

табл. 31. Если считать электронную температуру туманности известной, то из соотношения (23.37) можно определить температуру звезды. Следует подчеркнуть, что эта температура будет характеризовать энергию звезды в самом лаймановском континууме, а не ее отношение к энергии в видимой части спектра, как температура, найденная методом Занстра.

Как мы увидим дальше (в гл. VII), рассмотрение энергетического баланса свободных электронов применяется также при изучении межзвездного газа (в основном для определения электронных температур).

§ 24. Возбуждение атомов

1. Возбуждение при фотоионизациях и рекомбинациях. Возбуждение атомов в туманностях происходит либо при фотоионизациях и последующих рекомбинациях либо при столкновениях. Сейчас мы рассмотрим первый из этих механизмов, причем для простоты — применительно к атому водорода. Роль столкновений в возбуждении атомов будет рассмотрена позднее.

Вычисление степени возбуждения атомов в туманностях не представляет больших трудностей. В условиях туманностей вероятности переходов из возбужденных состояний под действием излучения и столкновений оказываются гораздо меньше вероятностей спонтанных переходов (за исключением переходов с очень высоких уровней). Поэтому после фотоионизаций и рекомбинаций атомы совершают лишь «каскадные» переходы с уровня на уровень (т. е. цепь спонтанных переходов от возбужденного состояния до первого). Образующиеся при таких переходах кванты в линиях субординатных серий беспрепятственно уходят из туманности. Вследствие этого после определения населенностей уровней могут быть легко вычислены и интенсивности эмиссионных линий.

Для определения числа атомов в разных состояниях мы должны составить уравнения стационарности, выражающие собой тот факт, что число переходов в данное состояние равно числу переходов из этого состояния.

Число переходов в i -е состояние, совершающихся в 1 см^3 за 1 с , равно

$$n_e n^+ C_i(T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} + n_1 B_{1i} \rho_{1i}.$$

Здесь первый член представляет собой число захватов непосредственно на i -й уровень, второй — число спонтанных переходов из выше лежащих дискретных состояний, третий — число переходов из первого состояния под действием излучения в лаймановской линии.

Из i -го состояния происходят практически только спонтанные переходы вниз. Число таких переходов в 1 см³ за 1 с равно

$$n_i \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik}.$$

Приравнивая два последних выражения, получаем

$$n_i \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik} = n_e n^+ C_i(T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} + n_1 B_{1i} \rho_{1i} \quad (24.1)$$

$$(i = 2, 3, 4, \dots).$$

Величина ρ_{1i} , представляющая собой плотность излучения в лаймановской линии, нам заранее не известна. Рассмотрим поэтому два предельных случая уравнений (24.1).

В случае А будем предполагать, что оптическая толщина туманности в лаймановских линиях очень мала по сравнению с 1. Тогда будет малой и плотность излучения ρ_{1i} . Поэтому, пренебрегая последним членом в каждом из уравнений (24.1), находим

$$n_i \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik} = n_e n^+ C_i(T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} \quad (i = 2, 3, 4, \dots). \quad (24.2)$$

В случае В (который для наблюдаемых туманностей гораздо ближе к действительности, чем предыдущий случай) оптическая толщина туманности в лаймановских линиях считается очень большой. В этом случае почти все кванты, излучаемые при переходе $i \rightarrow 1$, поглощаются при обратном переходе, т. е. $n_i A_{i1} = n_1 B_{1i} \rho_{1i}$. Следовательно, вместо системы уравнений (24.1) имеем

$$n_i \sum_{k=2}^{i-1} A_{ik} = n_e n^+ C_i(T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} \quad (i = 3, 4, 5, \dots). \quad (24.3)$$

Таким образом, в обоих случаях мы пришли к системе линейных алгебраических уравнений относительно чисел $z_i = n_i / n_e n^+$.

Система уравнений (24.3) для водорода была приближенно решена Силлье, который использовал 12 первых уравнений ($i = 3, 4, \dots, 14$) и отбросил остальные. Коэффициент рекомбинации $C_i(T_e)$ находился при этом по формуле (23.7).

Позднее Мензел и Бэкер [5] рассмотрели системы уравнений (24.2) и (24.3), взяв более точное выражение для коэффициента рекомбинации (с гаунтовским множителем, отличным от единицы) и приняв во внимание более высокие уровни. В их таблицах приведены значения величины b_i , определенной соотношением

$$n_i = b_i n_e n^+ \frac{i^2 h^3}{(2\pi m k T_e)^{3/2}} e^{\frac{\chi_i}{k T_e}}, \quad (24.4)$$

т. е. показывающей, во сколько раз значение $n_i / n_e n^+$ в туманностях отличается от значения $n_i / n_e n^+$ в состоянии термодинамического равновесия с температурой T_e .

Ситон получил более точные решения систем уравнений (24.2) и (24.3). Искомая величина z_i была при этом представлена в виде

$$z_i = \frac{C_i + \sum_{\substack{k=i+1 \\ k=k_0}}^{\infty} Q_{ki} C_k}{\sum_{k=i+1}^{i-1} A_{ik}}, \quad (24.5)$$

где $k_0=1$ в случае А и $k_0=2$ в случае В, а величины Q_{ki} (зависящие только от эйнштейновских коэффициентов спонтанных переходов и от значения k_0) составляют элементы «каскадной матрицы». Очевидно, что величина Q_{ki} определяет вероятность попадания атома на уровень i с уровня k любым путем. Вычисленные Ситоном зна-

чения величины $b_i e^{\frac{\chi_i}{kT_e}}$ приведены в табл. 32.

Мы видим, что величина b_i сильно отличается от единицы (а при $i \rightarrow \infty$, как и следовало ожидать, $b_i \rightarrow 1$). На этом основании может

Таблица 32

Значения величины $b_i e^{\frac{\chi_i}{kT_e}}$

i	T_e , К				i	T_e , К				
	Случай А		Случай В			Случай А		Случай В		
	10 000	20 000	10 000	20 000		10 000	20 000	10 000	20 000	
2	0,193	0,315	—	—	9	0,360	0,480	0,552	0,730	
3	0,213	0,332	0,668	1,013	10	0,376	0,494	0,563	0,735	
4	0,244	0,364	0,540	0,792	15	0,434	0,547	0,605	0,756	
5	0,273	0,394	0,519	0,739	20	0,472	0,580	0,635	0,772	
6	0,299	0,421	0,520	0,725	25	0,499	0,603	0,656	0,785	
7	0,322	0,443	0,529	0,722	30	0,520	0,621	0,673	0,795	
8	0,341	0,463	0,540	0,725						

сложиться впечатление, что в отношении распределения атомов по состояниям туманности близки к термодинамическому равновесию. В действительности это верно только в отношении величин $n_i/n_e n^+$ (при $i \geq 2$ в случае А и при $i \geq 3$ в случае В). Если же рассматривать степень возбуждения атомов n_i/n_1 , то эта величина очень далека от своего значения при термодинамическом равновесии. В самом деле, из формул (23.14) и (24.4) мы получаем

$$\frac{n_i}{n_1} = pW \frac{T_*}{T_e} b_i \frac{g_i}{g_1} e^{\frac{\chi_i}{kT_e} - \frac{\chi_1}{kT_*}}. \quad (24.6)$$

Формула (24.6) сильно отличается от формулы Больцмана. Особенно существенно присутствие в правой части формулы (24.6)

малого множителя W . Вследствие этого число возбужденных атомов в туманности гораздо меньше числа атомов в основном состоянии.

Следует отметить, что система уравнений (24.3) [как и (24.2)], определяющая населенности уровней атома водорода, не является вполне точной. При написании этой системы не было принято во внимание азимутальное вырождение уровней, т. е. наличие при главном квантовом числе i ряда состояний с различными азимутальными числами l . В действительности вместо системы (24.3) мы должны написать следующую систему уравнений для определения чисел n_{il} :

$$\begin{aligned} n_{il} \left[\sum_{k=1}^i A_{ilk(l-1)} + \sum_{k=l+2}^i A_{ilk(l+1)} \right] = \\ = \sum_{k=i}^{\infty} [n_{k(l+1)} A_{k(l+1)il} + n_{k(l-1)} A_{k(l-1)il}] + n_e n^+ C_{il}(T_e) \quad (24.7) \\ (i = 3, 4, 5, \dots, l = 0, 1, 2, \dots, i-1). \end{aligned}$$

Здесь учтено, что разрешены только такие переходы, при которых число l меняется на единицу. Система уравнений (24.7) рассматривалась в ряде работ. Один из полученных результатов состоит в том, что замена системы (24.3) системой (24.7) не приводит к значительным изменениям в числах атомов n_i (а также и в интенсивностях эмиссионных линий).

Уравнения, определяющие населенности уровней, могут быть составлены не только для водорода, но и для других атомов. Однако для других атомов (кроме водородоподобных ионов) очень трудно найти величины A_{ki} и $C_i(T_e)$. Поэтому населенности уровней в этих случаях вычислялись приближенно (см. [10]).

2. Интенсивности эмиссионных линий. Знание населеностей уровней атома дает возможность вычислить интенсивности эмиссионных линий. Эти вычисления сильно облегчаются полной прозрачностью туманностей для излучения в линиях субординатных серий. Интенсивности линий, возникающих в спектрах туманностей в результате рекомбинаций, зависят только от коэффициентов рекомбинаций $C_i(T_e)$ и коэффициентов спонтанных переходов A_{ki} . Поэтому путем сравнения теории с наблюдениями можно, в частности, проверить правильность квантовомеханических вычислений этих коэффициентов. Такая проверка (представляющая особый интерес в случае сложных атомов) возможна только при изучении туманностей, благодаря крайней простоте осуществляющихся в них физических условий.

Мы сейчас найдем интенсивности эмиссионных линий водорода. Количество энергии, излучаемое туманностью в линии, соответствующей переходу $k \rightarrow i$, за 1 с равно

$$E_{ki} = A_{ki} h v_{ik} \int n_k dV, \quad (24.8)$$

где интегрирование производится по всему объему туманности. Представим число атомов n_k в виде $n_k = z_k(T_e) n_e n^+$, где величина $z_k(T_e)$ определяется из системы уравнений (24.2) или (24.3). Если считать, что электронная температура не меняется в туманности, то вместо формулы (24.8) имеем

$$E_{ki} = z_k A_{ki} h v_{ik} \int n_e n^+ dV. \quad (24.9)$$

Входящий в полученную формулу интеграл нам не известен, но он общий для всех линий. Поэтому формула (24.9) дает возможность вычислить относительные интенсивности эмиссионных линий.

В частности, при помощи формулы (24.9) можно найти относительные интенсивности бальмеровских линий, т. е. так называемый бальмеровский декремент. Выражая интенсивности бальмеровских линий в интенсивности линии H_β (как обычно делается), получаем

$$\frac{E_{k2}}{E_{42}} = \frac{z_k A_{k2} v_{2k}}{z_4 A_{42} v_{24}}. \quad (24.10)$$

Теоретический бальмеровский декремент (вычисленный Ситоном) приведен в табл. 33.

Мы видим, что теоретический бальмеровский декремент в каждом из рассмотренных случаев слабо зависит от электронной температуры и практически может считаться постоянным. Однако наблюденный бальмеровский декремент заметно меняется от туманности к туманности, причем он более крут, чем теоретический (например, для многих туманностей отношение интенсивностей линий H_α и H_β приблизительно равно 5). Как было установлено, расхождения между теорией и наблюдениями объясняются в основном избирательным поглощением света в пространстве, приводящим к покраснению далеких объектов. Благодаря этому наблюденное отношение интенсивностей линий H_α и H_β и кажется больше, чем оно есть на самом деле. После учета поглощения света теория (в случае В)

Таблица 33

Бальмеровский декремент

T_e , К	Случай А		Случай В		Набл.
	10 000	20 000	10 000	20 000	
H_α	1,91	1,99	2,71	2,79	2,77
H_β	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
H_γ	0,589	0,569	0,506	0,491	0,50
H_δ	0,378	0,356	0,298	0,282	0,26
H_ε	0,258	0,238	0,192	0,178	0,18

и наблюдения согласуются удовлетворительно. Это видно, например, из табл. 33, в последнем столбце которой приведен наблюденный бальмеровский декремент с учетом поглощения света (средний для 17 туманностей).

Очевидно, что путем сравнения теоретических и наблюденных интенсивностей линий в спектрах туманностей можно определить поглощение света в Галактике. При таких определениях целесообразно использовать данные не только о бальмеровских, но и о пашеновских линиях.

К настоящему времени, кроме относительных интенсивностей линий водорода в спектрах туманностей, также приближенно вычислены относительные интенсивности линий некоторых других атомов (в частности, Не I и N III).

3. Роль столкновений. Свободные электроны, возникающие при photoионизации атомов, обладают довольно большой кинетической энергией. Эту энергию они могут тратить на возбуждение атомов при столкновениях. Очевидно, что чем меньше потенциал возбуждения атома, тем большая доля свободных электронов может возбудить этот атом. Поэтому атомы, имеющие низкие потенциалы возбуждения, в туманностях возбуждаются в основном электронными ударами. Так, в частности, происходит возбуждение свечения туманностей в линиях «небулия». Однако электронные удары не могут заметно влиять на населенности уровней атомов с большими потенциалами возбуждения. Сейчас мы рассмотрим вопрос о возбуждении электронными ударами атомов водорода (потенциалы возбуждения которых надо отнести к значительным, хотя и не очень большим). Столкновения, приводящие к свечению туманностей в линиях «небулия», будут подробно рассмотрены в следующем параграфе.

Пусть, как и выше, $n_1 n_e D_i(T_e)$ — число возбуждений и $n_1 n_e D_c(T_e)$ — число ионизаций из основного состояния при столкновениях в 1 см^3 за 1 с. Значения величин $D_i(T_e)$ и $D_c(T_e)$ для водорода, вычисленные Чемберленом, приведены в табл. 34. При $i > 6$ величина D_i приближенно определяется формулой

$$D_i = D_6 \left(\frac{6}{i} \right)^{3,20}. \quad (24.11)$$

Для определения чисел атомов в разных состояниях при возбуждении столкновениями мы должны составить уравнения стационарности, аналогичные уравнениям (24.3). В данном случае вместо числа рекомбинаций $n_e n^+ C_i$ надо написать число столкновений $n_1 n_e D_i$. Поэтому вместо уравнения (24.3) получаем

$$n_i \sum_{k=2}^{i-1} A_{ik} = n_1 n_e D_i(T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} \quad (i = 3, 4, 5, \dots). \quad (24.12)$$

В результате решения уравнений (24.12) могут быть найдены величины $n_i/n_1 n_e$, а затем и относительные интенсивности эмисси-

онных линий. Вычисленный Чемберленом бальмеровский декремент приведен в табл. 35.

Из сравнения табл. 33 и 35 видно, что в случае возбуждения атомов столкновениями бальмеровский декремент оказывается более крутым, чем в случае возбуждения ионизациями и рекомбинациями. Вследствие этого высказывалась мысль, что наблюдаемый крутой бальмеровский декремент в спектрах планетарных туманностей вызван не только поглощением света в Галактике, но и влиянием столкновений на населенности атомных уровней. Однако, как легко

Таблица 34

**Значения величин $D_i(T_e)$ и $D_c(T_e)$
для водорода**

T_e, K	10 000	20 000	40 000
D_2	$231 \cdot 10^{-15}$	$89 \cdot 10^{-12}$	$23,2 \cdot 10^{-10}$
D_3	6,32	6,65	3,05
D_4	1,50	1,86	0,92
D_5	0,435	0,69	0,404
D_6	0,201	0,36	0,218
D_c	25,7	5,31	6,25

Таблица 35

**Бальмеровский декремент
при возбуждении
столкновениями**

T_e, K	10 000	20 000	40 000
H_α	5,76	4,79	4,96
H_β	1,00	1,00	1,00
H_γ	0,291	0,347	0,383
H_δ	0,136	0,169	0,194
H_ϵ	0,076	0,097	0,112

показать, это влияние не может быть большим, если свободные электроны возникают при фотоионизации атомов водорода. В самом деле, из каждого L_c -кванта звезды, поглощенного туманностью, образуется при рекомбинации один бальмеровский квант, в то время как далеко не каждый свободный электрон производит столкновение, приводящее к появлению такого кванта. Объясняется это, прежде всего, тем, что при температуре звезды порядка нескольких десятков тысяч кельвинов средняя энергия оторванного электрона составляет лишь небольшую часть энергии возбуждения водородных уровней. Кроме того, значительная часть энергии свободных электронов идет на возбуждение свечения туманности в линиях «небулия». Наконец, как видно из табл. 34, при неупругих столкновениях свободных электронов с атомами водорода основная часть энергии расходуется на возбуждение линии L_α , а не на возбуждение бальмеровских линий. Таким образом, надо признать, что энергия свободных электронов недостаточна, чтобы вызвать путем столкновений такое же свечение в бальмеровских линиях, какое вызывается в результате рекомбинаций.

4. Массы и плотности туманностей. По свечению туманности в линиях водорода может быть определена концентрация атомов водорода в туманности. Для этого надо воспользоваться формулой (24.9), определяющей энергию, излучаемую туманностью в данной

линии. Применяя эту формулу к бальмеровской линии, соответствующей переходу $k \rightarrow 2$, имеем

$$E_{k2} = z_k A_{k2} h \nu_{2k} \int n_e n^+ dV. \quad (24.13)$$

Так как водород является наиболее распространенным элементом, а в светящейся части туманности он находится преимущественно в ионизованном состоянии, то можно считать, что $n_e = n^+$. Поэтому формула (24.13) может быть переписана в виде

$$E_{k2} = z_k A_{k2} h \nu_{2k} n^{+2} V, \quad (24.14)$$

где n^+ — среднее число протонов в 1 см^3 , а V — объем светящейся части туманности. Из формулы (24.14) получаем

$$n^+ = \sqrt{\frac{E_{k2}}{z_k A_{k2} h \nu_{2k} V}}. \quad (24.15)$$

Оценка величины n^+ в планетарных туманностях по формуле (24.15) приводит к значениям порядка нескольких тысяч. С этими значениями n^+ ионизацияционная формула дает для степени ионизации атомов водорода $n^+/n_1 \approx 10^3$. Следовательно, число нейтральных атомов водорода в 1 см^3 составляет в среднем несколько единиц.

Знание величины n^+ дает возможность определить массу светящейся части туманности, которая равна

$$M = m_H n^+ V, \quad (24.16)$$

где m_H — масса атома водорода. Подставляя (24.15) в (24.16), находим

$$M = m_H \sqrt{\frac{E_{k2} V}{z_k A_{k2} h \nu_{2k}}}. \quad (24.17)$$

Энергия, излучаемая туманностью в данной бальмеровской линии, составляет некоторую долю δ_{2k} visualной светимости туманности L , т. е. $E_{k2} = \delta_{2k} L$. Поэтому вместо формул (24.15) и (24.17) имеем

$$\rho = m_H n^+ = C \sqrt{\frac{L}{V}}, \quad (24.18)$$

$$M = C V \sqrt{L V}, \quad (24.19)$$

где

$$C = m_H \sqrt{\frac{\delta_{2k}}{z_k A_{k2} h \nu_{2k}}}. \quad (24.20)$$

Для большинства туманностей можно принять, что visualные светимости определяются в основном излучением в линиях N_1 и N_2 (исключением являются туманности с сильным непрерывным спектром, которые будут рассмотрены в гл. VII). Тогда, грубо говоря, величина δ_{2k} представляет собой отношение интенсивности данной

линии к интенсивности линий $N_1 + N_2$. Например, в том случае, когда линия N_2 ярче линии H_β в три раза, величина δ_{24} равна $1/12$. В этом случае $C = 1,5 \cdot 10^{-12}$. Конечно, величина δ_{24} несколько меняется от туманности к туманности, однако это мало сказывается на значении C , так как δ_{24} входит в формулу (24.20) под знаком корня. Поэтому в первом приближении множитель C может считаться постоянным для всех рассматриваемых туманностей.

Формулы (24.18) и (24.19) впервые были получены В. А. Амбарцумяном. Их применение к определению масс и плотностей планетарных туманностей дало следующие результаты:

$$M \approx 0,01 M_\odot,$$

$$\rho \approx 10^{-20} \text{ г/см}^3.$$

Эти значения M и ρ являются средними. Массы и плотности отдельных планетарных туманностей могут отличаться от указанных средних значений, по-видимому, в десятки раз.

Плотности диффузных газовых туманностей оказываются в среднем несколько меньше плотностей планетарных туманностей (примерно на один-два порядка). Что же касается масс диффузных туманностей, то они заключены в очень широких пределах — от небольших долей массы Солнца до нескольких тысяч масс Солнца. Например, масса туманности «Омега» оказывается порядка $500 M_\odot$.

Следует подчеркнуть, что формула (24.19) дает значение массы только той части туманности, которая светится в линиях водорода. Это значение является массой всей туманности лишь в том случае, когда оптическая толщина туманности за границей серии Лаймана меньше единицы.

Для определения плотностей и масс туманностей по формулам (24.18) и (24.19) необходимо знать расстояния до них. Однако расстояния до планетарных туманностей известны плохо, вследствие чего их плотности и массы находятся с некоторыми ошибками. Обозначая через R расстояние до туманности, мы из упомянутых формул видим, что $\rho \sim R^{-1/2}$ и $M \sim R^{5/2}$. Следовательно, ошибка в расстоянии влияет мало на значение плотности, но очень сильно — на значение массы.

Интересно отметить, что слабая зависимость R от M позволила И. С. Шкловскому использовать формулу (24.19) для определения расстояний до планетарных туманностей при предположении о постоянстве их масс. Мы, очевидно, имеем

$$V \sim r^3 \sim R^3 \Phi^3$$

и

$$L \sim r^2 I \sim R^2 \Phi^2 I,$$

где r — радиус туманности, Φ — ее радиус в угловой мере, I — поверхностная яркость туманности. Поэтому из формулы (24.19)

получаем

$$R \sim \frac{M^{2/5}}{\varphi I^{1/5}}. \quad (24.21)$$

Пользуясь формулой (24.21), И. С. Шкловский составил каталог расстояний до планетарных туманностей. При этом коэффициент пропорциональности в формуле (24.21) был определен при помощи статистических параллаксов. Кроме того, как уже сказано, масса M считалась постоянной для всех туманностей. Однако даже для одной туманности величина M меняется с возрастанием зоны Н II по мере расширения туманности. Лишь для туманностей с небольшой оптической толщиной в лаймановском континууме величина M остается постоянной с течением времени. Поэтому упомянутый каталог относится именно к этим туманностям.

Для некоторых из ближайших к нам туманностей удалось определить расстояния тригонометрическим путем. Они оказались в удовлетворительном согласии с расстояниями, найденными по формуле (24.21). Это говорит о том, что массы планетарных туманностей не очень сильно различаются между собой.

§ 25. Запрещенные линии

1. Необходимые условия для появления запрещенных линий. В спектрах газовых туманностей присутствует много запрещенных линий, принадлежащих разным атомам и ионам: О I, О II, О III, N I, N II, S II и др. Наиболее интенсивными из них являются главные небулярные линии N₁ и N₂ дважды ионизованного кислорода (с длинами волн 5006 и 4959 Å соответственно). Из других запрещенных линий следует отметить линию 4363 Å дважды ионизованного кислорода, фиолетовый дублет 3726 и 3729 Å однажды ионизованного кислорода, красный дублет 6548 и 6584 Å однажды ионизованного азота. Схемы энергетических уровней упомянутых ионов приведены на рис. 32.

Как известно, «запрещенные» линии отличаются от «разрешенных» линий крайней малостью вероятностей переходов. Эйнштейновские коэффициенты вероятности спонтанных переходов для разрешенных линий порядка 10^8 с^{-1} , для запрещенных линий они в миллионы и миллиарды раз меньше. В табл. 36 даны для примера значения коэффициентов вероятности спонтанных переходов для некоторых запрещенных линий ионов О III, N II и О I (вычисленные Гарстангом).

В обычных звездных спектрах запрещенные линии не наблюдаются. В спектрах же газовых туманностей они сравнимы по интенсивности с разрешенными линиями. Чем же вызвано это различие?

Как мы помним, запрещенные линии (принадлежащие, правда, совсем другим ионам) присутствуют также в спектре солнечной ко-