NGC 6543, 38000К для NGC 6552 и 50 000 К для NGC 7009. Мы видим, что эти значения температур весьма близки к приведенным выше значениям T_*, найденным по линиям водорода.

Для грубой оценки температур звезд Занстра применил изложенный метод в упрощенном виде. Пользуясь формулой (22.33) и тем фактом, что линии N_1 и N_2 определяют собой главную часть визуальной светимости туманности, он получил зависимость между температурой звезды T_* и разностью звездных величин ядра и туманности $m_*—m_n$. Очевидно, что чем больше эта разность, тем выше температура звезды. По наблюденным значениям разности $m_*—m_n$ были определены температуры большого числа ядер туманностей. Оказалось, что в некоторых случаях эти температуры достигают 100 000 К. Высокие температуры звезд, получаемые этим способом, подтверждаются, как правило, и другими признаками, в частности, большой интенсивностью линий He II в спектрах туманностей.

Изложенные в этом параграфе методы определения температур звезд широко применяются в астрофизике. При помощи этих методов определяют не только температуры ядер туманностей, но и температуры звезд с яркими линиями в спектрах: звезд классов Be, Вольфа — Райе, новых и др.

§ 23. Ионизация атомов

1. Число рекомбинаций. Как было выяснено, в газовых туманностях происходит ионизация атомов под действием излучения горячих звезд. Вместе с тем в туманностях происходят и обратные процессы — захваты ионами свободных электронов, т. е. рекомбинации атомов. Число ионизаций может быть определено при помощи коэффициента поглощения в непрерывном спектре, введенного в § 5. Теперь мы получим формулы для определения числа рекомбинаций.

Пусть n^+ и n_e— число ионов и число свободных электронов в 1 см³ соответственно, а $f(v)\,dv$ — доля электронов со скоростями от v до $v+dv$. Обозначим через $\beta_i(v)$ эффективное поперечное сечение для захвата электрона со скоростью v на i-й уровень. Тогда число захватов электронов со скоростями от v до $v+dv$, происходящих в 1 см³ за 1 с, будет равно

$$n^+ n_e \beta_i(v) f(v) v\, dv.$$

Полное число рекомбинаций в 1 см³ за 1 с на i-уровень мы представим в виде $n_e n^+ C_i(T_e)$, где T_e— температура электронного газа. Очевидно, что

$$C_i(T_e) = \int_0^\infty \beta_i(v) f(v) v\, dv. \qquad (23.1)$$

Величина $\beta_i(v)$ связана с коэффициентом поглощения в непрерывном спектре атомом, находящимся в i-м состоянии. Для установления этой связи рассмотрим состояние термодинамического равновесия. В этом случае имеет место детальное равновесие, при котором любой процесс уравновешивается обратным процессом. В частности, число ионизаций, происходящих с i-го уровня при поглощении квантов с частотами от ν до $\nu+d\nu$, должно равняться числу захватов на этот уровень электронов со скоростями от v до $v+dv$, причем

$$h\nu=\frac{1}{2}mv^2+\chi_i. \tag{23.2}$$

Число ионизаций с i-го уровня при поглощении квантов с частотами от ν до $\nu+d\nu$ в 1 см^3 за 1 с равно

$$n_i k_{i\nu}\left(1-e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right)\frac{c\rho_\nu}{h\nu}d\nu,$$

где n_i— число атомов в i-м состоянии, $k_{i\nu}$— коэффициент поглощения, рассчитанный на один атом (множитель в скобках учитывает отрицательное поглощение), ρ_ν— плотность излучения частоты ν. На основании принципа детального равновесия имеем

$$n_e n^+\beta_i(v)\,f(v)\,v\,dv=n_i k_{i\nu}\left(1-e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right)\frac{c\rho_\nu}{h\nu}d\nu. \tag{23.3}$$

Как известно, при термодинамическом равновесии функция $f(v)$ определяется формулой Максвелла, плотность излучения ρ_ν— формулой Планка и распределение атомов по состояниям — формулами Больцмана и Саха. При помощи перечисленных формул из соотношения (23.3) получаем

$$\beta_i(v)=\frac{h^2\nu^2}{c^2m^2v^2}\frac{g_i}{g^+}k_{i\nu}, \tag{23.4}$$

где g_i— статистический вес i-го состояния данного атома, и g^+— статистический вес основного состояния иона.

Формула (23.4) и дает искомую связь между величинами $\beta_i(v)$ и $k_{i\nu}$. Хотя при выводе ее предполагалось термодинамическое равновесие, но она верна, разумеется, всегда (так как вероятности поглощения и излучения квантов не зависят от распределения атомов по состояниям и квантов по частотам).

Подставляя (23.4) в (23.1), получаем следующее выражение для коэффициента рекомбинации:

$$C_i(T_e)=\frac{g_i}{g^+}\frac{h^2}{c^2m^2}\int_0^\infty\frac{\nu^2}{v}k_{i\nu}f(v)\,dv. \tag{23.5}$$

Здесь функция $f(v)$ дается формулой Максвелла при температуре T_e, т. е.

$$f(v)=\frac{4\pi m^3}{(2\pi mkT_e)^{3/2}}e^{-\frac{mv^2}{2kT_e}}v^2. \qquad (23.6)$$

Чтобы вычислить величину $C_i(T_e)$ по формуле (23.5), надо знать коэффициент поглощения для данного атома. Мы сейчас найдем $C_i(T_e)$ для водорода. В этом случае коэффициент поглощения $k_{i\nu}$ дается формулой (5.6). Подставляя (5.6) в (23.5) и пользуясь также формулами (23.2) и (23.6), получаем

$$C_i(T_e)=\frac{2^9\pi^5}{(6\pi)^{3/2}}\frac{e^{10}}{m^2c^3h^3}\left(\frac{m}{kT_e}\right)^{3/2}\frac{1}{i^3}e^{\frac{\chi_i}{kT_e}}E_1\left(\frac{\chi_i}{kT_e}\right), \qquad (23.7)$$

где E_1x — интегральная показательная функция.

Формулу (23.7) можно переписать в виде

$$C_i(T_e)=3{,}22\cdot10^{-6}M_i(T_e), \qquad (23.8)$$

где

$$M_i(T)=\frac{1}{T^{3/2}i^3}e^{\frac{\chi_i}{kT}}E_1\left(\frac{\chi_i}{kT}\right). \qquad (23.9)$$

Значения функции $M_i(T)\cdot10^8$ приведены в табл. 27.

Аналогично могут быть найдены коэффициенты рекомбинации для других атомов.

Таблица 27

Значения функции $M_i(T)\cdot10^8$

i	T, К					i	T, К				
	1000	5000	10 000	20 000	50 000		1000	5000	10 000	20 000	50 000
1	20	8,8	6,0	3,9	2,3	5	3,5	1,1	0,64	0,34	0,13
2	9,8	3,9	2,7	1,6	0,78	6	2,9	0,86	0,46	0,23	0,088
3	6,4	2,5	1,4	0,86	0,37	7	2,3	0,66	0,35	0,17	0,062
4	4,7	1,6	0,94	0,52	0,21	8	1,9	0,52	0,26	0,13	0,046

2. Степень ионизации в туманности. При термодинамическом равновесии степень ионизации атомов определяется формулой Саха. В туманностях нет термодинамического равновесия, поэтому мы должны вывести новую ионизационную формулу. Для этого мы воспользуемся тем, что туманности стационарны, т. е. физические условия в них не меняются с течением времени (на самом деле изменение происходит, но очень медленно). Точнее говоря, будем считать, что в каждом объеме число ионизаций равно числу рекомбинаций.

Так как ионизация атомов в туманностях происходит преимущественно из основного состояния, то число ионизаций, совершающихся в 1 см³ за 1 с под действием излучения в интервале частот от ν до $\nu+d\nu$, равно

$$n_1 k_{1\nu} \frac{c\rho_\nu}{h\nu} d\nu.$$

Плотность излучения в туманности ρ_ν определяется формулой (22.2). Поэтому для полного числа ионизаций, происходящих в единице объема за единицу времени, получаем

$$n_1 W \int_{\nu_1}^{\infty} k_{1\nu} \frac{c\rho_\nu^*}{h\nu} d\nu,$$

где ν_1 — частота ионизации из основного состояния.

Что же касается рекомбинаций, то они происходят на все уровни. Поэтому полное число рекомбинаций, случающихся в 1 см³ за 1 с, будет равно

$$n_e n^+ \sum_1^\infty C_i(T_e).$$

Приравнивая друг к другу два последних выражения, имеем

$$n_1 W \int_{\nu_1}^{\infty} k_{1\nu} \frac{c\rho_\nu^*}{h\nu} d\nu = n_e n^+ \sum_1^\infty C_i(T_e). \tag{23.10}$$

Эта формула и дает возможность определить степень ионизации атомов в туманности, если известны величины $k_{1\nu}$ и $C_i(T_e)$. Однако ее можно сильно упростить, воспользовавшись соотношением (23.5).

Предварительно перепишем формулу (23.10) в виде

$$p n_1 W \int_{\nu_1}^{\infty} k_{1\nu} \frac{c\rho_\nu^*}{h\nu} d\nu = n_e n^+ C_1(T_e), \tag{23.11}$$

где через p обозначена доля захватов на первый уровень. Принимая во внимание соотношение (23.5), а также считая, что величина ρ_ν^* дается формулой Планка с температурой T_*, а величина $f(v)$ — формулой Максвелла с температурой T_e, вместо (23.11) находим

$$p n_1 W \int_{\nu_1}^{\infty} k_{1\nu} \frac{\nu^2 d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT_*}} - 1} = \frac{g_1}{g^+} n_e n^+ \frac{mh^3}{2(2\pi mkT_e)^{3/2}} \int_0^\infty k_{1\nu} \nu^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT_e}} v\, dv. \tag{23.12}$$

Чтобы вычислить интегралы, входящие в соотношение (23.12), надо знать зависимость $k_{1\nu}$ от частоты. Для разных атомов эта зависимость различна, однако мы примем, что для всех атомов

$k_{1\nu} \sim 1/\nu^2$. Происходящая от этого ошибка сравнительно невелика, а вычисления существенно упрощаются. После выполнения интегрирования формула (23.12) принимает вид

$$\frac{n_e n^+}{n_1} = \frac{g^+}{g_1} pW \sqrt{\frac{T_e}{T_*}} \frac{2(2\pi mkT_*)^{3/2}}{h^3} \ln\left(1 - e^{-\frac{h\nu_1}{kT_*}}\right)^{-1}. \quad (23.13)$$

В обычно встречающихся на практике случаях $h\nu_1/kT_* \gg 1$. Поэтому вместо (23.13) имеем

$$n_e \frac{n^+}{n_1} = \frac{g^+}{g_1} pW \sqrt{\frac{T_e}{T_*}} \frac{2(2\pi mkT_*)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{h\nu_1}{kT_*}}. \quad (23.14)$$

Это окончательный вид формулы ионизации для туманностей.

Мы видим, что формула (23.14) отличается от формулы Саха наличием множителя $pW\sqrt{T_e/T_*}$ в правой части. Этот множитель для газовых туманностей очень мал. Однако это не значит, что степень ионизации n^+/n_1 также мала. В действительности степень ионизации в туманностях может быть весьма значительной, так как малость коэффициента дилюции W компенсируется малостью концентрации свободных электронов n_e.

В планетарных туманностях, как мы знаем, $W \approx 10^{-14}$, а ниже будет показано, что $n_e \approx 10^4$ см$^{-3}$. В этом случае формула (23.14) дает, что для водорода степень ионизации будет больше единицы при $T_* > 20\,000$ К. В том же случае для гелия $n^+/n_1 > 1$ при $T_* > 33\,000$ К.

3. Ионизация в туманности большой оптической толщины. Формула (23.14) справедлива лишь тогда, когда оптическая толщина туманности за границей основной серии данного атома меньше единицы. В противном случае необходимо учитывать поглощение излучения звезды, а также наличие диффузного излучения туманности, происходящего от рекомбинаций на первый уровень.

Поглощение излучения звезды на пути до данного места туманности может быть учтено путем введения в правую часть формулы (23.14) множителя $e^{-\tau}$, где τ — оптическое расстояние от звезды за границей основной серии, соответствующее некоторому среднему коэффициенту поглощения. Что же касается учета ионизаций под действием диффузного излучения туманности, то его можно приближенно выполнить, отбрасывая в правой части формулы (23.10) член, соответствующий рекомбинациям на первый уровень (так как в туманности большой оптической толщины рекомбинации на первый уровень компенсируются ионизациями при поглощении диффузного излучения). Легко видеть, что в таком случае в правую часть формулы (23.14) вместо множителя p должен входить множитель $p/(1-p)$. Для атома водорода доля захватов на первый уровень близка к половине, вследствие чего множитель $p/(1-p)$ близок к единице. Мы будем считать, что этот множитель примерно равен

единице и для других атомов. Принимая во внимание все сказанное, можно переписать формулу (23.14) в следующем виде:

$$n_e \frac{n^+}{n_1} = \frac{g^+}{g_1} W \sqrt{\frac{T_e}{T_*}} \frac{2\,(2\pi mkT_*)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{h\nu_1}{kT_*}} \cdot e^{-\tau}. \qquad (23.15)$$

Представляет интерес вопрос, как меняется степень ионизации n^+/n_1 с изменением расстояния r от звезды? Чтобы упростить рассмотрение этого вопроса, мы возьмем планетарную туманность, толщина которой мала по сравнению с ее радиусом. В таком случае коэффициент дилюции в туманности можно считать постоянным (W=const). Кроме того, примем, что концентрация атомов в туманности также постоянна (n=const).

Наш расчет будет относиться к водороду. Однако результаты в принципе будут справедливы для всех атомов, которые производят сильное поглощение за границами своих основных серий в туманностях.

Обозначим через x долю ионизованных атомов, т. е. положим

$$n^+ = xn, \qquad n_1 = (1-x)\,n, \qquad n_e = xn. \qquad (23.16)$$

Тогда вместо формулы (23.15) получаем

$$\frac{x^2}{1-x} = \frac{g^+}{g_1} \frac{W}{n} \sqrt{\frac{T_e}{T_*}} \frac{2\,(2\pi mkT_*)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{h\nu_1}{kT_*}} \cdot e^{-\tau}. \qquad (23.17)$$

Входящее в эту формулу оптическое расстояние τ равно

$$\tau = nk \int_{r_1}^{r} (1-x)\,dr, \qquad (23.18)$$

где k — средний коэффициент поглощения и r_1— радиус внутренней границы туманности.

Из соотношений (23.17) и (23.18) легко получить дифференциальное уравнение, связывающее величины x и r. Логарифмируя, а затем дифференцируя соотношение (23.17), находим

$$\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{1-x}\right) dx = -\,d\tau. \qquad (23.19)$$

При помощи (23.18) отсюда имеем

$$\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{1-x}\right) \frac{dx}{1-x} = -\,nk\,dr. \qquad (23.20)$$

Интегрирование уравнения (23.20) дает

$$2\ln\frac{x_0}{1-x_0}\frac{1-x}{x} + \frac{1}{1-x_0} - \frac{1}{1-x} = nk\,(r-r_1), \qquad (23.21)$$

где x_0— значение величины x при $\tau=0$.

В таблице 28 в виде примера приведены значения величины $nk\,(r-r_1)$, вычисленные по формуле (23.21) для разных значений x.

Таблица 28

Доля ионизованных атомов x в зависимости от r и τ

x	$nk(r-r_1)$	τ	x	$nk(r-r_1)$	τ
0,999	0	0	0,900	999	4,7
0,997	669	1,1	0,700	1009	6,4
0,990	907	2,3	0,500	1012	7,6
0,970	963	3,5			

При этом принято, что $1-x_0=0{,}001$. Там же даны значения величины τ, найденные по формуле

$$\tau = \ln\left(\frac{x_0}{x}\right)^2 \frac{1-x}{1-x_0}, \tag{23.22}$$

вытекающей из (23.17).

Из приведенных формул и из таблицы видно, что величина x остается близкой к единице до значения r, определяемого формулой

$$nk(r-r_1) \approx \frac{1}{1-x_0}, \tag{23.23}$$

после чего резко убывает на сравнительно небольшом интервале изменения r. Значения r, даваемые формулой (23.23), соответствуют значениям τ порядка нескольких единиц.

Полученный результат вполне понятен из физических соображений. Когда оптическое расстояние τ становится порядка единицы, происходит уменьшение степени ионизации, т. е. возрастание числа нейтральных атомов. В свою очередь рост числа нейтральных атомов ведет к увеличению оптического расстояния τ.

Таким образом, туманность может быть разделена на две области: внутреннюю, в которой степень ионизации велика $\left(\frac{n^+}{n_1} \gg 1\right)$, и внешнюю, в которой степень ионизации мала $\left(\frac{n^+}{n_1} \ll 1\right)$, с весьма резкой границей между ними. Первая область светится в линиях данного атома, возникающих в результате фотоионизаций и рекомбинаций, вторая в них не светится. В случае атома водорода первая из этих областей называется обычно зоной H II, вторая — зоной H I (рис. 31).

Если температура звезды достаточно высока, чтобы вызвать вторую ионизацию данного атома, то туманность может быть разбита на три области. В первой, ближайшей к звезде области существуют в основном дважды ионизованные атомы и свечение происходит в линиях однажды ионизованного атома. В следующей области находятся в основном однажды ионизованные атомы и она светится в линиях нейтрального атома. В последней области содержатся

лишь нейтральные атомы и она совсем не светится в линиях данного элемента, имеющих рекомбинационное происхождение.

Сказанное означает, что в туманностях должна существовать «стратификация» (т. е. слоистость) излучения. Этот теоретический вывод подтверждается наблюдениями: изображения планетарных туманностей, полученные с помощью бесщелевого спектрографа, имеют в разных линиях неодинаковую величину. При этом, как и следовало ожидать, размеры изображения в общем тем меньше, чем больше потенциал ионизации атома. Например, размеры изображений туманностей в линиях ионизованного гелия значительно меньше, чем в линиях нейтрального гелия.

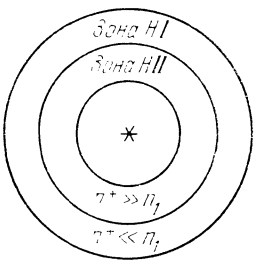

Рис. 31

4. Энергетический баланс свободных электронов. При выводе ионизационной формулы мы считали, что в каждом элементарном объеме туманности число свободных электронов не меняется с течением времени. Теперь рассмотрим еще одно важное уравнение стационарности, выражающее собой закон сохранения энергии свободных электронов. Это позволит получить зависимость между температурой звезды и электронной температурой туманности [4].

Мы будем считать, что свободные электроны возникают при фотоионизации атомов водорода. Среднюю энергию, получаемую электроном при фотоионизации, обозначим через ε. Так как число ионизаций должно равняться числу рекомбинаций, то количество энергии, приобретаемое электронами в 1 см^3 за 1 с будет равно

$$\varepsilon n_e n^+ \sum_1^\infty C_i.$$

Свободные электроны расходуют свою энергию разными путями. Некоторая часть их энергии тратится на излучение в непрерывном спектре при рекомбинациях и свободно-свободных переходах. Эту часть энергии мы обозначим через

$$n_e n^+ \left(\sum_1^\infty C_i \varepsilon_i + f \right),$$

где ε_i — средняя энергия свободного электрона, захваченного на i-й уровень. Другая часть энергии свободных электронов, которую мы обозначим через E, расходуется на возбуждение свечения в линиях «небулия» (в предыдущем параграфе приближенно считалось, что на это идет вся энергия, получаемая свободными электронами при фотоионизациях). Наконец, свободные электроны могут тратить свою энергию на возбуждение атомов водорода. Хотя энергия, требуемая для возбуждения атома водорода, и велика, но этих атомов очень много, вследствие чего потерю энергии свободных элек-

тронов при столкновениях с ними надо принимать во внимание. Мы обозначим через $n_1 n_e D_i$ число возбуждений i-го уровня водорода и через $n_1 n_e D_c$ — число ионизаций атома водорода, происходящих в 1 см³ за 1 с при столкновениях со свободными электронами. Тогда энергия, теряемая свободными электронами при этих столкновениях, будет равна

$$n_1 n_e \left(\sum_2^\infty D_i h\nu_{1i} + D_c h\nu_{1c} \right).$$

На основании закона сохранения энергии имеем

$$\varepsilon n_e n^+ \sum_1^\infty C_i = n_e n^+ \left(\sum_1^\infty C_i \varepsilon_i + f \right) + E + n_1 n_e \left(\sum_2^\infty D_i h\nu_{1i} + D_c h\nu_{1c} \right). \tag{23.24}$$

Будем для простоты считать, что температура в туманности везде одинакова. Тогда, интегрируя соотношение (23.24) по всему объему туманности, находим

$$\bar{\varepsilon} \sum_1^\infty C_i \int n_e n^+ \, dV = \left(\sum_1^\infty C_i \varepsilon_i + f \right) \int n_e n^+ \, dV + \\ + \int E \, dV + \left(\sum_2^\infty D_i h\nu_{1i} + D_c h\nu_{1c} \right) \int n_1 n_e \, dV, \tag{23.25}$$

где $\bar{\varepsilon}$ — энергия, получаемая электроном при фотоионизации, средняя для всей туманности.

Энергию, излучаемую туманностью в линиях «небулия», удобно выразить через энергию, излучаемую туманностью в какой-либо бальмеровской линии, например, в линии H_β. Делая это, имеем

$$\int E \, dV = \frac{I_{\text{Neb}}}{I_{H_\beta}} A_{42} h\nu_{24} \int n_4 \, dV, \tag{23.26}$$

где $I_{\text{Neb}}/I_{H_\beta}$ — отношение интенсивностей линий «небулия» и H_β в спектре туманности. Но величина n_k, представляющая собой число атомов водорода в k-м состоянии в 1 см³, должна быть пропорциональна $n_e n^+$, так как заполнение уровней атома водорода происходит в результате рекомбинаций. Поэтому, вводя обозначение $n_k = z_k n_e n^+$ (об определении чисел z_k см. в следующем параграфе), вместо (23.26) получаем

$$\int E \, dV = \frac{I_{\text{Neb}}}{I_{H_\beta}} A_{42} h\nu_{24} z_4 \int n_e n^+ \, dV. \tag{23.27}$$

Подставляя (23.27) в (23.25), находим

$$\bar{\varepsilon}\sum_1^\infty C_i=\sum_1^\infty C_i\varepsilon_i+f+\frac{I_{\text{Neb}}}{I_{\text{H}_\beta}}A_{42}h\nu_{24}z_4+\frac{\bar{n}_1}{n^+}\left(\sum_2^\infty D_ih\nu_{1i}+D_ch\nu_{1c}\right), \tag{23.28}$$

где

$$\frac{\bar{n}_1}{n^+}=\frac{\int n_1n_e\,dV}{\int n_en^+\,dV}. \tag{23.29}$$

Уравнение (23.28) можно рассмотреть для двух предельных случаев. В первом случае предположим, что оптическая толщина туманности в лаймановском континууме мала ($\tau_0\ll 1$). Тогда ионизация атомов водорода будет происходить в основном под действием излучения, приходящего непосредственно от звезды, и величина $\bar{\varepsilon}$ будет равна

$$\bar{\varepsilon}=\frac{\int\limits_{\nu_1}^\infty (h\nu-h\nu_1)\frac{\overset{*}{\rho}_\nu}{h\nu}k_{1\nu}\,d\nu}{\int\limits_{\nu_1}^\infty \frac{\overset{*}{\rho}_\nu}{h\nu}k_{1\nu}\,d\nu}. \tag{23.30}$$

Для водорода, как известно, $k_{1\nu}\sim 1/\nu^3$. Поэтому, представляя величину $\bar{\varepsilon}$ в виде

$$\bar{\varepsilon}=AkT_*, \tag{23.31}$$

где k — постоянная Больцмана, для величины A получаем

$$A=\frac{\int\limits_{x_0}^\infty \frac{dx}{e^x-1}}{\int\limits_{x_0}^\infty \frac{dx}{x(e^x-1)}}-x_0, \tag{23.32}$$

где $x_0=h\nu_1/kT_*$.

Во втором случае примем, что оптическая толщина туманности за границей серии Лаймана велика ($\tau_0\gg 1$). В этом случае ионизация вызывается как излучением, идущим непосредственно от звезды, так и диффузным излучением самой туманности. Однако при больших значениях τ_0 можно считать, что все кванты, испускаемые при захватах электронов на первый уровень, поглощаются в туманности, т. е. число ионизаций, происходящих под влиянием диффузного излучения, равно $C_1\int n_en^+dV$, а энергия, которую электроны

получают при этом, равна $C_1\varepsilon_1 \int n_e n^+ dV$. Поэтому и в данном случае диффузного излучения туманности можно не учитывать. Надо только в уравнении (23.28) суммировать величины C_i и $C_i\varepsilon_i$ не от 1, а от 2. Для величины A теперь находим

$$A = \frac{\int\limits_{x_0}^{\infty} \frac{x^3\,dx}{e^x - 1}}{\int\limits_{x_0}^{\infty} \frac{x^2\,dx}{e^x - 1}} - x_0. \qquad (23\ 33)$$

Значения величины A, вычисленные по формулам (23.32) и (23.33), приведены в табл. 29.

Таблица 29

Значение величины A

$T_*/1000$	I		II	
	A	$AT_*/1000$	A	$AT_*/1000$
20	0,90	18	1,24	25
40	0,83	33	1,46	58
60	0,77	46	1,63	98
80	0,71	57	1,76	141

Из этой таблицы видно, что в принятом интервале звездных температур энергия $\bar{\varepsilon}$ во втором случае приблизительно в два раза больше, чем в первом. А так как число захватов на первый уровень составляет около половины общего числа захватов, то уравнение (23.28) в обоих случаях должно давать близкие между собой результаты.

Принимая второй из рассмотренных случаев (хотя он далеко не всегда осуществляется в действительности), в дополнение к равенству (23.31) положим

$$\sum_2^{\infty} C_i\varepsilon_i + f = BT_e k \sum_2^{\infty} C_i, \qquad (23.34)$$

$$A_{42} h\nu_{24} z_4 = Ck \sum_2^{\infty} C_i, \qquad (23.35)$$

$$\sum_2^{\infty} D_i h\nu_{1i} + D_c h\nu_{1c} = Dk \sum_2^{\infty} C_i. \qquad (23.36)$$

Тогда вместо уравнения (23.28) получаем

$$AT_* = BT_e + C\frac{I_{\mathrm{Neb}}}{I_{\mathrm{H}_\beta}} + D\frac{\overline{n_1}}{n^+}. \qquad (23.37)$$

Соотношение (23.37) является искомым. Оно связывает между собой температуру звезды T_* и электронную температуру туманности T_e. Входящий в это соотношение коэффициент A зависит только от T_* и дан в табл. 29. Коэффициенты B, C и D зависят только от T_e и приведены в табл. 30.

Таблица 30

Коэффициенты B, C и D

$T_e/1000$	B	$BT_e/1000$	$C/1000$	$D/1000$
5	1,02	5	3	0,001
7,5	1,04	8	3	3,0
10	1,06	11	3	$2{,}5\cdot10^2$
12,5	1,08	14	3	$2{,}5\cdot10^3$
15	1,10	17	3	$1{,}6\cdot10^4$

При помощи соотношения (23.37) можно найти электронную температуру туманности T_e, если температура звезды T_* известна. Для этого надо знать из наблюдений также величины $I_{\mathrm{Neb}}/I_{\mathrm{H}_\beta}$ и $\overline{n_1}/n^+$. Так как линии N_1 и N_2 являются самыми яркими в спектрах туманностей, то приближенно мы имеем: $I_{\mathrm{Neb}}/I_{\mathrm{H}_\beta} \approx I_{\mathrm{N}_1+\mathrm{N}_2}/I_{\mathrm{H}_\beta} = 4I_{\mathrm{N}_2}/I_{\mathrm{H}_\beta}$. Что же касается величины $\overline{n_1}/n^+$, то, пользуясь формулами (23.29) и (23.15), мы можем представить ее в виде

$$\frac{\overline{n_1}}{n^+} = \left(\frac{n_1}{n^+}\right)_0 \left[\ln\left(\frac{n^+}{n_1}\right)_0 + 1\right], \qquad (23.38)$$

где $(\overline{n^+/n_1})_0$— степень ионизации, определенная обычной ионизационной формулой [т. е. формулой (23.15) при $\tau=0$]. Следует отметить, что величину $\overline{n_1}/n^+$ достаточно знать лишь приближенно, так как коэффициент D меняется с изменением электронной температуры очень быстро.

В таблице 31 приведены результаты применения соотношения (23.37) к определению электронных температур ряда планетарных туманностей. В первом столбце таблицы дается номер туманности, во втором — значение T_e, в трех последующих столбцах — доли энергии свободных электронов, расходуемой соответственно на излучение в непрерывном спектре, на возбуждение линий «небулия» и на неупругие столкновения с атомами водорода.

В предпоследнем столбце табл. 31 приведены принятые значения температур ядер туманностей, найденные по линиям «небулия», т. е.

из уравнения (22.33). Как мы помним, при написании этого уравнения предполагалось, что вся энергия, получаемая свободными электронами при фотоионизациях, идет на возбуждение линий «небулия». В действительности на это идет только доля энергии, равная $CI_{\mathrm{Neb}}/AT_{*}I_{\mathrm{H}\beta}$. Поэтому мы можем уточнить метод определения температур звезд по линиям «небулия», введя в левую часть уравнения (22.33) в виде множителя эту долю. Температуры ядер, найденные после указанного уточнения, приведены в последнем столбце табл. 31. Легко видеть, что уточненный метод определения температур звезд по линиям «небулия» становится эквивалентным методу определения температур звезд по линиям водорода.

Таблица 31

Электронные температуры туманностей и температуры их ядер

Объект	T_e, К	Непрер. спектр.	Небулий	Водород	T_* по линиям небулия, К	T_* исправл, К
NGC 7672	14 000	0,10	0,30	0,60	59 000	76 000
NGC 7009	10 000	0,15	0,55	0,30	40 000	45 000
NGC 6572	13 000	0,15	0,40	0,45	40 000	48 000
NGC 6826	9 000	0,25	0,60	0,15	27 000	29 000
ICII 4593	10 000	0,30	0,60	0,10	24 000	25 000
NGC 6543	11 000	0,20	0,30	0,50	33 000	41 000

Как следует из табл. 31, электронные температуры планетарных туманностей гораздо ниже температур их ядер. Объясняется это тем, что значительная часть энергии, получаемой свободными электронами при фотоионизации, расходуется ими на неупругие столкновения с различными атомами. При этом основную роль в охлаждении электронного газа играют столкновения с атомами, обладающими низкими потенциалами возбуждения (особенно с ионами O^{++}).

Определенные нами значения T_e представляют собой средние электронные температуры в зонах H II. Однако в различных частях туманности значения T_e могут существенно отличаться друг от друга. Причиной этого являются различия как в значениях величины ε, так и в концентрациях тех атомов и ионов, при столкновениях с которыми происходит охлаждение электронного газа. Как показывают вычисления, электронные температуры в зонах H I гораздо ниже, чем в зонах H II.

В § 25 будут изложены другие методы для определения электронных температур туманностей (по отношению интенсивностей запрещенных линий). Значения T_e, найденные этими методами, оказываются примерно такими же, как и значения, приведенные в

табл. 31. Если считать электронную температуру туманности известной, то из соотношения (23.37) можно определить температуру звезды. Следует подчеркнуть, что эта температура будет характеризовать энергию звезды в самом лаймановском континууме, а не ее отношение к энергии в видимой части спектра, как температура, найденная методом Занстра.

Как мы увидим дальше (в гл. VII), рассмотрение энергетического баланса свободных электронов применяется также при изучении межзвездного газа (в основном для определения электронных температур).

§ 24. Возбуждение атомов

1. Возбуждение при фотоионизациях и рекомбинациях. Возбуждение атомов в туманностях происходит либо при фотоионизациях и последующих рекомбинациях либо при столкновениях. Сейчас мы рассмотрим первый из этих механизмов, причем для простоты — применительно к атому водорода. Роль столкновений в возбуждении атомов будет рассмотрена позднее.

Вычисление степени возбуждения атомов в туманностях не представляет больших трудностей. В условиях туманностей вероятности переходов из возбужденных состояний под действием излучения и столкновений оказываются гораздо меньше вероятностей спонтанных переходов (за исключением переходов с очень высоких уровней). Поэтому после фотоионизаций и рекомбинаций атомы совершают лишь «каскадные» переходы с уровня на уровень (т. е. цепь спонтанных переходов от возбужденного состояния до первого). Образующиеся при таких переходах кванты в линиях субординатных серий беспрепятственно уходят из туманности. Вследствие этого после определения населенностей уровней могут быть легко вычислены и интенсивности эмиссионных линий.

Для определения числа атомов в разных состояниях мы должны составить уравнения стационарности, выражающие собой тот факт, что число переходов в данное состояние равно числу переходов из этого состояния.

Число переходов в i-е состояние, совершающихся в 1 см^3 за 1 с, равно

$$n_e n^+ C_i(T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} + n_1 B_{1i} \rho_{1i}.$$

Здесь первый член представляет собой число захватов непосредственно на i-й уровень, второй — число спонтанных переходов из выше лежащих дискретных состояний, третий — число переходов из первого состояния под действием излучения в лаймановской линии.