сделан ряд необоснованных предположений (главным из которых является предположение о постоянстве $\varkappa\eta$ внутри звезды). Однако интересно то, что при этих исследованиях Эддингтон впервые получил зависимость между массами и светимостями звезд из наблюдательных данных. Как известно, эта зависимость является одним из фундаментальных соотношений звездной астрономии.

§ 36. Физические процессы внутри звезд

1. Уравнение состояния звездного вещества. В предыдущем параграфе были в общих чертах выяснены физические условия в звездных недрах (т. е. оценены значения плотности, температуры и давления). Теперь мы перейдем к рассмотрению физических процессов, идущих при таких условиях. Это позволит нам, в частности, получить выражения для тех параметров, которые входят в основные уравнения теории внутреннего строения звезд.

Из приведенных выше результатов например, из формулы (35.27)] следует, что с углублением в звезду происходит значительное увеличение температуры. Этим обусловлена сильная ионизация атомов внутри звезды. Как известно (см. § 13), отношение числа ионизованных атомов n^+ к числу нейтральных атомов n_1 дается следующей формулой:

$$n_e \frac{n^+}{n_1} = \frac{g^+}{g_1} \frac{2\,(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{kT}}, \tag{36.1}$$

где χ_1— энергия ионизации из основного состояния. Аналогичной формулой определяется и отношение числа s раз ионизованных атомов к числу s—1 раз ионизованных атомов. Из формулы (36.1) видно, что степень ионизации существенно зависит от отношения χ_1/kT и, грубо говоря, атомы переходят в следующую стадию ионизации, когда это отношение становится порядка единицы. Поэтому легкие атомы, обладающие небольшими энергиями отрыва последнего электрона (в частности, водород и гелий), оказываются полностью ионизованными уже в поверхностных слоях звезды. А от тяжелых атомов по мере проникновения в глубь звезды отрывается все большее и большее число электронов.

Таким образом, газ внутри звезды (представляющий собой высокотемпературную плазму) состоит из большого числа свободных электронов, из «голых» ядер легких атомов и из тяжелых атомов, лишенных значительной части своих электронных оболочек. Такой состав газа внутри звезды следует принимать во внимание при написании уравнения состояния газа и, в частности, при определении его среднего молекулярного веса.

При рассмотрении звездных атмосфер в качестве уравнения состояния вещества мы брали уравнение состояния обычного идеального газа. Можно было бы думать, что при углублении внутрь звезды

газ перестает быть идеальным вследствие сильного возрастания его плотности. Однако в действительности почти полная ионизация атомов внутри звезды приводит к резкому уменьшению размеров частиц (от размеров атомов порядка 10^{-8} см до размеров ядер порядка 10^{-13} см). Благодаря этому и внутри звезды газ остается идеальным, т. е. уравнение состояния газа мы можем записать в виде

$$P = nkT, \tag{36.2}$$

где n — число частиц в 1 см^3. Переходя здесь от концентрации n к плотности ρ при помощи соотношения

$$n = \frac{\rho}{\mu m_{\text{H}}}, \tag{36.3}$$

где μ — средняя молекулярная масса и m_{H} — масса атома водорода, вместо (36.2) получаем

$$P = \frac{k}{\mu m_{\text{H}}} \rho T, \tag{36.4}$$

т. е. уравнение, совпадающее с ранее использовавшимся уравнением (35.26) (так как $R_* = k/m_{\text{H}}$).

Величина μ, входящая в уравнение состояния (36.4), имеет важное значение для теории внутреннего строения звезд. Найдем эту величину, пользуясь формулой (36.3) и имея в виду, что плотность ρ определяется в основном атомами, а концентрация n — как атомами, так и свободными электронами. В качестве первого приближения все атомы внутри звезды будем считать полностью ионизованными.

Допустим сначала, что звезда состоит из одного элемента с атомным номером Z и атомной массой A. Так как при полной ионизации на каждый атом приходится Z свободных электронов, то мы имеем

$$n = \frac{\rho}{A m_{\text{H}}} (1 + Z). \tag{36.5}$$

Поэтому для величины μ получаем

$$\mu = \frac{A}{1 + Z}. \tag{36.6}$$

Формула (36.6) дает для водорода $\mu = {}^1/_2$, для гелия $\mu = {}^4/_3$, для других элементов $\mu \approx 2$. Таким образом, средняя молекулярная масса внутри звезды заключена в сравнительно небольших пределах. Однако даже небольшие различия в величине μ весьма существенны. Это объясняется тем, что температура согласно формуле (35.28) пропорциональна μ, а от температуры чрезвычайно сильно зависит количество энергии, выделяющейся при ядерных реакциях.

На самом деле звезда состоит из смеси разных элементов. Чтобы получить формулу для μ в этом случае, обозначим через x_Z весовую

долю элемента с атомным номером Z (т. е. будем считать, что на грамм звездного вещества приходится x_Z граммов атомов данного элемента). Для величины n теперь находим

$$n=\sum \frac{x_Z \rho}{A m_{\mathrm{H}}}(1+Z), \tag{36.7}$$

где суммирование производится по всем элементам. Подстановка (36.7) в (36.3) дает

$$\mu=\frac{1}{\sum \frac{x_Z}{A}(1+Z)}. \tag{36.8}$$

Пусть X — весовая доля водорода, Y — весовая доля гелия и $1-X-Y$ — весовая доля других элементов. Тогда вместо (36.8) получаем

$$\mu=\frac{1}{2X+\frac{3}{4}Y+\frac{1}{2}(1-X-Y)}, \tag{36.9}$$

или

$$\mu=\frac{4}{6X+Y+2}. \tag{36.10}$$

Как уже сказано, формула (36.10) справедлива только при полной ионизации атомов в данном месте звезды. Если ионизацию нельзя считать полной, то в формуле (36.8) вместо Z следует написать число оторванных от атома электронов. Это число может быть определено при помощи формулы ионизации (36.1).

2. Вырождение газа. При углублении в звезду вместе с температурой увеличивается и плотность. Особенно сильное возрастание плотности происходит во внешних слоях звезд с большим ускорением силы тяжести на поверхности (в частности, у белых карликов). В этих случаях внутри звезд могут существовать области, в которых газ является вырожденным, т. е. не подчиняющимся законам, вытекающим из классической статистики. Поэтому наряду с уравнением состояния (36.4) нам следует также иметь уравнение состояния вырожденного газа.

Рассмотрим газ, состоящий из свободных электронов. Как известно, такой газ подчиняется статистике Ферми — Дирака, справедливой для частиц, обладающих двумя свойствами: 1) частицы являются неразличимыми, 2) в каждой ячейке фазового пространства не может находиться более двух частиц. Согласно указанной статистике число свободных электронов с импульсами от p до $p+dp$ дается формулой

$$dn_e=\frac{8\pi p^2\,dp}{h^3}\frac{1}{De^{\frac{p^2}{2mkT}}+1}, \tag{36.11}$$

в которой величина D определяется из того условия, что задано полное число свободных электронов в единице объема, т. е.

$$n_e = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^\infty \frac{p^2\, dp}{De^{\frac{p^2}{2mkT}} + 1}. \tag{36.12}$$

Чтобы получить уравнение состояния электронного газа, надо написать выражение для давления. Если скорости частиц малы по сравнению со скоростью света, то мы имеем

$$P_e = \frac{2}{3} \int \frac{p^2}{2m}\, dn_e, \tag{36.13}$$

или, на основании (36.11),

$$P_e = \frac{8\pi}{3mh^3} \int_0^\infty \frac{p^4\, dp}{De^{\frac{p^2}{2mkT}} + 1}. \tag{36.14}$$

Из соотношений (36.12) и (36.14) путем исключения величины D можно получить зависимость между P_e, n_e и T, т. е. искомое уравнение состояния газа.

Предположим сначала, что $D \gg 1$. Тогда из соотношений (36.12) и (36.14) находим

$$n_e = \frac{2\,(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3 D}\left(1 - \frac{1}{2^{3/2} D} + \ldots\right), \tag{36.15}$$

$$P_e = \frac{2\,(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3 D} kT\left(1 - \frac{1}{2^{5/2} D} + \ldots\right). \tag{36.16}$$

Отсюда приближенно следует:

$$P_e = n_e kT\left(1 + \frac{1}{2^{5/2} D} + \ldots\right) \tag{36.17}$$

и

$$D = \frac{2\,(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3 n_e}. \tag{36.18}$$

Мы видим, что уравнение состояния (36.17) мало отличается от уравнения состояния обычного идеального газа. Следовательно, в рассматриваемом случае газ слабо вырожден. Если величина D очень велика, то вырождением можно пренебречь. Это соответствует пренебрежению единицей в знаменателе формулы (36.11) и означает переход квантовой статистики в классическую.

Если же величина D мала, т. е.

$$\frac{2\,(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3 n_e} \ll 1, \tag{36.19}$$

то газ будет сильно вырожденным. При этом вырождение будет тем сильнее, чем меньше температура и больше плотность.

Для численных оценок надо иметь в виду, что $D=5\cdot10^{15}\,T^{3/2}/n_e$, и газ является сильно вырожденным, когда $D\ll1$. Так как внутри звезд температуры очень высоки, то это неравенство осуществляется лишь при очень больших плотностях. Например, при $T\approx10^7$ кельвинов должно быть $n_e\gg10^{26}$ см$^{-3}$.

Уравнение состояния сильно вырожденного электронного газа также может быть получено из соотношений (36.12) и (36.14). Предположим сначала, что $T=0$. В этом случае согласно классической статистике все частицы находятся в ячейке фазового пространства с импульсом $p=0$ и, следовательно, давление газа равно нулю. Однако в действительности электроны подчиняются принципу Паули, не допускающему присутствия более двух частиц в каждой ячейке. Поэтому при $T=0$ электроны занимают все ячейки с импульсами от $p=0$ до некоторого $p_{\max}$, а давление газа отлично от нуля.

В данном случае вместо (36.11) имеем

$$dn_e=\frac{8\pi p^2\,dp}{h^3} \tag{36.20}$$

и из соотношений (36.12) и (36.14) находим:

$$n_e=\frac{8\pi}{h^3}\int\limits_0^{p_{\max}}p^2\,dp=\frac{8\pi}{3h^3}\,p_{\max}^3, \tag{36.21}$$

$$P_e=\frac{8\pi}{3mh^3}\int\limits_0^{p_{\max}}p^4\,dp=\frac{8\pi}{15mh^3}\,p_{\max}^5. \tag{36.22}$$

Подстановка $p_{\max}$ из (36.21) в (36.22) дает

$$P_e=\frac{1}{20}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3}\frac{h^2}{m}\,n_e^{5/3}. \tag{36.23}$$

Мы получили уравнение состояния полностью вырожденного электронного газа. Хотя при его выводе и принималось $T=0$, однако оно с большой точностью справедливо при любых температурах, удовлетворяющих неравенству $D\ll1$. Это следует из того, что при малых D формулы (36.12) и (36.14) приводят к уравнению (36.23) с множителем в правой части, равным

$$1+\frac{20}{3}\left(\frac{\pi}{6}\right)^{4/3}D^{4/3}.$$

Таким образом, чем меньше D, т. е. чем сильнее вырождение, тем точнее уравнение состояния (36.23). Подчеркнем, что в это уравнение не входит температура, хотя она и может быть очень высокой.

При выводе уравнения (36.23) была использована для давления формула (36.13), справедливая лишь при скоростях частиц, ма-

лых по сравнению со скоростью света. Это значит, что уравнение (36.23) относится к нерелятивистскому газу. Однако с увеличением концентрации свободных электронов, как следует из формулы (36.21), растет их максимальный импульс, а значит, и скорости могут стать близкими к скорости света. Поэтому мы должны получить уравнение состояния электронного газа, которое годилось бы и для этого случая.

Если частицы могут иметь скорости, близкие к скорости света, то вместо формулы (36.13) мы должны написать

$$P_e = \frac{1}{3m}\int \frac{p^2}{\sqrt{1+\frac{p^2}{m^2c^2}}}\, dn_e. \tag{36.24}$$

Подставляя сюда выражение (36.20), получаем

$$P_e = \frac{8\pi}{3mh^3}\int_0^{p_{\max}} \frac{p^4}{\sqrt{1+\frac{p^2}{m^2c^2}}}\, dp, \tag{36.25}$$

или, после интегрирования,

$$P_e = \frac{\pi m^4 c^5}{3h^3}\left[x\,(2x^2-3)\sqrt{1+x^2}+3\,\mathrm{arcsh}\,x\right], \tag{36.26}$$

где обозначено $x=p_{\max}/mc$.

Формулу (36.21) мы можем переписать теперь в виде

$$n_e = \frac{8\pi m^3 c^3}{3h^3}x^3. \tag{36.27}$$

Соотношения (36.26) и (36.27) представляют собой уравнение состояния полностью вырожденного электронного газа в параметрической форме. Это уравнение справедливо при любых скоростях электронов.

Если $x\ll 1$, то из соотношений (36.26) и (36.27) вытекает ранее полученное уравнение (36.23) для нерелятивистского газа. Если же $x\gg 1$, то из указанных соотношений следует

$$P_e = \frac{1}{8}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} ch\, n_e^{4/3}. \tag{36.28}$$

Это есть уравнение состояния релятивистского полностью вырожденного электронного газа.

Приравнивая друг к другу значения P_e, даваемые формулами (36.23) и (36.28), мы можем определить граничное значение n_e, отделяющее область нерелятивистского газа от области релятивистского газа. Это значение n_e оказывается порядка 10^{30} см$^{-3}$. Следовательно, при $n_e\ll 10^{30}$ см$^{-3}$ вырожденный газ является нерелятивистским, а при $n_e\gg 10^{30}$ см$^{-3}$ — релятивистским. Формулы (36.26) и (36.27) охватывают как оба эти случая, так и промежуточную между ними область.

3. Перенос энергии внутри звезды. Выше уже отмечалось, что важную роль в переносе энергии внутри звезды играет лучеиспускание. Поэтому необходимо выяснить, при каких процессах происходит поглощение лучистой энергии внутри звезды. Как и в фотосферах, основными из этих процессов являются следующие: 1) переходы электронов из связанных состояний в свободные, т. е. фотоионизация атомов, 2) переходы электронов из свободных состояний в свободные, 3) рассеяние излучения на свободных электронах.

Вследствие очень высоких температур внутри звезды легкие атомы (в частности, водород и гелий) полностью ионизованы. Поэтому поглощение излучения, связанное с фотоионизацией атомов, может производиться лишь тяжелыми атомами. Так как тяжелые атомы также лишены значительной части своих электронов, то приближенно их можно считать водородоподобными. Коэффициент поглощения, обусловленный фотоионизацией атомов водорода, дается формулой (5.8) гл. I. Аналогично пишется и коэффициент поглощения, обусловленный фотоионизацией водородоподобных атомов:

$$\alpha'_\nu = n_e n^+ \frac{2^4 \pi e^6}{3\sqrt{3}\, ch\, m\, (2\pi mkT)^{1/2}} \frac{Z_1^2}{kT} \frac{\chi_1}{\nu^3} \sum_{i=i_0}^{\infty} \frac{g_{iv}}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT}}, \qquad (36.29)$$

где Z_1 — эффективный заряд иона.

Свободно-свободные переходы электронов происходят в основном в поле ядер водорода и гелия. Коэффициент поглощения, обусловленный этими переходами, равен

$$\alpha''_\nu = n_e n^+ \frac{2^3 \pi e^6 Z_1^2}{3\sqrt{3}\, ch\, m\, (2\pi mkT)^{1/2}} \frac{g_\nu}{\nu^3}. \qquad (36.30)$$

При $Z_1=1$, т. е. для водорода, из этой формулы получается формула (5.10) гл. I.

Коэффициент рассеяния на свободных электронах, как известно, дается формулой

$$\sigma_e = n_e \sigma_0 = n_e \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2. \qquad (36.31)$$

В уравнение (35.46), выражающее энергетическое равновесие звезды, входит средний коэффициент поглощения $\varkappa$, рассчитанный на единицу массы. Поэтому приведенные выше выражения для объемных коэффициентов поглощения следует усреднить по частоте и воспользоваться соотношением $\bar{\alpha}=\varkappa\rho$.

Средний коэффициент поглощения атомами водорода уже был определен в гл. I и дается формулой (5.34). Указанная формула применима и к водородоподобным атомам. Основываясь на ней, можно получить следующие выражения для коэффициентов по-

глощения, обусловленных фотоионизациями и свободно-свободными переходами соответственно:

$$\varkappa' = 2{,}4\,\frac{\chi_1}{kT}\,\frac{n_e n^+}{\rho}\,\frac{80e^6h^2Z_1^2}{\pi^2\sqrt{3}\,c\,(2\pi m)^{3/2}}\,\frac{\bar{g}}{(kT)^{7/2}} \tag{36.32}$$

и

$$\varkappa'' = \frac{n_e n^+}{\rho}\,\frac{80e^6h^2Z_1^2}{\pi^2\sqrt{3}\,c\,(2\pi m)^{3/2}}\,\frac{\bar{g}}{(kT)^{7/2}}. \tag{36.33}$$

Здесь через $\bar{g}$ обозначено среднее значение множителя Гаунта.

Входящие в формулы (36.32) и (36.33) величины n_e и n^+ зависят от плотности и химического состава. Пусть, как и раньше, X — весовая доля водорода и Y — весовая доля гелия. Число свободных электронов в 1 см^3, возникающих при ионизации водорода и гелия, равно соответственно $X\rho/m_{\text{H}}$ и $Y\rho/2m_{\text{H}}$. Можно считать, что ионизация тяжелых элементов дает $\frac{1}{2}A\,(1-X-Y)\,\frac{\rho}{Am_{\text{H}}}$ свободных электронов в 1 см^3. Поэтому полная концентрация свободных электронов будет равна

$$n_e = \frac{1}{2}(1+X)\,\frac{\rho}{m_{\text{H}}}. \tag{36.34}$$

Величина n^+, входящая в формулу (36.32), представляет собой концентрацию атомов данного элемента в стадии ионизации, следующей за той, в которой находятся поглощающие атомы. Очевидно, что в каждом месте звезды поглощение производится в основном атомами, находящимися в одной определенной стадии ионизации. Как уже говорилось, для этой стадии ионизации величина χ_1/kT должна быть порядка единицы. Величину n^+ можно приближенно считать равной концентрации всех атомов рассматриваемого элемента, т. е. равной весовой доле этого элемента, умноженной на ρ/Am_{H}. Суммируя величины $n^+Z_1^2$ для всех тяжелых атомов и принимая для Z_1^2/A некоторое среднее значение, получаем величину $(1-X-Y)\,\frac{\rho}{m_{\text{H}}}\,\frac{Z_1^2}{A}$. Разумеется, этот подсчет является довольно грубым.

Величина n^+, входящая в формулу (36.33), есть концентрация ионизованных атомов водорода или гелия. Для водорода величина $n^+Z_1^2$ равна $X\rho/m_{\text{H}}$, а для гелия $Y\rho/m_{\text{H}}$. Сумма этих величин равна $(X+Y)\,\frac{\rho}{m_{\text{H}}}$.

Принимая во внимание сказанное, вместо формул (36.32) и (36.33) получаем

$$\varkappa' = C'\bar{g}\,(1+X)\,(1-X-Y)\,\frac{\rho}{T^{7/2}} \tag{36.35}$$

и

$$\varkappa'' = C''\bar{g}\,(1+X)\,(X+Y)\,\frac{\rho}{T^{7/2}}, \tag{36.36}$$

где C' и C''— некоторые постоянные.

Формулы (36.35) и (36.36) получены путем усреднения коэффициентов поглощения по частоте при весовой функции, представляющей собой планковскую интенсивность. Обычно же средние коэффициенты поглощения находятся по формуле Росселанда. Однако и в этом случае получаются формулы, похожие на формулы (36.35) и (36.36). Некоторое различие между ними заключается лишь в численных коэффициентах. Например, в книге М. Шварцшильда [4] приводятся следующие выражения для росселандовых средних:

$$\varkappa' = 4{,}3\cdot 10^{25}\frac{\bar{g}}{t}\,(1+X)(1-X-Y)\,\frac{\rho}{T^{7/2}}, \tag{36.37}$$

$$\varkappa'' = 3{,}7\cdot 10^{22}\bar{g}\,(1+X)\,(X+Y)\,\frac{\rho}{T^{7/2}}. \tag{36.38}$$

Здесь t —так называемый гильотинный множитель (порядка единицы).

Коэффициент рассеяния на свободных электронах, определенный формулой (36.31), не зависит от частоты. Полагая $\sigma_e=\varkappa_e\rho$ и пользуясь формулой (36.34), получаем

$$\varkappa_e = \frac{\sigma_0}{2m_{\text{H}}}\,(1+X) = 0{,}2\,(1+X). \tag{36.39}$$

Формулами (36.37) — (36.39) определяются средние коэффициенты поглощения в зависимости от химического состава, плотности и температуры. Из этих формул можно заключить, что наибольшую роль в поглощении лучистой энергии внутри звезд играет фотоионизация. Свободно-свободные переходы вносят заметный вклад в поглощение лишь при большом относительном содержании водорода и гелия. Рассеяние света на свободных электронах имеет существенное значение при малых плотностях и высоких температурах.

Кроме лучеиспускания, некоторую роль в переносе энергии внутри звезд играет теплопроводность. Количество тепловой энергии внутри звезды даже превосходит количество лучистой энергии. Однако лучеиспускание играет все же бóльшую роль по сравнению с теплопроводностью, так как скорость и длина свободного пробега для фотонов гораздо больше, чем для электронов. В каждом месте звезды происходят переходы тепловой энергии в лучúстую и обратно (при поглощении и излучении фотонов) и перенос энергии в основном совершается тогда, когда она находится в форме лучистой энергии. В некоторых же случаях необходимо принимать во внимание и перенос энергии электронной теплопроводностью. Отно-

сительная роль электронной теплопроводности растет с увеличением плотности. Особенно велика эта роль в случае белых карликов вследствие вырождения в них электронного газа. Объясняется это тем, что в вырожденном газе заняты все нижние состояния и длина свободного пробега электрона оказывается очень большой.

Когда мы занимались фотосферой Солнца, то был рассмотрен (в § 15) еще один механизм переноса энергии — конвекция. В поверхностных слоях звезд конвективный перенос энергии может играть значительную роль. Применение критерия (15.10) гл. III показало, что и в некоторых частях внутри звезды лучистое равновесие может оказаться неустойчивым и должна возникнуть конвекция. Если мощность источников энергии сильно возрастает при приближении к центру звезды, то в звезде должно существовать конвективное ядро. В этом случае уравнение (35.46), выражающее условие энергетического равновесия звезды, должно быть соответствующим образом изменено.

4. Ядерные реакции как источник звездной энергии. При поисках источников звездной энергии давно была высказана мысль о возможности выделения больших количеств энергии в ходе ядерных реакций. Допустим, что при некоторой реакции образуется ядро, масса которого на величину ΔM меньше суммы масс ядер, вступающих в реакцию. Тогда на основании принципа Эйнштейна, утверждающего эквивалентность массы и энергии, при такой реакции выделяется энергия

$$\Delta E = c^2 \Delta M, \tag{36.40}$$

где c — скорость света.

Основную роль в выделении энергии внутри звезд играют ядерные реакции, преобразующие водород в гелий. Как известно, атомная масса водорода равна 1,008, а атомная масса гелия равна 4,003 (в кислородных единицах). Поэтому при образовании из четырех атомов водорода одного атома гелия выделяется энергия, соответствующая приблизительно 0,7% массы. Следовательно, звезда, состоящая первоначально из водорода, должна при превращении водорода в гелий выделить энергию, равную

$$\Delta E \approx 6 \cdot 10^{18} M, \tag{36.41}$$

где M — масса звезды. В частности, для Солнца получаем $\Delta E \approx 10^{52}$ эрг. Эта энергия может обеспечить излучение Солнца при нынешней его светимости в течение 10^{11} лет, т. е. достаточно долго с точки зрения современных представлений о сроках существования звезд.

Превращение водорода в гелий внутри звезд происходит при двух циклах реакций: протон-протонном и углеродном.

Основная ветвь протон-протонного цикла (который называют также водородным) состоит из трех реакций:

1) $^1H + {}^1H \longrightarrow {}^2H + e^+ + \nu$ (0,42 МэВ),
2) $^1H + {}^2H \longrightarrow {}^3He + \gamma$,
3) $^3He + {}^3He \longrightarrow {}^4He + {}^1H + {}^1H$.

Мы видим, что сначала при встрече двух протонов образуются дейтрон (ядро тяжелого водорода), позитрон и нейтрино. Позитрон сразу же соединяется с каким-либо электроном и вместе с ним исчезает, испуская два γ-кванта. Нейтрино беспрепятственно выходит из звезды, унося с собой некоторую часть выделившейся энергии. Затем образовавшийся дейтрон соединяется с каким-нибудь протоном, в результате чего возникает ядро ^3He и излучается γ-квант. Наконец, при столкновении двух частиц ^3He образуются ядро гелия ^4He (α-частица) и два протона.

Как показывают оценки, из всех ядер гелия, возникающих в водородном цикле, примерно 80% приходится на его основную ветвь. Остальные же 20% дают две боковые ветви, в которых сначала вместо последней из указанных выше реакций происходит реакция с образованием бериллия

$$^3He + {}^4He \longrightarrow {}^7Be + \gamma.$$

Затем в первой боковой ветви (сильно преобладающей над второй) идут реакции

$$^7Be + e^- \longrightarrow {}^7Li + \nu \qquad (E_\nu = 0{,}86 \text{ МэВ}),$$
$$^7Li + {}^1H \longrightarrow {}^4He + {}^4He,$$

а во второй ветви

$$^7Be + {}^1H \longrightarrow {}^8B + \gamma,$$
$$^8B \longrightarrow {}^8Be + e^+ + \nu \qquad (E_{max} = 14 \text{ МэВ}),$$
$$^8Be \longrightarrow {}^4He + {}^4He.$$

Углеродный цикл (называемый также «циклом Бете») состоит из шести реакций:

1) $^{12}C + {}^1H \longrightarrow {}^{13}N + \gamma$,
2) $^{13}N \longrightarrow {}^{13}C + e^+ + \nu$ ($E_{max} = 1{,}2$ МэВ),
3) $^{13}C + {}^1H \longrightarrow {}^{14}N + \gamma$,
4) $^{14}N + {}^1H \longrightarrow {}^{15}O + \gamma$,
5) $^{15}O \longrightarrow {}^{15}N + e^+ + \nu$ ($E_{max} = 1{,}7$ МэВ),
6) $^{15}N + {}^1H \longrightarrow {}^{12}C + {}^4He$.

В этом цикле углерод выступает как катализатор.

Для всех приведенных выше реакций, связанных с испусканием нейтрино, в скобках указана уносимая им энергия. При этом под E_ν понимается дискретная энергия, а под E_{max} — максималь-

ное значение энергии в случае непрерывного энергетического спектра нейтрино.

Количество энергии, выделяющейся при образовании одного ядра гелия в водородном цикле, составляет $4{,}2\cdot10^{-5}$ эрг, а в углеродном — $4{,}0\cdot10^{-5}$ эрг. Некоторое различие между этими цифрами объясняется тем, что энергия, уносимая нейтрино, во втором цикле больше, чем в первом.

Для определения количества энергии, вырабатываемой одним граммом вещества за одну секунду (эта величина была выше обозначена через ε), необходимо знать эффективные поперечные сечения для ядерных реакций. При теоретическом определении этих сечений принимается во внимание, что ядерные силы сцепления действуют лишь на расстояниях, не превышающих по порядку 10^{-12} см, а на бо́льших расстояниях ядра отталкиваются согласно закону Кулона. Если встречаются ядра с зарядами Z_1e и Z_2e, то при расстоянии r между ними энергия отталкивания равна $Z_1Z_2e^2/r$, а их средняя кинетическая энергия равна $3kT$. Поэтому для преодоления кулоновского барьера (при $r\approx10^{-12}$ см) большинством ядер необходима температура порядка $T\approx5\cdot10^8\,Z_1Z_2$. Поскольку такая температура слишком высока даже для звездных недр, то в действительности преодоление кулоновского барьера ядрами осуществляется вследствие «туннельного эффекта», т. е. благодаря определенной вероятности прохождения потенциального барьера частицей с энергией, меньшей величины этого барьера.

Поперечные сечения для ядерных реакций определялись теоретически и экспериментально (см., например, [5] и [6]). В результате было получено, что для протон-протонного цикла

$$\varepsilon = 2{,}5\cdot10^6\,\rho X^2\left(\frac{10^6}{T}\right)^{2/3} e^{-33{,}8\left(\frac{10^6}{T}\right)^{1/3}}, \qquad (36.42)$$

а для углеродного цикла

$$\varepsilon = 9{,}5\cdot10^{28}\,\rho\, X X_{\mathrm{CN}}\left(\frac{10^6}{T}\right)^{2/3} e^{-152{,}3\left(\frac{10^6}{T}\right)^{1/3}}. \qquad (36.43)$$

Здесь X — весовая доля водорода, X_{CN} — весовая доля углерода и азота.

Формулы (36.42) и (36.43) можно переписать в более простом виде для определенных интервалов температур. Например, для температур от $3\cdot10^6$ до $2\cdot10^7$ кельвинов вместо (36.42) имеем

$$\varepsilon = 9\cdot10^{-30}\,\rho X^2 T^4, \qquad (36.44)$$

а для температур, близких к $2\cdot10^7$ кельвинов, вместо (36.43) получаем

$$\varepsilon = 3\cdot10^{-150}\,\rho X X_{\mathrm{CN}}\,T^{21}. \qquad (36.45)$$

Выражения типа (36.44) и (36.45) применяются при приближенных расчетах.

Из приведенных формул видно, что величина ε для углеродного цикла растет с температурой быстрее, чем для протон-протонного цикла. При температурах около 15—20 млн. кельвинов обе формулы для ε дают приблизительно одинаковые результаты. При меньших температурах основную роль в выработке энергии играет протон-протонный цикл, при бо́льших — углеродный цикл.

Кроме рассмотренных выше ядерных реакций, при которых водород превращается в гелий, внутри звезд могут идти и другие реакции. При температурах порядка 10^8 кельвинов наибольшее значение имеет реакция, преобразующая гелий в углерод (так называемый «тройной альфа-процесс»):

$$3\,{}^4\mathrm{He} \longrightarrow {}^{12}\mathrm{C} + \gamma.$$

Выделяющаяся при этой реакции энергия определяется формулой

$$\varepsilon = 10^{-8}\,\rho^2 Y^3 \left(\frac{T}{10^8}\right)^{30}, \qquad (36.46)$$

где Y — весовая доля гелия.

Приведенные формулы для величины ε имеют большое значение для астрофизики, так как ядерные реакции являются главным источником энергии звезд.

Необходимо также отметить, что в ходе ядерных реакций одни атомные ядра превращаются в другие ядра, т. е. происходит синтез химических элементов (нуклеосинтез). С примерами таких процессов мы уже встречались выше: водород превращается в гелий, а гелий — в углерод. При температурах порядка 10^8 градусов в звездах происходит также синтез и более сложных атомов при реакциях:

$$\begin{gathered}{}^{12}\mathrm{C} + {}^4\mathrm{He} \longrightarrow {}^{16}\mathrm{O} + \gamma,\\ {}^{16}\mathrm{O} + {}^4\mathrm{He} \longrightarrow {}^{20}\mathrm{Ne} + \gamma,\\ {}^{20}\mathrm{Ne} + {}^4\mathrm{He} \longrightarrow {}^{24}\mathrm{Mg} + \gamma.\end{gathered}$$

При более высоких температурах идут также реакции между ядрами тяжелых элементов, например,

$${}^{12}\mathrm{C} + {}^{12}\mathrm{C} \longrightarrow {}^{23}\mathrm{Na} + {}^1\mathrm{H}, \qquad {}^{16}\mathrm{O} + {}^{16}\mathrm{O} \longrightarrow {}^{32}\mathrm{S} + \gamma.$$

В ядерной физике определены эффективные поперечные сечения для многих реакций, идущих в звездах. Процессами нуклеосинтеза объясняется химический состав не только звезд, но и межзвездной среды (так как большое количество вещества выбрасывается из звезд в межзвездное пространство).

§ 37. Строение и эволюция звезд

1. Основные уравнения. В § 35 были написаны основные уравнения теории внутреннего строения звезд — уравнения (35.5) и (35.46). Первое из них выражает условие механического равно-