при полностью некогерентном рассеянии.

В дальнейшем мы будем считать, что в звездных атмосферах происходит полностью некогерентное рассеяние излучения в спектральных линиях.

2. Уравнение переноса излучения и его решение. После рассмотрения процессов, происходящих при элементарном акте рассеяния, перейдем к определению профилей линий поглощения. При этом, как уже сказано, сделаем предположение о полном перераспределении излучения по частотам.

Для простоты будем считать, что флуоресценция отсутствует. В таком случае уравнение переноса излучения мы должны взять в форме (10.21), а выражение для коэффициента излучения — в форме (11.8).

Введем оптическую глубину τ в непрерывном спектре при помощи соотношения $d\tau = -\alpha_v dr$ (для упрощения записи мы опускаем индекс v при τ). Тогда указанные уравнения принимают вид

$$\mu \frac{dI_v(\tau, \mu)}{d\tau} = (\eta_v + 1) I_v(\tau, \mu) - \eta_v S(\tau) - B_v(T) \quad (11.9)$$

и

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int p_v dv \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu) d\mu, \quad (11.10)$$

где $\mu = \cos \vartheta$, $\eta = \sigma_v / \alpha$ и использовано обозначение (11.5).

Величину $B_v(T)$ мы раньше брали в виде линейной функции от τ , однако теперь для простоты будем считать ее постоянной и равной $B_v(T_0)$.

Из уравнения (11.9) следует, что искомая интенсивность излучения, выходящего из атмосферы, равна

$$I_v(0, \mu) = \frac{\eta_v}{\eta_v + 1} \int_0^\infty S(\tau) e^{-x\tau} x d\tau + \frac{B_v(T_0)}{\eta_v + 1}, \quad (11.11)$$

где обозначено

$$x = \frac{\eta_v + 1}{\mu}. \quad (11.12)$$

Для составления интегрального уравнения, определяющего функцию $S(\tau)$, найдем интенсивность излучения I_v из (11.9) и подставим в (11.10). В результате получаем

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int p_v dv \int_0^\infty [\eta_v S(\tau') + B_v(T_0)] E_1[|\tau - \tau'|(\eta_v + 1)] d\tau'. \quad (11.13)$$

Уравнение (11.13) может быть переписано в виде

$$S(\tau) = \int_0^\infty K(|\tau - \tau'|) S(\tau') d\tau' + g(\tau), \quad (11.14)$$

где

$$K(\tau) = \frac{1}{2} \int p_v \eta_v dv \int_{\eta_v + 1}^\infty e^{-x\tau} \frac{dx}{x} \quad (11.15)$$

и

$$g(\tau) = B_v(T_0) \left[\int \frac{p_v dv}{\eta_v + 1} - \frac{1}{2} \int p_v dv \int_{\eta_v + 1}^\infty e^{-x\tau} \frac{dx}{x^2} \right]. \quad (11.16)$$

Меняя порядок интегрирования в (11.15), находим

$$K(\tau) = \int_1^\infty e^{-x\tau} A(x) dx, \quad (11.17)$$

где

$$A(x) = \frac{1}{x} \int_{v(x)}^\infty p_v \eta_v dv, \quad (11.18)$$

а $v(x) = v_0$, если $x > \eta_{v_0} + 1$, и $\eta_{v(x)} + 1 = x$, если $x < \eta_{v_0} + 1$ (v_0 — центральная частота линии).

Аналогично получаем

$$g(\tau) = B_v(T_0) \left[\int \frac{p_v dv}{\eta_v + 1} - \frac{1}{2} \int_1^\infty e^{-x\tau} A_1(x) dx \right], \quad (11.19)$$

где

$$A_1(x) = \frac{1}{x^2} \int_{v(x)}^\infty p_v dv \quad (11.20)$$

и нижний предел интегрирования определяется так же, как в (11.18).

Уравнение (11.14) может быть решено методом, изложенным в § 3. Однако нас интересует не сама функция $S(\tau)$, а только интенсивность излучения, выходящего из атмосферы. Эту же величину можно найти по формулам, приведенным в § 3, без предварительного определения функции $S(\tau)$. При этом она будет выражена через функцию $S(0, x)$, определенную уравнением (3.20).

Из формулы (11.19) мы видим, что свободный член уравнения (11.14) состоит из двух частей: постоянной и суперпозиции экспонент. Поэтому, обозначая через $S(\tau, x)$ решение уравнения (11.14) при свободном члене $e^{-x\tau}$, получаем

$$S(\tau) = B_v(T_0) \left[S(\tau, 0) \int \frac{p_v dv}{\eta_v + 1} - \frac{1}{2} \int_1^\infty S(\tau, x) A_1(x) dx \right]. \quad (11.21)$$

Подставляя (11.21) в (11.11) и пользуясь формулой (3.19), находим

$$I_v(0, \mu) = \frac{\eta_v}{\eta_v + 1} B_v(T_0) S(0, x) \left[S(0, 0) \int \frac{p_v}{\eta_v + 1} dv - \right. \\ \left. - \frac{x}{2} \int_1^\infty \frac{S(0, y)}{x+y} A_1(y) dy \right] + \frac{B_v(T_0)}{\eta_v + 1}. \quad (11.22)$$

Входящая в формулу (11.22) величина $S(0, 0)$ может быть найдена при помощи соотношения (3.27). Принимая во внимание (11.17), вместо этого соотношения имеем

$$S^2(0, 0) \left[1 - 2 \int_0^\infty K(\tau) d\tau \right] = 1. \quad (11.23)$$

Подставляя сюда выражение (11.15), получаем

$$S^2(0, 0) \int \frac{p_v dv}{\eta_v + 1} = 1. \quad (11.24)$$

Поэтому формула (11.22) принимает вид

$$I_v(0, \mu) = \frac{\eta_v}{\eta_v + 1} B_v(T_0) S(0, x) \left[\sqrt{\int \frac{p_v dv}{\eta_v + 1}} - \right. \\ \left. - \frac{x}{2} \int_1^\infty \frac{S(0, y)}{x+y} A_1(y) dy \right] + \frac{B_v(T_0)}{\eta_v + 1}. \quad (11.25)$$

Формулой (11.25) и дается искомая интенсивность излучения, выходящего из атмосферы внутри спектральной линии. Вне линии интенсивность излучения в данном случае равна $B_v(T_0)$. Поэтому для величины $r_v(\mu)$ имеем

$$r_v(\mu) = \frac{I_v(0, \mu)}{B_v(T_0)} \quad (11.26)$$

Функция $S(0, x)$, через которую выражается интенсивность излучения $I_v(0, \mu)$, определяется уравнением (3.20). Полагая $x=1/z$ и $S(0, x)=\varphi(z)$, вместо этого уравнения получаем

$$\varphi(z) = 1 + z\varphi(z) \int_0^1 \frac{\varphi(z')}{z+z'} A\left(\frac{1}{z'}\right) \frac{dz'}{z'}. \quad (11.27)$$

В новых обозначениях формула для $r_v(\mu)$ записывается в виде

$$r_v(\mu) = \frac{1}{\eta_v + 1} +$$

$$+ \frac{\eta_v}{\eta_v + 1} \varphi(z) \left[\sqrt{\int \frac{p_v dv}{\eta_v + 1}} - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{\varphi(z')}{z+z'} A_1\left(\frac{1}{z'}\right) \frac{dz'}{z'} \right]. \quad (11.28)$$

Для вычисления величины $r_v(\mu)$ по формуле (11.28) необходимо найти функцию $\varphi(z)$ из уравнения (11.27). Это легко достигается численными методами.

Формула (11.28) дает окончательное выражение для величины $r_v(\mu)$, определяющей профиль линии поглощения при полностью некогерентном рассеянии. Эта формула может быть легко обобщена на тот случай, когда функция $B_v(T)$ представляется в виде линейной функции от T и учитывается флуоресценция [7].

Следует подчеркнуть, что предположение о полном перераспределении излучения по частоте сильно упрощает теорию образования спектральных линий. При таком предположении, в большинстве случаев оправдывающемся на практике, были решены многие важные задачи, относящиеся к звездным спектрам (см. [8]). Однако при решении некоторых частных задач (особенно касающихся резонансных линий) должны использоваться истинные законы перераспределения излучения по частоте внутри линии.

3. Центральные интенсивности линий поглощения. До сих пор мы не занимались сравнением рассматриваемой теории образова-

ния линейчатых спектров звезд с результатами наблюдений. Сделаем это сейчас в отношении центральных интенсивностей линий поглощения.

Наблюдения показывают, что даже для очень сильных линий центральные интенсивности довольно велики. Выраженные в долях интенсивности непрерывного спектра, они составляют несколько сотых или десятых (т. е. $r_{v_0} \approx 0,01 - 0,1$). Посмотрим, к каким значениям r_{v_0} приводит изложенная выше теория.

Рассмотрим сначала профили линий при когерентном рассеянии света и при отсутствии флуоресценции. В этом случае величина r_v определяется формулой (10.37). Мы видим, что профиль линии зависит от величины η_v , которая равна

$$\eta_v = \frac{nk_v}{\alpha_v}, \quad (11.29)$$

где n — число поглощающих атомов в 1 см³ и k_v — коэффициент поглощения, рассчитанный на один атом. Величину k_v можно считать известной, а величину n/α_v можно определить по ширине линии (например, сравнивая теоретические и наблюденные расстояния от центра линии при $r_v = 1/2$). Это дает возможность найти значение величины η_v в центре линии. Для сильных линий значения η_{v_0} оказываются очень большими — порядка 10⁶.

Из формулы (10.37) при $\eta_{v_0} \gg 1$ вытекает следующая порядковая оценка для величины r_{v_0} :

$$r_{v_0} \approx \frac{1}{V\eta_{v_0}}. \quad (11.30)$$

При $\eta_{v_0} \approx 10^6$ формула (11.30) дает $r_{v_0} \approx 10^{-3}$. Это значение r_{v_0} гораздо меньше значений, получаемых из наблюдений.

Как уже отмечалось, указанное расхождение между теорией и наблюдениями заставило обратиться к учету флуоресценции. В этом случае для величины r_v была получена формула (10.52). При $\eta_{v_0} \approx 10^6$ и при $\gamma \approx 10^{-3}$ (такая оценка величины γ была сделана выше) мы имеем $\gamma\eta_{v_0} \gg 1$. Поэтому из формулы (10.52) по порядку величины находим

$$r_{v_0} \approx Q V \bar{\gamma}. \quad (11.31)$$

При $\gamma \approx 10^{-3}$ и $Q \approx 1$ из формулы (11.31) следует: $r_{v_0} \approx 0,03$. Таким образом, формула (11.31) дает гораздо более высокие значения r_{v_0} , чем формула (11.30). Иными словами, учет флуоресценции сильно повышает теоретические значения центральных интенсивностей линий.

Однако при $Q \approx 1$ теоретические значения r_{v_0} оказываются все-таки меньше наблюденных. Например, для линий D₁ и D₂ натрия и λ 4227 Å кальция в спектре Солнца теоретические и наблюденные значения r_{v_0} расходятся в 2—4 раза. Для линий H и K ионизован-

ногого кальция это расхождение гораздо больше, так как величина γ в этом случае очень мала. Чтобы привести в согласие теорию с наблюдениями, приходится считать, что введенный выше гипотетический множитель Q значительно больше единицы. Это значит, что интенсивность ультрафиолетового излучения Солнца, вызывающего ионизацию атомов из основного состояния, должна во много раз превосходить интенсивность излучения, даваемую формулой Планка. Однако, как увидим в гл. III, у нас нет оснований для такого предположения.

В связи со сказанным возникает вопрос, не может ли учет некогерентности рассеяния привести к более высоким теоретическим значениям центральных интенсивностей линий поглощения. Для решения этого вопроса мы должны обратиться к формуле (11.28), определяющей величину $r_v(\mu)$ при полностью некогерентном рассеянии. Можно показать, что второй член в квадратных скобках формулы (11.28) по крайней мере в два раза меньше первого. Что же касается множителя перед скобками, то для центра линии он близок к единице [так как $z=\mu/(1+\eta_v)$, а при очень малых z , как видно из уравнения (11.27), $\varphi(z)\approx 1$]. Поэтому в данном случае по порядку величины имеем

$$r_{v_0} \approx \sqrt{\int \frac{\rho_v dv}{\eta_v + 1}}. \quad (11.32)$$

При оценке величины r_{v_0} по формуле (11.32) мы возьмем для коэффициента поглощения в линии его обычное выражение, даваемое формулой (8.17). Тогда получаем

$$r_{v_0} \approx \left(\frac{a}{\eta_{v_0}} \right)^{1/4}. \quad (11.33)$$

При $a \approx 10^{-2}$ и $\eta_{v_0} \approx 10^6$ формула (11.33) дает $r_{v_0} \approx 10^{-2}$. При когерентном же рассеянии по формуле (11.30) мы раньше получили $r_{v_0} \approx 10^{-3}$. Таким образом, центральные интенсивности линий поглощения при некогерентном рассеянии могут быть гораздо больше, чем при когерентном.

Большие значения величины r_{v_0} , даваемые формулой (11.33), объясняются перераспределением излучения по частотам внутри линии: во внешних слоях атмосферы происходит поглощение сильного излучения в крыльях линии и последующее испускание энергии в центральных частях линии.

Как уже говорилось, для величины $r_v(\mu)$ была получена формула при одновременном учете некогерентности рассеяния и флуоресценции (см. [7]). Для величины r_{v_0} эта формула дает

$$r_{v_0} \approx \sqrt{\left(\frac{a}{\eta_{v_0}} \right)^{1/2} + \gamma}. \quad (11.34)$$

Мы видим, что если выполняется неравенство

$$\left(\frac{a}{\eta_{v_0}} \right)^{1/2} \gg \gamma, \quad (11.35)$$

то величина r_{v_0} обусловлена в основном перераспределением излучения по частотам внутри линии. В случае же выполнения противоположного неравенства главную роль в формировании центральных частей линии играет флуоресценция.

Можно высказать предположение, что для некоторых линий солнечного спектра имеет место неравенство (11.35). Для таких линий значение величины r_{v_0} , вычисленное по формуле (11.34), будет больше значения, даваемого формулой (11.31) при $Q=1$, т. е. в этом случае возможно согласие теории с наблюдениями.

Следует еще отметить, что центральные части сильных линий поглощения формируются в самых верхних слоях атмосферы, которые являются уже хромосферой. В этих слоях в результате столкновений возникают эмиссионные линии, накладывающиеся на линии поглощения. Благодаря этому происходит наблюдаемое увеличение линий поглощения в их центральных частях (подробнее см. § 16).

4. Изменение профилей линий на диске Солнца. Хорошим способом проверки теории линейчатых спектров звезд является изучение изменения профилей линий при переходе от центра солнечного диска к его краю. Вместе с тем такое изучение может дать некоторые сведения о структуре солнечной атмосферы.

Мы сейчас рассмотрим только поведение далеких крыльев сильных линий. Как и раньше, предположим, что отношение коэффициента поглощения в линии к коэффициенту поглощения в непрерывном спектре, обозначенное нами через η_v , постоянно в атмосфере. Очевидно, что величина $1 - r_v(\mu)$ в крыльях линии пропорциональна η_v . Поэтому поведение крыльев линии на солнечном диске удобно характеризовать величиной

$$C(\mu) = \lim_{\eta_v \rightarrow 0} \frac{1 - r_v(\mu)}{\eta_v}. \quad (11.36)$$

Найдем величину $C(\mu)$ при разных механизмах образования линий. В случае локального термодинамического равновесия на основании формулы (9.18) имеем

$$C(\mu) = \frac{\beta_v^* \mu}{1 + \beta_v^* \mu}. \quad (11.37)$$

Для определения величины $C(\mu)$ при предположении о когерентном рассеянии света мы должны воспользоваться формулой (10.72). Входящая в эту формулу функция $\phi_v(\mu)$ определяется уравнением (10.67), а величина λ_v — формулой (10.63). При $\eta_v \ll 1$ из

уравнения (10.67) следует

$$\varphi_v(v) = 1 + \frac{1-\gamma}{2} \eta_v \mu \ln \frac{1+\mu}{\mu}. \quad (11.38)$$

Поэтому из формулы (10.72) получаем (при $Q=1$):

$$C(\mu) = \frac{3}{2} - \frac{\gamma}{2} - \frac{1-\gamma}{2} \mu \ln \frac{1+\mu}{\mu} - \frac{1}{1+\beta_v^* \mu} \left[1 + \frac{\beta_v^*}{2} (1-\gamma) \right]. \quad (11.39)$$

При предположении о полностью некогерентном рассеянии из формулы (11.28) находим

$$C(\mu) = 1 - \varphi(\mu) \left[\sqrt{\int_{\frac{\eta_v}{\eta_v+1}}^{\infty} \frac{p_v dv}{\eta_v+1}} - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{\varphi(z')}{\mu+z'} A_1 \left(\frac{1}{z'} \right) \frac{dz'}{z'} \right], \quad (11.40)$$

где функция $\varphi(z)$ определяется уравнением (11.27). Эта формула относится к случаю $\beta_v^*=0$ и $\gamma=0$, однако можно получить и более общее выражение для величины $C(\mu)$ (см. [7]).

Приведенные теоретические выражения для величины $C(\mu)$ могут быть сравнены с наблюдательными данными. Такое сравнение показывает, что лучше всего теория согласуется с наблюдениями при предположении о некогерентном рассеянии света. Однако и в этом случае имеется расхождение между ними. Объясняется это, по-видимому, тем, что величина η_v в действительности не постоянна в атмосфере.

В связи с этим заметим, что профили некоторых резонансных линий (в частности, линий Н и К ионизованного кальция) были вычислены также для реальной модели атмосферы Солнца. Такие профили, полученные при предположении о полном перераспределении излучения по частоте, уже удовлетворительно согласуются с наблюденными профилями. Согласие оказывается еще лучше, если используется закон истинного перераспределения по частоте.

5. Многоуровневый атом. Выше речь шла об образовании отдельной линии поглощения, т. е. рассматривался двухуровневый атом. На самом деле все линии связаны между собой, так как происходят переходы электронов с каждого уровня на другие. Поэтому в строгой теории образования звездных спектров следует рассматривать многоуровневые атомы. В этом случае необходимо решить систему уравнений, состоящую из условий стационарности для каждого уровня и уравнений переноса излучения для каждой линии. Должно также приниматься во внимание перераспределение излучения по частоте внутри линии.

Данная задача оказывается особенно сложной для атомов, которые играют существенную роль в возникновении непрерывного спектра звезды. Для таких атомов задача об образовании линий поглощения должна решаться совместно с задачей об образовании непрерывного спектра. В основном это относится к атому водорода.

При расчете же линейчатого спектра какого-либо другого атома модель фотосферы (т. е. распределение в ней температуры и плотности) предполагается уже известной. Тем самым считаются заданными все величины, характеризующие вероятности атомных столкновений и вероятности радиативных переходов, связанных с непрерывным спектром (т. е. фотоионизаций и рекомбинаций).

Решение упомянутой выше системы уравнений стационарности и уравнений переноса излучения требует большой вычислительной работы. С целью ее упрощения можно в качестве первого приближения использовать результаты расчетов для отдельных линий, а затем принять во внимание влияние линий друг на друга. Однако такая процедура применима лишь в случае слабой связи между линиями. Иногда точные расчеты делаются только для нескольких первых уровней атома, а влияние более высоких уровней учитывается приближенно.

Расчет интенсивностей и профилей спектральных линий описанным путем производился для многих атомов (в частности, для водорода и гелия применительно к звездам ранних классов). Результаты вычислений удовлетворительно согласуются с наблюдательными данными. Вместе с тем эти результаты в некоторых отношениях значительно отличаются от тех, которые получаются при предположении о локальном термодинамическом равновесии (подробнее см. [6]).

§ 12. Химический состав звездных атмосфер

1. Эквивалентные ширины линий. Одной из наиболее важных характеристик линии поглощения является ее эквивалентная ширина, т. е. ширина соседнего участка непрерывного спектра, энергия которого равна энергии, поглощенной в линии. Эквивалентная ширина линии определяется формулой

$$W = \int (1 - r_v) dv, \quad (12.1)$$

где $r_v = H_v / H_v^0$ (см. § 9).

Подставляя в формулу (12.1) теоретическое выражение для величины r_v , мы можем получить зависимость между эквивалентной шириной линии и числом поглощающих атомов. Эта зависимость, изображенная на графике, называется обычно «кривой роста». По измеренной эквивалентной ширине линии с помощью кривой роста можно определить число поглощающих атомов. Такие определения служат основой для нахождения химического состава звездной атмосферы. В этом состоит очень важное (но не единственное) назначение кривой роста.

Для вычисления величины W по формуле (12.1) надо задать модель атмосферы. В случае модели Шварцшильда — Шустера величина r_v определяется формулой (10.19). Подставляя (10.19) в (12.1), мы получаем зависимость между W и N . Однако, строго говоря, в