

Подставляя (19.65) в (19.76), находим

$$A_* = C + \frac{A}{1-AC} [(2 - \lambda\alpha_0)\beta_1 + \lambda\beta_0\alpha_1]^2, \quad (19.77)$$

где C определяется формулой (19.66).

Применим полученную формулу для сферического альбедо к двум рассмотренным выше случаям. В первом из этих случаев (т. е. при $\tau_0 = \infty$) имеем

$$A_* = 1 - 2\alpha_1 \sqrt{1 - \lambda}, \quad (19.78)$$

а во втором (т. е. при $\lambda = 1$)

$$A_* = 1 - \frac{(1-A)(1-C)}{1-AC}. \quad (19.79)$$

Для вычисления величин $A_1(\mu_0)$ и A_* надо иметь таблицы функций $\varphi(\mu)$ и $\psi(\mu)$ и их нулевых и первых моментов. Такие таблицы содержатся в ряде работ (см. [3]).

Таблица 24

Сферическое альбено A_*

| τ_0 | A | | | | | | | | | | |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 |
| 0 | 0,00 | 0,10 | 0,20 | 0,30 | 0,40 | 0,50 | 0,60 | 0,70 | 0,80 | 0,90 | 1,00 |
| 0,1 | 0,08 | 0,17 | 0,26 | 0,34 | 0,43 | 0,52 | 0,61 | 0,71 | 0,80 | 0,90 | 1,00 |
| 0,2 | 0,15 | 0,22 | 0,30 | 0,38 | 0,46 | 0,54 | 0,63 | 0,72 | 0,81 | 0,90 | 1,00 |
| 0,3 | 0,21 | 0,27 | 0,34 | 0,41 | 0,48 | 0,56 | 0,64 | 0,72 | 0,81 | 0,90 | 1,00 |
| 0,5 | 0,30 | 0,35 | 0,40 | 0,46 | 0,52 | 0,59 | 0,66 | 0,73 | 0,82 | 0,90 | 1,00 |
| 1,0 | 0,45 | 0,48 | 0,51 | 0,55 | 0,60 | 0,64 | 0,70 | 0,76 | 0,83 | 0,91 | 1,00 |
| 2,0 | 0,61 | 0,63 | 0,65 | 0,67 | 0,69 | 0,72 | 0,75 | 0,80 | 0,85 | 0,92 | 1,00 |
| 3,0 | 0,70 | 0,71 | 0,72 | 0,73 | 0,75 | 0,77 | 0,79 | 0,82 | 0,86 | 0,92 | 1,00 |
| ∞ | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |

В таблице 24 приведены значения сферического альбено, найденные по формуле (19.79), т. е. для того случая, когда в атмосфере оптической толщины τ_0 происходит чистое рассеяние света и атмосфера ограничена поверхностью с альбено A .

§ 20. Оптические свойства планетных атмосфер

1. Атмосфера Венеры. С помощью теории рассеяния света можно истолковать результаты фотометрических наблюдений планет. При этом путем сравнения теории с наблюдениями могут быть определены оптические свойства планетных атмосфер. Сначала мы сделаем это для случая атмосферы Венеры [3].

Так как через атмосферу Венеры не видна поверхность планеты, то приближенно считается, что оптическая толщина атмосферы бесконечно велика ($\tau_0 = \infty$). Для определения других величин, характеризующих оптические свойства атмосферы (в частности, индикатрисы рассеяния $x(\gamma)$ и параметра λ), следует использовать наблюдаемое распределение яркости по диску планеты при разных углах фазы.

Для Венеры могут быть получены особенно обширные наблюдательные данные, так как в этом случае угол фазы (т. е. угол при планете между направлениями на Солнце и Землю) принимает все возможные значения — от 0° до 180° . Заключения об оптических свойствах атмосферы Венеры можно сделать и на основании кривой изменения блеска планеты с углом фазы, чем мы сейчас и займемся.

Найдем теоретическую зависимость между звездной величиной

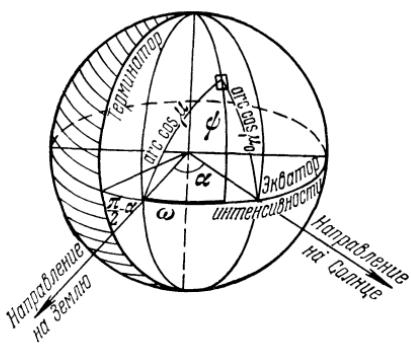


Рис. 26

планеты t и углом фазы α . Обозначим через μ_0 косинус угла падения солнечных лучей в данном месте планеты, через μ — косинус угла отражения и через φ — разность азимутов падающего и отраженного лучей. Введем планетоцентрические координаты ω и ψ (рис. 26). Очевидно, величины μ_0 , μ , φ связаны с ω , ψ и α формулами

$$\left. \begin{aligned} \mu_0 &= \cos \psi \cos (\alpha - \omega), \\ \mu &= \cos \psi \cos \omega, \\ \cos \alpha &= \mu \mu_0 - \sqrt{(1 - \mu^2)(1 - \mu_0^2)} \cos \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (20.1)$$

Пусть πF — освещенность площадки, перпендикулярной к лучам Солнца на верхней границе атмосферы планеты и $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ — коэффициент яркости атмосферы. Тогда интенсивность излучения, диффузно отраженного атмосферой, будет равна $F \rho(\mu, \mu_0, \varphi) \mu_0$, а количество энергии, идущее от элемента площади $d\sigma$ в единице телесного угла будет $F \rho(\mu, \mu_0, \varphi) \mu \mu_0 d\sigma$. Так как $d\sigma = R^2 \cos \psi d\psi d\omega$, где R — радиус планеты, то это количество энергии может быть записано в виде

$$FR^2 \rho(\mu, \mu_0, \varphi) \cos(\alpha - \omega) \cos \omega \cos^3 \psi d\psi d\omega.$$

Чтобы получить полное количество энергии, идущее от Венеры в направлении Земли в единице телесного угла, надо проинтегрировать последнее выражение по ψ в пределах от $-\pi/2$ до $+\pi/2$ и по ω в пределах от $\alpha - \pi/2$ до $\pi/2$, т. е. от терминатора до края диска. Обозначая через Δ расстояние от Венеры до Земли, для освещенности Земли от Венеры находим

$$E_V = 2F \frac{R^2}{\Delta^2} \int_{\alpha - \pi/2}^{\pi/2} \cos(\alpha - \omega) \cos \omega d\omega \int_0^{\pi/2} \rho(\mu, \mu_0, \varphi) \cos^3 \psi d\psi. \quad (20.2)$$

Очевидно, что освещенность Земли от Солнца равна $E_S = \pi F(r_1/r_2)^2$, где r_1 — расстояние от Солнца до Венеры и r_2 — расстояние от Солнца до Земли, а $E_V/E_S = 2,512^m \odot^{-m}$, где m_\odot — звездная величина Солнца. Поэтому получаем

$$2,512^m \odot^{-m} = \\ = \frac{2}{\pi} \left(\frac{r_2 R}{r_1 \Delta} \right)^2 \int_{\alpha - \pi/2}^{\pi/2} \cos(\alpha - \omega) \cos \omega d\omega = \int_0^{\pi/2} \rho(\mu, \mu_0, \varphi) \cos^3 \psi d\psi. \quad (20.3)$$

Соотношение (20.3) дает искомую теоретическую зависимость ρ от α , т. е. позволяет построить теоретическую кривую блеска планеты. В соотношение (20.3) надо подставить выражение для $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ и воспользоваться формулами (20.1). Так как коэффициент яркости $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ зависит от величин $x(\gamma)$ и λ , то, сравнивая между собой теоретическую и наблюденную кривые блеска, можно определить указанные величины. При этом следует также принять во внимание соотношение

$$\frac{1}{2} \int_0^\pi x(\gamma) \sin \gamma d\gamma = 1, \quad (20.4)$$

выражающее собой условие нормировки индикатрисы рассеяния.

При определении теоретической кривой блеска удобно в выражении для $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ выделить член, учитывающий рассеяние первого порядка. В таком случае имеем

$$\rho(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4} \frac{x(\gamma)}{\mu + \mu_0} + \Delta \rho(\mu, \mu_0, \varphi), \quad (20.5)$$

где $\gamma = \pi - \alpha$ и $\Delta \rho$ — член, учитывающий рассеяния высших порядков. Так как точное выражение для величины $\Delta \rho$ при произвольной индикатрисе рассеяния очень сложное, то мы определим эту величину приближенно, сохраняя в разложении индикатрисы рассеяния по полиномам Лежандра только два первых члена. Иными словами, величину $\Delta \rho$ найдем не для действительной индикатрисы рассеяния $x(\gamma)$, а для индикатрисы рассеяния

$$x(\gamma) = 1 + x_1 \cos \gamma, \quad (20.6)$$

где

$$x_1 = \frac{3}{2} \int_0^\pi x(\gamma) \cos \gamma \sin \gamma d\gamma. \quad (20.7)$$

Как было показано ранее, коэффициент яркости $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ при индикатрисе рассеяния вида (20.6) дается формулами (19.18) —

(19.20). Пользуясь ими, находим

$$\Delta\rho = \frac{\lambda}{4} \frac{\varphi_0^0(\mu)\varphi_0^0(\mu_0) - x_1\varphi_1^0(\mu)\varphi_1^0(\mu_0) - 1}{\mu + \mu_0} + \frac{\lambda x_1}{4} \frac{\varphi_1^1(\mu)\varphi_1^1(\mu_0) \cos\varphi + \cos\alpha}{\mu + \mu_0}, \quad (20.8)$$

где вспомогательные функции $\varphi_0^0(\mu)$, $\varphi_1^0(\mu)$ и $\varphi_1^1(\mu)$ определяются уравнениями (19.21) — (19.23). Как уже говорилось, эти функции табулированы. Заметим также, что при малой роли истинного поглощения в атмосфере (т. е. при значениях λ , близких к 1), из уравнений (19.21) и (19.22) могут быть получены следующие асимптотические формулы:

$$\varphi_0^0(\mu) = \varphi(\mu) \left(1 - 3 \sqrt{\frac{1-\lambda}{3-x_1}} \mu \right), \quad (20.9)$$

$$\varphi_1^0(\mu) = \varphi(\mu) \mu \sqrt{\frac{3(1-\lambda)}{3-x_1}}, \quad (20.10)$$

где $\varphi(\mu)$ — функция, определяемая уравнением (19.16) при $\lambda=1$. Формулами (20.9) и (20.10) можно воспользоваться в случае Венеры, так как альбено этой планеты весьма велико (порядка 0,7), а следовательно, величина $1 - \lambda$ очень мала. При сферической индикатрисе рассеяния это видно из формулы (19.78), а при вытянутой вперед индикатрисе рассеяния величина $1 - \lambda$ будет еще меньше.

Подставим теперь выражение (20.5) в соотношение (20.3). Результат этой подстановки можно записать в виде

$$x(\pi - \alpha)f(\alpha) + g(\alpha) = h(\alpha), \quad (20.11)$$

где введены обозначения

$$f(\alpha) = \frac{1}{4} \int_{\alpha - \pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos\omega \cos(\alpha - \omega)}{\cos\omega + \cos(\alpha - \omega)} d\omega \int_0^{\pi/2} \cos^2\psi d\psi = \\ = \frac{\pi}{16} \left(1 - \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \ln \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4} \right), \quad (20.12)$$

$$g(\alpha) = \int_{\alpha - \pi/2}^{\pi/2} \cos\omega \cos(\alpha - \omega) d\omega \int_0^{\pi/2} \Delta\rho \cos^3\psi d\psi, \quad (20.13)$$

$$h(\alpha) = \frac{\pi}{2} \left(\frac{r_1 \Delta}{r_2 R} \right)^2 2,512^m \Theta^{-m}. \quad (20.14)$$

Левая часть соотношения (20.11) определяется теоретически, а правая зависит только от наблюдательных данных. Если эти данные известны, то, пользуясь соотношением (20.11), а также формулами (20.4) и (20.7), можно найти величины $x(\gamma)$ и λ .

Зависимость функции $h(\alpha)$ от угла фазы α обусловлена наблюдаемой кривой изменения блеска планеты. Эта кривая для Венеры определялась в ряде работ. Например, на основании данных

Мюллера визуальная звездная величина Венеры может быть представлена в виде

$$m = -4,71 + 0,01322\alpha + 0,000\,000\,425\alpha^3 \quad (20.15)$$

в интервале от $\alpha=24^\circ$ до $\alpha=156^\circ$ при расстоянии Венеры от Земли, равном одной астрономической единице.

Определенная указанным способом индикатриса рассеяния в атмосфере Венеры приведена в табл. 25. При этом для величины m было принято среднее из значений, полученных Мюллером и Данжоном. Для данной индикатрисы рассеяния величина x_1 , определенная формулой (20.7) и характеризующая вытянутость индикатрисы рассеяния, оказалась равной $x_1=1,43$. Альбедо частицы в атмосфере Венеры получилось равным $\lambda=0,987$, т. е. очень близким к 1. В той же таблице для сравнения приведена индикатриса рассеяния в безоблачной атмосфере Земли (определенная способом, изложенным ниже).

Таблица 25

Индикатрисы рассеяния в атмосферах Венеры и Земли

| γ | 15 | 30 | 45 | 60 | 75 | 90 | 105 | 120 | 135 | 150 | 165 |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Венера | 9,20 | 2,80 | 1,22 | 0,53 | 0,26 | 0,18 | 0,24 | 0,38 | 0,61 | 0,92 | 1,23 |
| Земля | 3,30 | 1,90 | 1,30 | 0,94 | 0,75 | 0,64 | 0,65 | 0,72 | 0,85 | 1,03 | 1,10 |

Как видно из табл. 25, индикатриса рассеяния в атмосфере Венеры весьма сильно вытянута вперед (причем значительно сильнее, чем индикатриса рассеяния в атмосфере Земли). Это говорит о том, что рассеяние света в атмосфере Венеры производится в основном крупными частицами. Разумеется, в атмосфере Венеры содержится и некоторое количество молекул (на что указывают спектроскопические исследования). Однако роль молекулярного рассеяния света в атмосфере Венеры невелика, так как ее индикатриса рассеяния сильно отличается от индикатрисы рассеяния Рэлея. Если считать, что атмосфера Венеры состоит из облачного слоя и находящегося над ним слоя газа, то на основании сказанного оптическая толщина газового слоя должна быть очень малой.

Последний вывод подтверждается результатами исследования поляризации света Венеры. Наблюдения показали, что излучение Венеры поляризовано в сравнительно небольшой степени (не преобладающей 4%). При этом было определено изменение степени поляризации с углом фазы. Однако это изменение нельзя объяснить рассеянием света по закону Рэлея в газовом слое. Приходится поэтому считать, что поляризация света Венеры возникает в основном при рассеянии на крупных частицах. Как выяснилось при под-

робных исследованиях, средний радиус таких частиц порядка 1 мкм, а их показатель преломления близок к 1,5.

2. Атмосфера Марса. Сквозь атмосферу Марса (при отсутствии пылевой бури) хорошо видна поверхность планеты, вследствие чего можно считать, что оптическая толщина атмосферы в видимой части спектра меньше единицы. На основании фотометрии Марса могут быть сделаны заключения об оптических свойствах его атмосферы и поверхности. Однако в некоторых отношениях изучать Марс труднее, чем Венеру, так как его угол фазы меняется лишь в пределах от 0° до 47° . Поэтому, в частности, нельзя полностью определить индикатору рассеяния в атмосфере Марса.

Обычно Марс наблюдается во время противостояний, т. е. когда угол фазы близок к нулю. В такие периоды многими исследователями были получены снимки Марса в разных лучах. Это позволило найти распределение яркости по диску планеты в довольно широком интервале длин волн.

При интерпретации наблюдений Марса в первом приближении можно принять, что в атмосфере происходит лишь однократное рассеяние света. В таком случае, как следует из формулы (19.3), функция S , представляющая собой отношение коэффициента излучения к коэффициенту поглощения, равна

$$S = \frac{\lambda}{4} Fx(\gamma) e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}. \quad (20.16)$$

Подставляя это выражение в соотношение (19.25), получаем следующую формулу для коэффициента яркости, обусловленного рассеянием первого порядка:

$$\rho(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4} x(\gamma) \frac{1 - e^{-\tau_0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)}}{\mu + \mu_0}. \quad (20.17)$$

Однако в формуле (20.17) не принято во внимание отражение света поверхностью планеты. Будем считать, что поверхность освещается лишь прямыми солнечными лучами и отражает излучение ортотропно с альбедо A . Тогда интенсивность излучения, отраженного от поверхности и выходящего из атмосферы под углом $\alpha_{\text{cos}} \mu$ к нормали, будет, очевидно, равна

$$AFe^{-\tau_0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)} \mu_0.$$

Поэтому выражение для коэффициента яркости при учете отражения света поверхностью планеты принимает вид

$$\rho(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4} x(\gamma) \frac{1 - e^{-\tau_0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)}}{\mu + \mu_0} + Ae^{-\tau_0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)}. \quad (20.18)$$

Применяя формулу (20.18) к противостоянию планеты, мы должны положить $\mu_0 = \mu$, $\varphi = \pi$, $\gamma = \pi$. Следовательно, в данном случае

имеем

$$\rho(\mu, \mu, \pi) = \frac{\lambda x(\pi)}{8\mu} \left(1 - e^{-\frac{2}{\mu} \tau_0} \right) + A e^{-\frac{2}{\mu} \tau_0}. \quad (20.19)$$

Эта формула определяет коэффициент яркости планеты на угловом расстоянии $\arccos \mu$ от центра диска.

Формула (20.19) обычно и используется при интерпретации фотометрических наблюдений Марса. Так как величина $\rho(\mu, \mu, \pi)$ известна из наблюдений, то, пользуясь этой формулой, можно пытаться найти неизвестные величины $\lambda x(\pi)$, τ_0 и A (считая их не зависящими от μ). В первом приближении можно допустить отсутствие истинного поглощения в атмосфере и рэлеевскую индикатрису рассеяния, т. е. принять $\lambda x(\pi) = 3/2$. В таком случае для согласования теоретических и наблюденных значений коэффициента яркости на диске планеты надо подобрать лишь две величины: оптическую толщину атмосферы τ_0 и альбедо поверхности A .

Указанным способом было найдено, что в видимой части спектра оптическая толщина атмосферы Марса порядка 0,03—0,06, т. е. примерно в 10 раз меньше оптической толщины безоблачной атмосферы Земли. Вместе с тем для альбедо поверхности планеты были получены значения порядка 0,1—0,3 (различные для «материков», «морей» и «полярных шапок»).

Найденные для Марса величины τ_0 и A весьма сильно зависят от длины волны излучения. При этом величина τ_0 возрастает при переходе от красной части спектра к фиолетовой. Однако это возрастание происходит медленнее, чем по закону $\tau_0 \sim v^4$, имеющему место при чисто молекулярном рассеянии света, вследствие чего надо считать, что в атмосфере Марса заметную роль играет рассеяние света крупными частицами.

Для тех частей спектра, в которых оптическая толщина атмосферы порядка единицы и больше, уже нельзя пользоваться формулой (20.18), так как в этом случае необходимо учитывать рассеяние высших порядков. Точное выражение для коэффициента яркости, справедливое при любом значении τ_0 , было получено выше. Оно дается формулой (19.39) при $A=0$ и формулой (19.59) при $A \neq 0$. При нахождении указанных формул предполагалось, что рассеяние света является изотропным. Однако при помощи этих формул можно также получить приближенное выражение для коэффициента яркости при произвольной индикатрисе рассеяния. При этом рассеяние первого порядка будем учитывать точно, а рассеяния высших порядков — приближенно, определяя их не для данной индикатрисы рассеяния, а для сферической. В таком случае для коэффициента яркости получаем выражение

$$\rho(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4} x(\gamma) \frac{1 - e^{-\tau_0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)}}{\mu + \mu_0} + \Delta \rho(\mu, \mu_0), \quad (20.20)$$

где, на основании формул (19.39) и (19.59),

$$\Delta\rho(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4(\mu + \mu_0)} \left[\varphi(\mu)\varphi(\mu_0) - \psi(\mu)\psi(\mu_0) - \right. \\ \left. - 1 + e^{-\tau_0} \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right) \right] + \frac{A}{1-AC} M(\mu) M(\mu_0). \quad (20.21)$$

Формула (20.20) может быть, в частности, применена для изучения Марса в период так называемых глобальных пылевых бурь, когда практически вся поверхность планеты затянута пылевыми облаками. Например, в 1971 г. пылевая буря на Марсе длилась примерно 4 месяца. В начальной и заключительной фазах развития пылевой бури оптическая толщина облаков в видимом участке спектра порядка единицы, в средней же фазе $\tau_0 \gg 1$ (подробнее см. [6]).

3. Атмосфера Земли. Оптические свойства атмосферы Земли изучены чрезвычайно подробно. Однако здесь мы остановимся лишь на тех свойствах земной атмосферы, которые определяются на основе простейших фотометрических наблюдений и с помощью формул теории рассеяния света, приведенных в предыдущем параграфе.

Оптическая толщина земной атмосферы наиболее просто находится путем измерения интенсивности солнечного излучения, прошедшего атмосферой, при разных зенитных расстояниях Солнца. Указанная интенсивность определяется формулой

$$I = I_0 e^{-\tau_0 \sec \vartheta_0}, \quad (20.22)$$

где I_0 — интенсивность солнечного излучения на верхней границе атмосферы. Для нахождения оптической толщины атмосферы τ_0 при помощи формулы (20.22) необходимы по крайней мере два измерения величины I при разных зенитных расстояниях Солнца ϑ_0 (чтобы исключить I_0). При ясном небе оптическая толщина атмосферы в видимой части спектра оказывается порядка 0,3, причем она возрастает с убыванием длины волны. Последнее обстоятельство, как известно, объясняет покраснение Солнца при приближении его к горизонту и голубой цвет неба. По отклонению изменения величины τ_0 с длиной волны от закона $\tau_0 \sim v^4$ можно судить об относительной роли рассеяния света молекулами и крупными частицами в земной атмосфере.

Измерение распределения яркости по небу дает возможность найти индикаторы рассеяния в атмосфере. Для этого мы должны воспользоваться формулой, определяющей интенсивность излучения, диффузно пропущенного атмосферой, или соответствующий ей коэффициент яркости $\sigma(\mu, \mu_0, \varphi)$. Если учитывать лишь рассеяние первого порядка, то для нахождения величины $\sigma(\mu, \mu_0, \varphi)$ надо подставить выражение (20.16) в соотношение (19.26). В результате имеем

$$\sigma(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4} x(\gamma) \frac{e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} - e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}}}{\mu - \mu_0}. \quad (20.23)$$

Рассеяние высших порядков может быть учтено так же, как в формуле (20.20), т. е. при сферической индикатрисе рассеяния. В таком случае вместо формулы (20.23) получаем

$$\sigma(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4} x(\gamma) \frac{e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} - e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}}}{\mu - \mu_0} + \Delta\sigma(\mu, \mu_0), \quad (20.24)$$

где, как следует из формул (19.40) и (19.60),

$$\Delta\sigma(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4(\mu - \mu_0)} \left[\psi(\mu)\varphi(\mu_0) - \psi(\mu_0)\varphi(\mu) - e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} + e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}} \right] + \frac{A}{1 - AC} N(\mu) M(\mu_0). \quad (20.25)$$

Индикатриса рассеяния земной атмосферы, найденная указанным способом (при использовании несколько иной формулы для величины $\Delta\sigma$), приведена в последней строке табл. 25. В данном случае принималось, что $\lambda=1$. Значительное отличие полученной индикатрисы рассеяния от рэлеевской объясняется присутствием в атмосфере, наряду с молекулами, большого числа крупных частиц (пылинок, капель воды и т. д.).

Большой интерес представляет также определение оптических свойств облаков. При сплошной облачности можно считать, что рассеяние света происходит в плоском слое, оптическая толщина которого очень велика. В этом случае до наблюдателя, находящегося на земной поверхности, доходит лишь излучение, испытавшее очень большое число рассеяний. Поэтому нахождение оптических свойств облаков (характеризующих рассеяние света в элементарном объеме) встречает значительные трудности.

Применим к облачному небу в виде примера формулу (20.24). При $\tau_0 \gg 1$ первый член в правой части этой формулы пренебрежимо мал, а для второго члена можно получить простые асимптотические формулы (см. [3]). В частности, при $\lambda=1$ и $A=0$ имеем

$$\sigma(\mu, \mu_0) = \frac{1}{4} \frac{\varphi(\mu)\varphi(\mu_0)}{\tau_0 + b}, \quad (20.26)$$

где $\varphi(\mu)$ — функция, определенная уравнением (19.16) (при $\lambda=1$), а $b=2\alpha_2/\alpha_1$, где α_1 и α_2 — первый и второй моменты этой функции. Вычисления дают $b=1,42$. Из формулы (20.26) видно, что относительное распределение яркости по облачному небу определяется функцией $\varphi(\mu)$, т. е.

$$I(\mu) \sim \varphi(\mu). \quad (20.27)$$

Как было показано в § 3, формулой (20.27) дается и относительное распределение яркости по диску звезды. Полученный результат вполне понятен, так как в обоих случаях мы имеем дело с рассеянием света в среде, состоящей из плоскопараллельных слоев, при

источниках излучения, находящихся на очень большом оптическом расстоянии от границы.

Если $A \neq 0$, то для определения величины $\sigma(\mu, \mu_0)$, нам надо найти функции $M(\mu)$ и $N(\mu)$. При $\lambda=1$, как видно из формул (19.61), (19.62) и (19.73),

$$N(\mu) = 1 - M(\mu). \quad (20.28)$$

При $\tau_0 \gg 1$ подстановка (20.26) в (19.57) дает

$$M(\mu) = \frac{\varphi(\mu)}{(\tau_0 + b) \sqrt[3]{3}}, \quad (20.29)$$

где принято во внимание, что $\alpha_1 = 2/\sqrt{3}$ (см. § 3). Пользуясь формулами (19.56) и (19.58), а также двумя последними формулами, получаем

$$C = 1 - \frac{4}{3(\tau_0 + b)}. \quad (20.30)$$

Записывая величину $\sigma(\mu, \mu_0)$ в виде

$$\sigma(\mu, \mu_0) = \frac{1}{4} \frac{\varphi(\mu) \varphi(\mu_0)}{\tau_0 + b} + \frac{A}{1 - AC} N(\mu) M(\mu_0) \quad (20.31)$$

и подставляя в формулу (20.31) полученные выражения для величин $N(\mu)$, $M(\mu_0)$ и C , находим

$$\sigma(\mu, \mu_0) = \frac{\sqrt[3]{3}}{4} \varphi(\mu_0) \frac{4A + \sqrt[3]{3}(1-A)\varphi(\mu)}{4A + 3(1-A)(\tau_0 + b)}. \quad (20.32)$$

Аналогичные формулы для величины $\sigma(\mu, \mu_0, \varphi)$ могут быть выведены и в более сложных случаях, т. е. при произвольных значениях λ и различных индикаторах рассеяния. Можно также дать асимптотические формулы (при $\tau_0 \gg 1$) для величины $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$, характеризующей распределение яркости облаков при наблюдении их сверху. Сравнение теоретических и наблюденных значений коэффициентов яркости $\sigma(\mu, \mu_0, \varphi)$ и $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ позволяет получить сведения о τ_0 , λ и $x(\gamma)$ для облаков.

4. Интерпретация спектров планет. Очень ценные сведения о планетных атмосферах может дать спектроскопическое изучение планет. Однако такое изучение представляет большие трудности. Отчасти это вызвано тем, что свечение планет происходит вследствие рассеяния ими солнечного излучения и поэтому в спектрах планет содержатся все линии спектра Солнца. Кроме того, в спектрах планет присутствуют и теллурические линии, возникающие при прохождении излучения через земную атмосферу. Такая сложность планетных спектров сильно затрудняет выявление линий, возникающих в атмосфере планеты. Особенно это относится к линиям газов, содержащихся в атмосфере Земли (в частности, кислорода и водяного пара). О наличии этих газов в атмосфере планеты можно судить лишь по усилению теллурических линий. Из сказанного вид-

но, какое большое значение для спектроскопии планет имеет вывод астрономических инструментов за пределы земной атмосферы, осуществляемый при помощи искусственных спутников и космических аппаратов.

Приведем некоторые результаты наблюдений планетных спектров, выполненных еще с поверхности Земли (см., например, [7]). В 1932 г. Адамс и Дэнхем нашли полосы поглощения углекислого газа (CO_2) в инфракрасной части спектра Венеры. Позднее Койпепром были открыты полосы поглощения того же газа в спектре Марса. В спектрах Юпитера и Сатурна присутствуют полосы поглощения метана (CH_4) и аммиака (NH_3), однако концентрация этих газов в атмосферах мала. Сильные полосы поглощения метана содержатся также в спектрах Урана и Нептуна. Основной же составляющей атмосфер Юпитера и других планет-гигантов является, как можно ожидать, молекулярный водород (H_2), который обнаружен благодаря наличию в их спектрах полос поглощения, обусловленных квадрупольными переходами.

Следует отметить, что некоторые газы не проявляют себя спектроскопически в доступной наблюдениям с Земли области спектра. К ним относится, в частности, гелий, который, по-видимому, в сравнительно больших количествах содержится в атмосферах планет-гигантов. Эмиссионная линия гелия 584 Å была обнаружена с помощью ультрафиолетового спектрометра с борта космических аппаратов, пролетавших мимо Юпитера и Сатурна.

При количественной интерпретации спектров планет могут быть использованы те же формулы, которые применялись выше при интерпретации фотометрических данных о планетах. Мы сейчас напишем выражения для интенсивности излучения внутри линии планетного спектра в некоторых простейших случаях.

Выше мы считали, что в каждом элементарном объеме атмосферы происходит рассеяние и истинное поглощение света в непрерывном спектре (обусловленное наличием в атмосфере молекул и крупных частиц). При этом коэффициент рассеяния обозначался через $\lambda\alpha$, а коэффициент истинного поглощения через $(1 - \lambda)\alpha$, где λ — альбедо частицы, а α — коэффициент поглощения. Теперь допустим, что в каждом элементарном объеме, наряду с указанными процессами, происходит также истинное поглощение в спектральной линии. Рассеянием света в линии будем пренебречь (этого, очевидно, нельзя делать для резонансной полосы). Коэффициент истинного поглощения в частоте v внутри линии обозначим через α_v .

При принятых обозначениях уравнение переноса излучения в спектральной линии записывается в виде

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{dr} = -(\alpha + \alpha_v) I_v + \varepsilon_v, \quad (20.33)$$

где

$$\varepsilon_v = \lambda \alpha \int I_v \frac{d\omega}{4\pi} + \lambda \alpha \frac{F}{4} e^{-\tau_v \sec \vartheta_0}, \quad (20.34)$$

и τ_v — оптическая глубина в частоте v , т. е.

$$\tau_v = \int_r^\infty (\alpha + \alpha_v) dr. \quad (20.35)$$

В уравнении (20.34) для простоты считается, что рассеяние света является изотропным.

Вводя обозначение

$$S_v = \frac{\varepsilon_v}{\alpha + \alpha_v}, \quad (20.36)$$

вместо уравнений (20.33) и (20.34) получаем

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{d\tau_v} = I_v - S_v, \quad (20.37)$$

$$S_v = \lambda_v \int I_v \frac{d\omega}{4\pi} + \lambda_v \frac{F}{4} e^{-\tau_v \sec \vartheta_0}, \quad (20.38)$$

где

$$\lambda_v = \frac{\lambda \alpha}{\alpha + \alpha_v}. \quad (20.39)$$

Мы видим, что уравнения (20.37) и (20.38) формально совпадают с ранее рассмотренными уравнениями (19.10) и (19.11). При этом вне спектральной линии, т. е. когда $\alpha_v = 0$, $\tau_v = \tau$ и $\lambda_v = \lambda$, первые из упомянутых уравнений переходят во вторые.

Рассмотрим сначала случай, когда оптическая толщина атмосферы в непрерывном спектре по порядку меньше единицы. В этом случае, на основании формулы (20.18), интенсивность излучения, выходящего из атмосферы в непрерывном спектре, равна

$$I(\mu, \mu_0) = \left[\frac{\lambda}{4} \frac{1 - e^{-\tau_0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)}}{\mu + \mu_0} + A e^{-\tau_0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)} \right] F_{\mu_0}, \quad (20.40)$$

где A — альбедо поверхности планеты. Заменяя здесь λ на λ_v и τ_0 на τ_v^0 , получаем выражение для интенсивности излучения, выходящего из атмосферы в частоте v внутри спектральной линии:

$$I_v(\mu, \mu_0) = \left[\frac{\lambda_v}{4} \frac{1 - e^{-\tau_v^0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)}}{\mu + \mu_0} + A e^{-\tau_v^0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)} \right] F_{\mu_0}. \quad (20.41)$$

Огношение этих интенсивностей, т. е. величина

$$r_v(\mu, \mu_0) = \frac{I_v(\mu, \mu_0)}{I(\mu, \mu_0)}, \quad (20.42)$$

характеризует профиль линии поглощения на угловом расстоянии $\arccos \mu$ от центра диска планеты.

Если оптическая толщина атмосферы в непрерывном спектре очень мала, то из приведенных формул следует

$$r_v(\mu, \mu_0) = e^{-(\tau_v^0 - \tau_0)} \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right). \quad (20.43)$$

Эта формула выражает тот факт, что линия поглощения возникает при прохождении луча через атмосферу, его отражении от поверхности планеты и вторичном прохождении через атмосферу по направлению к наблюдателю. Поэтому линия имеет такую же остаточную интенсивность, как при прохождении излучения через слой газа с оптической толщиной $(\tau_v^0 - \tau_0) \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)$. В данном случае находимая из наблюдений «эквивалентная толщина слоя газа» непосредственно характеризует количество газа в атмосфере. По-видимому, формула (20.43) применима к красной части спектра Марса.

Рассмотрим теперь случай, когда оптическая толщина атмосферы очень велика (мы будем считать $\tau_0 = \infty$). При этом предположим, что величины λ и λ_v постоянны в атмосфере. Как следует из формулы (19.15), интенсивность излучения, выходящего из атмосферы в непрерывном спектре, равна

$$I(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} \frac{\varphi_\lambda(\mu) \varphi_{\lambda_0}(\mu_0)}{\mu + \mu_0} F_{\mu_0}, \quad (20.44)$$

где через $\varphi_\lambda(\mu)$ мы обозначили функцию, определенную уравнением (19.16). Заменяя здесь λ на λ_v , находим, что интенсивность излучения, выходящего из атмосферы в спектральной линии, дается формулой

$$I_v(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda_v}{4} \frac{\varphi_{\lambda_v}(\mu) \varphi_{\lambda_v}(\mu_0)}{\mu + \mu_0} F_{\mu_0}. \quad (20.45)$$

Подставляя (20.44) и (20.45) в (20.42), получаем

$$r_v(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda_v \varphi_{\lambda_v}(\mu) \varphi_{\lambda_v}(\mu_0)}{\lambda \varphi_\lambda(\mu) \varphi_{\lambda_0}(\mu_0)}. \quad (20.46)$$

Будем считать, что величины λ и λ_v близки к 1. Тогда, как следует из формулы (20.9) при $x_1 = 0$, функция $\varphi_\lambda(\mu)$ представляется в виде

$$\varphi_\lambda(\mu) = \varphi(\mu) [1 - \mu \sqrt{3(1-\lambda)}], \quad (20.47)$$

где через $\varphi(\mu)$ обозначена функция $\varphi_\lambda(\mu)$ при $\lambda = 1$. Аналогичное выражение можно написать и для функции $\varphi_{\lambda_v}(\mu)$. Подставляя указанные выражения в формулу (20.46) и пренебрегая членами порядка $1 - \lambda$ и $1 - \lambda_v$, находим

$$r_v(\mu, \mu_0) = 1 - \sqrt{3}(\mu + \mu_0)(\sqrt{1-\lambda_v} - \sqrt{1-\lambda}). \quad (20.48)$$

Очевидно, что в данном случае получаемая из наблюдений «эквивалентная толщина слоя газа» уже не имеет такого простого физического смысла, как в случае применимости формулы (20.43). Пользуясь полученным выражением для величины $r_v(\mu, \mu_0)$, можно определить эквивалентную ширину линии поглощения по формуле

$$W(\mu, \mu_0) = \int [1 - r_v(\mu, \mu_0)] dv. \quad (20.49)$$

Так как коэффициент поглощения в линии α_v пропорционален концентрации поглащающих молекул n , то формула (20.49) дает зависимость W от n (точнее говоря, от n/α). Поэтому сравнение наблюденного и теоретического значений W позволяет найти концентрацию молекул n в атмосфере планеты.

Если применить формулу (20.49) к разным линиям молекулярной полосы, то можно получить относительные числа молекул на разных вращательно-колебательных уровнях. Допуская, что вследствие столкновений устанавливается больцмановское распределение молекул по возбужденным уровням, можно найти температуру газа. Таким способом Чемберлен и Койпер по полосам поглощения CO₂ определили температуру в атмосфере Венеры, оказавшуюся равной 285 К. При указанном определении температуры использовалось выражение (20.48) для величины $r_v(\mu, \mu_0)$. Иными словами, делалось предположение, что молекулы и крупные частицы перемешаны в атмосфере в постоянном отношении. По-видимому, это предположение приближенно справедливо, так как зависимость эквивалентной ширины полосы CO₂ от фазы, вычисленная на его основе, согласуется с аналогичной зависимостью, полученной из наблюдений.

Формула (20.48) справедлива лишь при изотропном рассеянии света. Этот случай важен главным образом потому, что к нему можно приближенно свести случай анизотропного рассеяния, который более соответствует реальным атмосферам. Указанная возможность основана на том, что поле излучения при произвольной индикаторисе рассеяния (усредненное по азимуту) похоже на поле излучения при сферической индикаторисе рассеяния в атмосфере с другими значениями параметров λ и τ_0 . В случае анизотропного рассеяния получена также точная формула для величины r_v , обобщающая формулу (20.48) (см. [3]).

Для расчета спектров планет необходима как теория многократного рассеяния света, так и теория молекулярных спектров. Вопросы образования спектров молекул, содержащихся в планетных атмосферах, изложены в книге Р. Гуди [8].

§ 21. Строение планетных атмосфер

1. Температуры планет. При изучении планет, кроме рассмотренных выше наблюдений в оптической области спектра, производятся также и другие наблюдения. Среди них очень важны наблюде-