Глава VIII

ВНУТРЕННЕЕ СТРОЕНИЕ ЗВЕЗД

Теория внутреннего строения звезд сильно отличается от изложенных выше разделов теоретической астрофизики. Прежде всего это объясняется необычностью физических условий внутри звезды, характеризующихся очень высокими температурами и большими плотностями. Поведение вещества и энергии при таких условиях выяснено еще в недостаточной степени. Поэтому теория внутреннего строения звезд может еще встретиться со многими неожиданностями.

Другая особенность звездных недр состоит в том, что они не могут наблюдаться с помощью обычных астрономических средств. Поэтому для проверки выводов теории могут быть использованы лишь косвенные соображения, а не прямые измерения. Правда, существует принципиальная возможность получения непосредственной информации о процессах, протекающих внутри звезды. Эта возможность заключается в измерении идущего от звезды потока нейтрино. Благодаря огромной проникающей способности этих частиц, они беспрепятственно выходят из звездных недр наружу. Однако улавливать нейтрино весьма трудно, и создание «нейтринной астрономии» только начинается.

Основная задача теории внутреннего строения звезд ставится так. Задана звезда с радиусом R, массой M и светимостью L и с определенным химическим составом. Известны граничные условия задачи, т. е. условия в поверхностных слоях звезды. Можно считать, что звезда находится в стационарном состоянии (это верно для подавляющего большинства звезд). Требуется найти распределение плотности и температуры внутри звезды.

Однако теория должна не только выяснить строение отдельной звезды, но и объяснить различные статистические закономерности, найденные при рассмотрении совокупности звезд. Главными из этих закономерностей являются следующие: 1) соотношение масса — светимость и 2) соотношение спектр — светимость (которое может быть также представлено как соотношение светимость — радиус).

При решении указанной основной задачи приходится, разумеется, пользоваться сведениями из теоретической физики. Как уже сказано, эти сведения могут оказаться недостаточными. Однако само изучение звездных недр может приводить к расширению таких сведений. В качестве примера укажем на то, что поиски источников звездной энергии способствовали открытию ядерных реакций, свя-

занных с выделением больших количеств энергии. Несомненно, что подобные открытия будут происходить и в дальнейшем.

Теория внутреннего строения звезд в своем развитии прошла ряд этапов. Первоначально в теории рассматривалось лишь механическое равновесие звезды под действием двух сил: тяготения и газового давления. При этом считалось, что давление пропорционально некоторой степени плотности. Эта теория нашла свое завершение в книге Эмдена [1]. В дальнейшем в уравнение механического равновесия было введено давление излучения и стало рассматриваться энергетическое равновесие звезды. Большое значение на этом этапе имели исследования Эддингтона [2]. Однако фундаментальный вопрос теории — вопрос об источниках звездной энергии — долгое время оставался нерешенным. Лишь в сороковых годах было установлено, что основным источником звездной энергии являются ядерные реакции, преобразующие водород в гелий. Это открытие послужило началом современного этапа теории.

На данном этапе разработка теории внутреннего строения звезд теснейшим образом связывается с решением проблемы звездной эволюции. Такая связь является совершенно естественной, поскольку структура звезды зависит от химического состава, а он меняется в ходе ядерных реакций.

В настоящей главе теория внутреннего строения звезд излагается в порядке ее развития. При этом первоначальные этапы теории рассматриваются весьма кратко, так как лишь очень немногие из полученных тогда результатов сохранили свое значение до нашего времени.

§ 35. Уравнения равновесия звезды

1. Уравнение механического равновесия. Будем считать, что звезда обладает сферической симметрией и находится в равновесии под действием силы притяжения и силы газового давления. Пусть P — давление и ρ — плотность внутри звезды. Эти величины зависят от расстояния r от центра звезды.

Уравнение равновесия под действием указанных сил (т. е. уравнение гидростатического равновесия) имеет вид

$$dP = -g\rho\, dr, \tag{35.1}$$

где g — ускорение силы тяжести в данном месте звезды. Как известно, в случае сферической симметрии величина g определяется формулой

$$g = G\frac{M_r}{r^2}, \tag{35.2}$$

где G — постоянная тяготения и M_r — масса, заключенная внутри

сферы радиуса r, т. е.

$$M_r = 4\pi \int_0^r \rho r^2 dr. \tag{35.3}$$

Подставляя (35.2) в (35.1), получаем

$$\frac{dP}{dr} = -G\frac{M_r}{r^2}\rho. \tag{35.4}$$

Вводя сюда выражение для M_r, приходим к уравнению механического равновесия в виде

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(\frac{r^2}{\rho}\frac{dP}{dr}\right) = -4\pi G\rho. \tag{35.5}$$

Уравнение (35.5) является одним из основных уравнений теории внутреннего строения звезд.

В уравнение (35.5) входят две неизвестные величины: давление P и плотность ρ. Как уже говорилось, на первом этапе развития теории принималось, что эти величины связаны между собой зависимостью

$$P = C\rho^k, \tag{35.6}$$

где C и k — постоянные. Такая зависимость между P и ρ называется политропной. Таким образом, звезды первоначально рассматривались как политропные газовые шары.

При помощи (35.6) находим

$$\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dr} = \frac{Ck}{k-1}\frac{d\rho^{k-1}}{dr}. \tag{35.7}$$

Подставляя (35.7) в (35.5) и используя обозначение

$$\rho^{k-1} = u, \tag{35.8}$$

получаем

$$C(1+n)\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{du}{dr}\right) = -4\pi G u^n, \tag{35.9}$$

где $n = 1/(k-1)$. Величина n называется политропным индексом.

Уравнение (35.9), в которое входит одна неизвестная функция $u(r)$, можно несколько упростить путем введения новых безразмерных переменных. Именно, положим

$$u = u_0 y, \quad x = \lambda r \tag{35.10}$$

и будем считать, что u_0 есть значение u в центре звезды (при $r=0$). Что же касается величины λ, то подберем ее так, чтобы при под-

становке (35.10) в (35.9) сократились все постоянные. Тогда для определения λ получаем соотношение

$$C(1+n)\lambda^2 = 4\pi G u_0^{n-1}, \tag{35.11}$$

а уравнение (35.9) принимает вид

$$\frac{1}{x^2}\frac{d}{dx}\left(x^2\frac{dy}{dx}\right) = -y^n. \tag{35.12}$$

Очевидно, что функция $y(x)$ должна удовлетворять следующим двум условиям в центре звезды:

$$y=1,\ y'=0 \text{ при } x=0. \tag{35.13}$$

Уравнение (35.12), называемое уравнением Эмдена, играло очень большую роль на первом этапе изучения строения звезд. Исследованию этого уравнения было посвящено много работ. Однако решения уравнения Эмдена в явном виде удалось получить только для трех значений политропного индекса ($n=0$, 1, 5). Эти решения при граничных условиях (35.13) имеют вид

$$y = 1-\frac{x^2}{6} \quad \text{при} \quad n=0, \tag{35.14}$$

$$y = \frac{\sin x}{x} \quad \text{при} \quad n=1, \tag{35.15}$$

$$y = \frac{1}{\left(1+\frac{x^2}{3}\right)^{1/2}} \quad \text{при} \quad n=5. \tag{35.16}$$

Для других значений n уравнение (35.12) при граничных условиях (35.13) было решено численно. В астрофизической литературе (например, в [1]) даны подробные таблицы решений уравнения Эмдена.

2. Плотность, давление и температура внутри звезды. Если считать звезду политропным шаром с заданным политропным индексом n, то, пользуясь соответствующим решением уравнения Эмдена, можно легко найти распределение плотности, давления и температуры внутри звезды.

На основании формул (35.8) и (35.10) имеем

$$\rho(r) = u_0^n y^n(\lambda r). \tag{35.17}$$

Следовательно, для нахождения функции $\rho(r)$ надо знать постоянные u_0 и λ. Для их определения воспользуемся условиями на границе звезды.

Обозначим через x_1 значение x при $r=R$. Величина x_1 находится из того условия, что на поверхности звезды функция $y(x)$ обращается в нуль, т. е. $y(x_1)=0$. Применяя к поверхности звезды вторую из формул (35.10), получаем

$$x_1 = \lambda R. \tag{35.18}$$

Напишем, далее, для границы звезды уравнение гидростатического равновесия. Из уравнений (35.1) и (35.2) следует

$$\left(\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dr}\right)_{r=R} = -G\frac{M}{R^2}, \tag{35.19}$$

где M — масса звезды. Пользуясь формулами (35.7), (35.8) и (35.10), вместо (35.19) находим

$$C(1+n)\,u_0\,\lambda y'(x_1) = -G\frac{M}{R^2}. \tag{35.20}$$

Подставляя в (35.20) выражение для C из (35.11) и выражение для λ из (35.18), получаем

$$u_0^n = -\frac{x_1 M}{4\pi R^3 y'(x_1)}. \tag{35.21}$$

Таким образом, искомые величины λ и u_0 даются формулами (35.18) и (35.21). После их определения, как уже сказано, по формуле (35.17) может быть найдена плотность в любом месте звезды.

Очевидно, что величина u_0^n представляет собой плотность в центре звезды, т. е. $\rho_c = u_0^n$. Обозначая через $\bar{\rho}$ среднюю плотность звезды, имеем

$$\bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}. \tag{35.22}$$

Поэтому формулу (35.21) можно переписать в виде

$$\rho_c = -\frac{x_1}{3y'(x_1)}\bar{\rho}. \tag{35.23}$$

В таблице 55, взятой из книги Чандрасекара [3], даны значения величин x_1, $x_1^2 y'(x_1)$ и $\rho_c/\bar{\rho}$ для разных значений политропного индекса n.

Таблица 5

Зависимость некоторых параметров звезды от политропного индекса

n	0	1	2	3	4	5
x_1	2,45	3,14	4,35	6,90	15,0	
$-x_1^2 y'(x_1)$	4,90	3,14	2,41	2,02	1,80	1,73
$\rho_c/\bar{\rho}$	1,00	3,29	11,4	54,2	622	

При помощи табл. 55 найдем в виде примера плотность в центре Солнца, принимая $n=3$. Так как средняя плотность Солнца равна

$\bar{\rho}=1{,}41$ г/см^3, то для плотности в центре получаем $\rho_c=54{,}2\,\bar{\rho}=$ $=76{,}5$ г/см^3.

Давление внутри звезды может быть найдено по формуле (35.6), для чего следует определить величину C, которая считается постоянной в звезде, но заранее не известной. При помощи формул (35.11), (35.18) и (35.21) имеем

$$C=\frac{4\pi G}{1+n}\frac{R^2}{x_1^2}\left[-\frac{x_1 M}{4\pi R^3 y'(x_1)}\right]^{\frac{n-1}{n}}. \tag{35.24}$$

Для давления в центре звезды находим

$$P_c=\frac{G}{4\pi(1+n)}\left[\frac{M}{R^2 y'(x_1)}\right]^2. \tag{35.25}$$

Чтобы найти температуру внутри звезды, надо задать уравнение состояния звездного вещества, связывающее между собой температуру, плотность и давление. Мы примем, что звезда состоит из идеального газа. В таком случае в качестве уравнения состояния имеем

$$P=\frac{R_*}{\mu}\rho T, \tag{35.26}$$

где R_* — газовая постоянная и μ — средняя молекулярная масса.

Из уравнения (35.26) при помощи соотношений (35.6) и (35.8) для температуры T находим

$$T=\frac{\mu}{R_*}Cu. \tag{35.27}$$

Таким образом, температура оказывается пропорциональной введенной выше величине u.

Легко получить, что в центре звезды температура равна

$$T_c=-\frac{\mu G}{(1+n)R_* x_1 y'(x_1)}\frac{M}{R}. \tag{35.28}$$

Для Солнца при $n=3$ по формуле (35.28) находим: $T_c=2\cdot10^7$ кельвинов (если считать, что $\mu=1$). Разумеется, эта оценка T_c, как и сделанная выше оценка ρ_c, является весьма грубой. Однако, как увидим дальше, и более правильные модели звезд, рассчитанные без предположения о политропной зависимости между давлением и плотностью, приводят к таким же по порядку результатам.

3. Гравитационная энергия звезды. Для звезды, представляющей собой политропный шар, может быть получена очень простая формула, определяющая гравитационную энергию. Мы обозначим гравитационную энергию звезды через E. Эта величина отрицательна и численно равна работе, которую надо затратить, чтобы удалить все слои звезды в бесконечность, т. е.

$$E=-G\int\frac{M_r}{r}dM_r, \tag{35.29}$$

где интегрирование распространено на всю звезду.

Формулу (35.29) можно переписать в виде

$$E = -\frac{G}{2}\int \frac{dM_r^2}{r} = -\frac{GM^2}{2R} - \frac{G}{2}\int M_r^2 \frac{dr}{r^2}. \qquad (35.30)$$

На основании соотношений (35.4) и (35.7) получаем

$$G\int M_r^2 \frac{dr}{r^2} = -\int \frac{M_r}{\rho} dP = -\frac{Ck}{k-1}\int M_r \, d\rho^{k-1}. \qquad (35.31)$$

Производя здесь интегрирование по частям и пользуясь формулами (35.3) и (35.6), находим

$$G\int M_r^2 \frac{dr}{r^2} = -4\pi \frac{Ck}{k-1}\int \rho^k r^2 dr = 4\pi \frac{k}{k-1}\int Pr^2 dr. \qquad (35.32)$$

Подстановка (35.32) в (35.30) дает

$$E = -\frac{GM^2}{2R} - 2\pi \frac{k}{k-1}\int Pr^2 dr. \qquad (35.33)$$

С другой стороны, формулу (35.29) можно преобразовать так:

$$E = \int \frac{r}{\rho}\frac{dP}{dr} dM_r = 4\pi \int r^3 dP = -12\pi \int Pr^2 dr. \qquad (35.34)$$

Из (35.33) и (35.34) следует

$$E = -\frac{GM^2}{2R} + \frac{k}{6(k-1)} E, \qquad (35.35)$$

откуда имеем

$$E = -\frac{3}{5-n}\frac{GM^2}{R}. \qquad (35.36)$$

Этой формулой и определяется гравитационная энергия звезды при политропном индексе n.

Как видно из формулы (35.36), энергия E отрицательна лишь при $n<5$. Исследование уравнения Эмдена показывает, что при $n \geqslant 5$ политропные шары имеют бесконечно большие радиусы.

Необходимо отметить, что гравитационная энергия звезды связана простым соотношением с ее тепловой энергией. С целью получения этого соотношения обратимся к формуле (35.34) для гравитационной энергии звезды E. Эта формула была выведена непосредственно из уравнения механического равновесия (подчеркнем, что без предположения о звезде как политропном шаре). С другой стороны, тепловая энергия звезды, которую мы обозначим через Q, дается очевидной формулой

$$Q = 6\pi \int_0^R Pr^2 dr, \qquad (35.37)$$

где $\frac{3}{2}P$ — тепловая энергия единицы объема. Сравнивая между собой формулы (35.34) и (35.37), имеем

$$E+2Q=0. \tag{35.38}$$

Соотношение (35.38) представляет собой частный случай теоремы вириала, утверждающей, что в стационарной гравитирующей системе потенциальная энергия равна по абсолютной величине удвоенной кинетической энергии. В астрономии эта теорема часто применяется к звездным системам. В рассматриваемом случае одиночной звезды под кинетической энергией звезды понимается ее тепловая энергия.

С помощью теоремы вириала можно легко получить оценку температуры внутри звезды. Гравитационная энергия звезды, на основании формулы (35.29), может быть записана в виде

$$E=-\gamma\frac{GM^2}{R}, \tag{35.39}$$

где γ — безразмерный множитель, зависящий от структуры звезды. Тепловая же энергия звезды может быть представлена формулой

$$Q=\frac{3}{2}k\bar{T}\frac{M}{\mu m_{\text{H}}}, \tag{35.40}$$

где $M/\mu m_{\text{H}}$ — число частиц в звезде и $\overline{T}$ — ее средняя температура. Подстановка двух последних выражений в соотношение (35.38) дает

$$\bar{T}=\frac{\gamma\mu m_{\text{H}}}{3k}\frac{GM}{R}. \tag{35.41}$$

Применяя формулу (35.41) к Солнцу, находим $\overline{T}\approx 8\cdot 10^6\,\gamma\mu$. Если в качестве примера принять $\gamma=\frac{3}{2}$ и $\mu=1$, то будем иметь $T\approx 1{,}2\cdot 10^7$ кельвинов. Таким образом, самые простые оценки показывают, что температуры внутри звезд очень высоки.

Как уже сказано, энергию, равную E, нужно затратить, чтобы рассеять звезду в пространстве. Однако эта энергия должна выделиться, если туманность сжимается до состояния звезды. Согласно теореме вириала, половина выделившейся при сжатии энергии идет на нагревание звезды. Другая же половина расходуется звездой на излучение.

Раньше считали, что звезды возникают из туманностей и свечение звезды в течение всей ее жизни происходит за счет гравитационной энергии, выделяющейся при сжатии. Однако потом выяснилось, что гравитационной энергии недостаточно для этого.

Рассмотрим для примера опять Солнце. Принимая $n=3$, по формуле (35.36) находим, что гравитационная энергия Солнца равна

$E = -6 \cdot 10^{48}$ эрг. Светимость Солнца составляет $4 \cdot 10^{33}$ эрг/с. Поэтому за счет гравитационной энергии (точнее ее половины) Солнце могло излучать при постоянной светимости не более $2{,}5 \cdot 10^7$ лет. По данным же геологии Земля существует не менее $2 \cdot 10^9$ лет, причем светимость Солнца за это время существенно не менялась. Следовательно, Солнце обладает гораздо более мощными источниками энергии по сравнению с его гравитационной энергией.

Однако для некоторых звезд гравитационная энергия, выделяющаяся при сжатии, может быть существенным источником их свечения. К таким звездам относятся белые карлики, не достигшие еще полного вырождения, т. е. имеющие еще способность сжиматься. Как известно, массы белых карликов по порядку равны массе Солнца, а их радиусы составляют несколько сотых радиуса Солнца. Поэтому гравитационная энергия белого карлика будет порядка 10^{50} эрг. Светимость же белых карликов примерно в сто раз меньше светимости Солнца, т. е. порядка 10^{32} эрг/с. Из сопоставления этих цифр следует, что в случае сжатия белого карлика должна выделяться энергия, которая может обеспечить его свечение в течение весьма длительного времени. Разумеется, этим не решается вопрос о действительных источниках энергии белых карликов.

4. Уравнение энергетического равновесия. Выше было получено одно из основных уравнений теории внутреннего строения звезд — уравнение механического равновесия (35.5). Теперь мы напишем второе основное уравнение этой теории — уравнение энергетического равновесия звезды. Оно должно выражать собой то условие, что количество энергии, вырабатываемое в каком-либо элементарном объеме звезды, равно количеству энергии, которое из этого объема выходит.

Пусть ε — количество энергии, вырабатываемое одним граммом звездного вещества, и L_r — количество энергии, вырабатываемое внутри сферы радиуса r за 1 с. Мы имеем

$$L_r = 4\pi \int_0 \varepsilon \rho r^2 \, dr. \tag{35.42}$$

Обозначим через H_r поток энергии в радиальном направлении на расстоянии r от центра звезды. На основании упомянутого условия получаем

$$4\pi r^2 H_r = L_r. \tag{35.43}$$

Выражение для величины H_r определяется механизмом переноса энергии внутри звезды. Исследования показали, что основным из этих механизмов является лучеиспускание (хотя в некоторых случаях необходимо принимать во внимание конвекцию и теплопроводность).

Если считать, что энергия внутри звезды переносится только лучеиспусканием, то из уравнения переноса излучения находим

$$\frac{dP_R}{dr} = -\frac{\varkappa\rho}{c} H_r, \tag{35.44}$$

где P_R — давление излучения, $\varkappa$ — коэффициент поглощения, рассчитанный на единицу массы, и c — скорость света.

Из (35.43) и (35.44) следует

$$\frac{dP_R}{dr} = -\frac{\varkappa\rho}{c}\frac{L_r}{4\pi r^2}. \tag{35.45}$$

Подставляя (35.42) в (35.45), имеем

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(\frac{r^2}{\varkappa\rho}\frac{dP_R}{dr}\right) = -\frac{\varepsilon}{c}\rho. \tag{35.46}$$

Это и есть искомое уравнение энергетического равновесия звезды.

При получении уравнения механического равновесия мы понимали под P газовое давление. В дальнейшем будем понимать под P сумму давлений: газового и светового. Иными словами, будем считать

$$P = P_G + P_R, \tag{35.47}$$

где

$$P_G = \frac{R_*}{\mu}\rho T \tag{35.48}$$

и

$$P_R = \frac{1}{3} aT^4. \tag{35.49}$$

Если приведенные выражения для давлений подставить в уравнения (35.5) и (35.46), то мы получим систему двух уравнений для определения двух неизвестных функций от r: плотности ρ и температуры T. Входящие в эти уравнения величины ε, $\varkappa$ и μ должны считаться известными функциями от ρ и T.

5. Стандартная модель звезды. До открытия ядерных реакций как источника звездной энергии величина ε не была известна. Поэтому в теории внутреннего строения звезд приходилось делать различные предположения относительно этой величины, в результате чего получались разные модели звезд. Важную роль в теории сыграла модель, предложенная Эддингтоном. Ее обычно называют стандартной моделью звезды.

В качестве уравнений механического и энергетического равновесия звезды возьмем уравнения (35.4) и (35.45). Поделив второе из этих уравнений на первое, получаем

$$\frac{dP_R}{dP} = \frac{\varkappa L_r}{4\pi c G M_r}. \tag{35.50}$$

Введем обозначение

$$\frac{L_r}{M_r} = \eta \frac{L}{M}. \tag{35.51}$$

Подставляя (35.51) в (35.50), имеем

$$\frac{dP_R}{dP} = \frac{\varkappa\eta}{4\pi cG} \frac{L}{M}. \tag{35.52}$$

Эддингтон сделал предположение, что внутри звезды

$$\varkappa\eta = \text{const}. \tag{35.53}$$

При таком предположении вся правая часть уравнения (35.52) будет постоянной. Поэтому, обозначив

$$\frac{\varkappa\eta}{4\pi cG} \frac{L}{M} = 1 - \beta, \tag{35.54}$$

из (35.47) находим

$$P_R = (1 - \beta) P, \tag{35.55}$$

а значит,

$$P_G = \beta P. \tag{35.56}$$

Мы видим, что при выполнении предположения (35.53) отношение газового давления к световому не меняется в звезде.

Из формул (35.48), (35.49), (35.55) и (35.56) следует

$$(1 - \beta) P = \frac{1}{3} aT^4, \qquad \beta P = \frac{R_*}{\mu} \rho T. \tag{35.57}$$

Исключая из этих соотношений T, получаем

$$P = C\rho^{4/3}, \tag{35.58}$$

где

$$C = \left[\frac{3(1-\beta) R_*^4}{a\beta^4\mu^4}\right]^{1/3}. \tag{35.59}$$

Если считать, что средний молекулярный вес μ постоянен в звезде, то величина C также будет постоянной. Поэтому уравнение (35.58) будет представлять собой политропную зависимость между P и ρ при $k = 4/3$. Иными словами, стандартная модель звезды оказывается политропным шаром с $n = 3$. Следовательно, распределение плотности, давления и температуры в стандартной модели дается приведенными выше формулами, основанными на решении уравнения Эмдена. В частности, сделанные выше оценки плотности и температуры в центре Солнца при $n = 3$ соответствуют стандартной модели.

Ранее для политропного шара формулой (35.24) была определена постоянная C в зависимости от M, R и n. Теперь, пользуясь этой формулой, мы можем найти величину β внутри звезды. При-

равнивая друг другу выражения для C, даваемые формулой (35.24) при $n=3$ и формулой (35.59), получаем, что величина β определяется уравнением

$$1-\beta=C_1\mu^4M^2\beta^4, \tag{35.60}$$

где

$$C_1=\frac{\pi G^3 a}{48R_*^4\left[x_1^2y'(x_1)\right]^2}. \tag{35.61}$$

Из уравнения (35.60) видно, что доля светового давления $1-\beta$ растет вместе с массой звезды ($\beta=1$, когда $M=0$, и $\beta=0$, когда $M=\infty$).

Таблица 56

Характеристики звезд согласно «стандартной модели»

Звезда	$\frac{M}{M_\odot}$	$\frac{R}{R_\odot}$	$\frac{L}{L_\odot}$	$1-\beta$	ρ_c	T_c
Солнце	1,00	1,00	1,00	0,003	76,5	$20\cdot10^6$
Сириус А	2,34	1,78	38,9	0,016	31,7	$26\cdot10^6$
Капелла А	4,18	15,9	120	0,045	0,080	$5\cdot10^6$

В таблице 56, заимствованной у Чандрасекара [3], приведены результаты вычислений некоторых характеристик для трех звезд, полученные при предположении, что звезды построены согласно стандартной модели. При вычислениях были заданы значения M, L, R и было принято $\mu=1$.

Эддингтон, основываясь на своей модели звезды, сделал заключение о существовании зависимости между массами и светимостями звезд. Его рассуждение (в несколько измененном виде) было следующим. Рассмотрим соотношения (35.54) и (35.60). Исключая из них величину β, мы приходим к зависимости между величинами M, L, $\varkappa\eta$ и μ. Будем считать, что величины $\varkappa\eta$ и μ одинаковы для всех звезд. Тогда получается зависимость между M и L. При этом при малых M (т. е. при значениях β, близких к 1) соотношения (35.54) и (35.60) дают

$$L\sim M^3, \tag{35.62}$$

а при больших M (т. е. при малых значениях β) из (35.49) следует

$$L\sim M. \tag{35.63}$$

Эддингтон сопоставил свои теоретические выводы с наблюдательными данными о массах и светимостях звезд и получил согласие между ними. Разумеется, это согласие нельзя считать подтверждением рассматриваемой теории, так как при ее построении был

сделан ряд необоснованных предположений (главным из которых является предположение о постоянстве $\varkappa\eta$ внутри звезды). Однако интересно то, что при этих исследованиях Эддингтон впервые получил зависимость между массами и светимостями звезд из наблюдательных данных. Как известно, эта зависимость является одним из фундаментальных соотношений звездной астрономии.

§ 36. Физические процессы внутри звезд

1. Уравнение состояния звездного вещества. В предыдущем параграфе были в общих чертах выяснены физические условия в звездных недрах (т. е. оценены значения плотности, температуры и давления). Теперь мы перейдем к рассмотрению физических процессов, идущих при таких условиях. Это позволит нам, в частности, получить выражения для тех параметров, которые входят в основные уравнения теории внутреннего строения звезд.

Из приведенных выше результатов например, из формулы (35.27)] следует, что с углублением в звезду происходит значительное увеличение температуры. Этим обусловлена сильная ионизация атомов внутри звезды. Как известно (см. § 13), отношение числа ионизованных атомов n^+ к числу нейтральных атомов n_1 дается следующей формулой:

$$n_e \frac{n^+}{n_1} = \frac{g^+}{g_1} \frac{2\,(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{kT}}, \tag{36.1}$$

где χ_1— энергия ионизации из основного состояния. Аналогичной формулой определяется и отношение числа s раз ионизованных атомов к числу s—1 раз ионизованных атомов. Из формулы (36.1) видно, что степень ионизации существенно зависит от отношения χ_1/kT и, грубо говоря, атомы переходят в следующую стадию ионизации, когда это отношение становится порядка единицы. Поэтому легкие атомы, обладающие небольшими энергиями отрыва последнего электрона (в частности, водород и гелий), оказываются полностью ионизованными уже в поверхностных слоях звезды. А от тяжелых атомов по мере проникновения в глубь звезды отрывается все большее и большее число электронов.

Таким образом, газ внутри звезды (представляющий собой высокотемпературную плазму) состоит из большого числа свободных электронов, из «голых» ядер легких атомов и из тяжелых атомов, лишенных значительной части своих электронных оболочек. Такой состав газа внутри звезды следует принимать во внимание при написании уравнения состояния газа и, в частности, при определении его среднего молекулярного веса.

При рассмотрении звездных атмосфер в качестве уравнения состояния вещества мы брали уравнение состояния обычного идеального газа. Можно было бы думать, что при углублении внутрь звезды