В диапазоне $T_{cr} \leq \frac{m_e c^2}{K} \simeq 5 \cdot 10^9$ К возможные нарушения равновесного распределения квантов по энергии демпфируются благодаря комптоновскому рассеянию ($\gamma + e \leftrightarrow \gamma + e$) и двойному комптоновскому рассеянию ($\gamma + e \rightarrow \gamma + e + \gamma$). Кроме того, важную роль играют процессы рассеяния электронов на ядрах ($e + A \leftrightarrow e + A + \gamma$), способствующие сохранению равновесного характера спектра реликтового излучения [Zeldovich, Sunyaev, 1969; 1970a; Zeldovich, Novikov, 1983; Rephaeli, 1995]. Естественно, что эта схема "замораживания" планковской функции распределения квантов по частоте справедлива лишь в том случае, когда тепловой баланс между электронами, позитронами и излучением имеет термодинамический равновесный характер, при котором в плазме при больших красных смещениях отсутствуют сколько-нибудь эффективные источники "подкачки" энергии. В роли данных гипотетических источников при больших $z \sim 10^6 \div 10^7$ могут выступать распады долгоживущих массивных частиц (период полураспада $> 10^2$ с), диссипация адиабатических возмущений плотности и скорости плазмы, испарение первичных чёрных дыр с массами $10^9 < M < 10^{13}$ и др.

При сравнительно малых красных смещениях $z \ll 10^3$ источниками спектральных искажений реликтового излучения могут являться молодые галактики и квазары, догалактические массивные чёрные дыры и т.п. Наконец, при $z \leq 5 \div 10$ и до настоящего времени искажения спектра реликтового излучения в направлении на скопления галактик формируются в результате его взаимодействия с горячим газом при релятивистских температурах $\sim 10^{7 \div 8}$ К. Эти искажения наблюдаются экспериментально и составляют основу одного из новых методов определения постоянной Хаббла (см. ссылки в [Fukugita, Hogan, Peebles, 1998]. Таким образом, настоящая глава посвящена анализу комптоновских искажений спектра реликтового излучения на различных этапах космологической эволюции и сравнению теоретически ожидаемых вариаций функции распределения квантов по частоте с наблюдательными данными.

2.2. Уравнение переноса излучения в расширяющейся Вселенной

В рамках кинетического описания спектральных свойств реликтового излучения в расширяющейся Вселенной мы будем использовать уравнение переноса квантов в наиболее общей символической форме

$$\frac{df}{dt} = S_t[f] + I_n, \tag{2.1}$$

где $f(t, \vec{x}, p^i)$ – функция распределения, $S_t[f]$ – интеграл столкновений, описывающий трансформацию функции распределения в результате взаимодействия с электронами, I_n – функция источника квантов, $\vec{x}$ – пространственные переменные, p^i – четыре-вектор импульса энергии ($i = 0, 1, 2, 3$).

Для однородной и в среднем изотропной Вселенной геометрические свойства пространства–времени полностью характеризуются заданием интервала

$$ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k = -dt^2 + a^2(t)\gamma_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu, \tag{2.2}$$

где g_{ik} – метрический тензор четырёхмерного пространства, $\gamma_{\mu\nu}$ – метрический тензор трёхмерного пространства, $a(t)$ – масштабный фактор, латинские индексы пробегают значения от 0 до 3: греческие – от 1 до 3. Левая часть уравнения (2.1) описывает свободное распространение фотонов в отсутствие столкновений и сторонних источников:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x^\mu}\frac{dx^\mu}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \gamma^\mu}\frac{d\gamma^\mu}{dt} + \frac{\partial f}{\partial p_0}\frac{dp^0}{dt}. \tag{2.3}$$

В этом уравнении использованы следующие обозначения: $\gamma^\mu = a\frac{p^\mu}{p}$, $p^2 = p_l p^i$ и $\frac{dx^\mu}{dt} = \frac{p^\mu}{p^0}$, $\frac{dp^0}{dt} = -\frac{\dot{a}}{a}p$. Для однородной и в среднем изотропной Вселенной отличными от нуля являются лишь первый и последний слагаемые в правой части уравнения (2.3). Обратимся к анализу интеграла столкновений для комптоновских процессов. Предположим, во-первых, что температура электронного газа T_e заведомо ниже релятивистского предела $T_{cr} \simeq 5 \cdot 10^9$ K. Кроме того, при $z \ll 10^9$ температура излучения тоже оказывается ниже T_{cr} и, следовательно, при описании рассеяния $e - \gamma$ можно использовать комптоновский предел для сечения взаимодействия. К тому же при $T_e \ll T_{cr}$ передача энергии от электронов к излучению приводит к изменению частоты квантов на величину

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \simeq \frac{KT_e}{m_e} \sim \frac{T_e}{T_{cr}} \ll 1\left(\frac{\Delta P}{P} \ll 1\right).$$

В этих предположениях, в соответствии с работами [Hu, Silk, 1993; Hu, Scott, Silk, 1994; Hu, 1995], интеграл столкновений в уравнении (2.1) имеет вид

$$S_t[f]=\frac{1}{16(2\pi)^5E(p)}\int\frac{|M(p,q,q',p')|^2}{E(q)E(q')E(p')}d^3qd^3q'd^3p'\times$$
$$\times\delta^{(4)}(p+q-p'-q')\times$$
$$\times\left\{f_e(t,\vec{x},\vec{q}')f(t,\vec{x},\vec{p}')[1+f(t,\vec{x},\vec{p})]-\right.$$
$$\left.-f_e(t,\vec{x},\vec{q})f(t,\vec{x},\vec{p})[1+f(t,\vec{x},\vec{p}')]\right\},\tag{2.4}$$

где $|M|^2$ – матричный элемент для комптоновского рассеяния квантов на электронах; $\delta^{(4)}(p)$ – дельта-функция Дирака, $f(t,\vec{x}',\vec{p}')$ – функция распределения фотонов, $f_e(t,\vec{x},\vec{q})$ – функция распределения электронов. Следуя перечисленным выше работам, будем рассматривать равновесное распределение электронов по импульсу q в окрестности некоторого среднего значения $m_e\vec{v}_e$, описывающего возможные крупномасштабные течения вещества. Для космологической постановки задачи такое направление движения плазмы естественно отсутствует ($\vec{v}_e\equiv 0$ в силу изотропии и однородности хаббловского движения среды). Однако при анализе различного рода неравновесных источников нагрева плазмы, как и при анализе движения горячего газа в скоплениях галактик возможны ситуации, когда $\vec{v}_e\neq 0$.

Таким образом, в общем случае максвелловское распределение электронов по импульсам имеет вид

$$f_e(t,\vec{x},\vec{q})=(2\pi)^3n_e(2\pi m_eT_e)^{-3/2}\exp\left[-\frac{(\vec{q}-m_e\vec{v}_e)^2}{2m_eT_e}\right],\tag{2.5}$$

где m_e и T_e – масса покоя и температура электронов соответственно[1]. В системе покоя электрона матричный элемент рассеяния после усреднения по поляризации фотона имеет следующий вид:

$$|M|^2=8(2\pi)^2\alpha^2\left[\frac{\tilde{p}'}{\tilde{p}}+\frac{\tilde{p}}{\tilde{p}'}-\sin^2\tilde{\beta}\right].\tag{2.6}$$

[1] Здесь и далее в этом разделе мы будем использовать систему единиц $\hbar=c=k=1$.

Здесь тильда означает выбор системы отсчёта, $\alpha = \dfrac{1}{137}$ – постоянная тонкой структуры и $\tilde{\beta}$ – угол рассеяния в заданной системе отсчёта,

$$\tilde{p} = \frac{1 - \vec{p}\cdot\vec{q}/pm_e}{\sqrt{1 - q^2/m^2}}\cdot p \tag{2.7}$$

и соотношение $\tilde{p}_\mu \ \tilde{p}'^\mu = p_\mu \ p'^\mu$ определяет зависимость угла рассеяния от импульсов частиц.

Как видно из уравнения (2.6), матричный элемент рассеяния квантов на электронах в форме (2.6) описывает лишь первый член разложения $|M|^2$ по параметру α^2, учитывающий лишь кулоновские и комптоновские процессы. Анализ неупругих процессов, возникающих в порядке α^3, был дан в работах [Lightman, 1981; Bernstein, Dodelson, 1990; Hu, Silk, 1993]. Следуя работе [Hu, Silk, 1993], воспользуемся разложением матричного элемента $|M|^2$ по параметру $q/m_e \ll 1$,

$$|M|^2 = 8(2\pi)^2\alpha^2\sum_{i=0}^{4} I_i + O\left(\frac{q}{m_e}\right)^3, \tag{2.8}$$

где

$$\left.\begin{aligned}
&I_0 = 1 + \cos^2\beta,\ I_1 = -2\cos\beta(1-\cos\beta)\left[\frac{\vec{q}\,\vec{p}}{m_e p} + \frac{\vec{q}\,\vec{p}'}{m_e p'}\right],\\
&I_2 = \cos\beta(1-\cos\beta)\frac{q^2}{m_e^2},\\
&I_3 = (1-\cos\beta)(1-3\cos\beta)\left[\frac{\vec{q}\,\vec{p}}{m_e p} + \frac{\vec{q}\,\vec{p}'}{m_e p'}\right]^2 +\\
&\qquad + 2\cos\beta(1-\cos\beta)\frac{(\vec{q}\,\vec{p})(\vec{q}\,\vec{p}')}{m_e^2 p p'},\\
&I_4 = (1-\cos\beta)^2\frac{p^2}{m_e^2}.
\end{aligned}\right\} \tag{2.9}$$

Аналогичным образом с учётом уравнения (2.7) получается следующее выражение для энергии электронов в уравнении (2.4):

$$\frac{1}{E(q')} = \frac{E(q)}{m_e^2}\left[1 - \frac{q^2}{m_e^2} - \frac{(\vec{p}-\vec{p}')\cdot\vec{q}}{m_e^2} - \frac{(\vec{p}-\vec{p}')^2}{2m_e^2}\right] + O\left(\frac{q}{m_e}\right)^3 \tag{2.10}$$

И наконец, фигурирующая в уравнении (2.4) δ-функция Дирака также может быть представлена в виде разложения в ряд Тейлора по параметру $q/m_e \ll 1$,

$$\delta^{(4)}(p+q-p'-q')=$$
$$=\delta(p-p')+G(\bar{p},\bar{p}',\bar{q})\,p\left[\frac{\partial}{\partial p'}\delta(p-p')\right]+$$
$$+\frac{1}{2}G^2(\bar{p},\bar{p}',\bar{q})\,p^2\left[\frac{\partial^2}{\partial p'^2}\delta(p-p')\right]+O\left(\frac{q}{m_e}\right)^3, \qquad (2.11)$$

где $G(\bar{p},\bar{p}',\bar{q})=\frac{1}{m_e p}\left[(\bar{p}-\bar{p}')\cdot\bar{q}+(\bar{p}-\bar{p}')^2\right]$. Интегрируя уравнение (2.4) по импульсам электронной компоненты и учитывая нормировку

$$\left.\begin{aligned}&\int\frac{f_e(\vec{q})}{(2\pi)^3}d^3\vec{q}=n_e, \qquad \int\frac{q^i f_e(\vec{q})}{(2\pi)^3}d^3\vec{q}=m_e v_e^i n_e,\\ &\int\frac{q^i q^j f_e(\vec{q})}{(2\pi)^3}d^3\vec{q}=m_e v_e^i v_e^j n_e+m_e T\delta^{ij}n_e,\end{aligned}\right\} \qquad (2.12)$$

где δ^{ij} – символ Кронекера, мы приходим к следующему выражению для интеграла столкновений [Hu, Silk, 1993]:

$$S_t[f]=\frac{d\tau}{dt}\int\frac{p'}{p}dp'\int\frac{3d\Omega}{16\pi}\sum_{i=0}^{4}H_i(f). \qquad (2.13)$$

Функция $H[f]$ описывает соответственно следующие процессы:

а) томпсоновское рассеяние

$$H_0[f]=\delta(p-p')\left(1+\cos^2\beta\right)\left[f(t,\bar{x},\bar{p}')-f(t,\bar{x},\bar{p})\right], \qquad (2.14)$$

б) линейный и квадратичный доплер-эффект

$$H_1[f]=\left\{\left[\frac{\partial}{\partial p'}\delta(p-p')\right]\left(1+\cos^2\beta\right)\vec{v}_e(\bar{p}-\bar{p}')-\right.$$
$$-\delta(p-p')\cdot 2\cos\beta(1-\cos\beta)\times$$
$$\left.\times\left[\frac{\vec{v}_e\vec{p}}{p}+\frac{\vec{v}_e\vec{p}'}{p'}\right]\right\}\cdot F_1(t,\bar{x},\bar{p},\bar{p}'), \qquad (2.15)$$

$$H_2[f] = \left\{ \frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2}{\partial p'^2}\delta(p-p')\right]\left(1+\cos^2\beta\right)\left[\vec{v}_e(\vec{p}-\vec{p}')^2\right] - \right.$$

$$-\left[\frac{\partial}{\partial p'}\delta(p-p')\right]\cdot 2\cos\beta(1-\cos\beta) \times$$

$$\left.\times\left[\frac{\vec{v}_e\vec{p}}{p}+\frac{\vec{v}_e\vec{p}'}{p'}\right]\left(\vec{v}_e(\vec{p}-\vec{p}')\right)\right\} F_1(t,\vec{x},\vec{p},\vec{p}') +$$

$$+\delta(p-p')\left\{-\left(1-2\cos\beta+3\cos^2\beta\right)v_b^2 + \right.$$

$$+2\cos\beta(1-\cos\beta)\frac{(\vec{v}_e\ \vec{p})(\vec{v}_e\cdot\vec{p}')}{pp'} +$$

$$+(1-\cos\beta)(1-3\cos\beta)\times$$

$$\left.\times\left[\frac{\vec{v}_e\ \vec{p}}{p}+\frac{\vec{v}_e\ \vec{p}'}{p'}\right]^2\right\} F_1(t,\vec{x},\vec{p},\vec{p}'), \qquad (2.16)$$

где $F_1(t,\bar{x},\bar{p},\bar{p}') \equiv f(t,\bar{x},\bar{p}) - f(t,\bar{x},\bar{p}')$,

в) ***Тепловой доплер-эффект и эффект "отдачи".*** В отсутствие направленного потока электронов $\vec{v}_e$ тепловые скорости электронов в порядке $(q/m_e)^2$ приводят к такой же зависимости $H_2(f)$ от тепловой энергии $\langle v_T^2\rangle = \dfrac{3T_e}{m_e}$, как и квадратичный доплер-эффект (уравнение (2.16)). Для изотропного распределения фотонов этот эффект носит название эффекта Зельдовича–Сюняева [Zeldovich, Sunyaev, 1969]. Соответствующее выражение для функции $H_3^T[f]$ имеет следующий вид:

$$H_3[f] = \left\{\left[\frac{\partial^2}{\partial p'^2}\delta(p-p')\right](1+\cos^2\beta)\frac{(\vec{p}-\vec{p}')^2}{2} - 2\cos\beta(1-\cos^2\beta) + \right.$$

$$\left. + (4\cos^3\beta - 9\cos^2\beta - 1)(p-p')\times\left[\frac{\partial}{\partial p'}\delta(p-p')\right]\right\}\times$$

$$\times\frac{T_e}{m_e}F_1(t,\vec{x},\vec{p},\vec{p}'). \qquad (2.17)$$

Подробнее роль эффекта Зельдовича–Сюняева в астрофизике будет рассмотрена в следующих разделах этой главы. Наряду с анализом квадратичного эффекта важную роль в рассеянии $e-\gamma$ играет эффект "отдачи" электронов при их тепловых энергиях, близких к энергиям фотонов. В этом случае согласно работе [Hu, Silk, 1993] соответствующее слагаемое в формуле (2.13) равно

$$H_4[f]=-\left[\frac{\partial}{\partial p'}\delta(p-p')\right](1+\cos^2\beta)\frac{(\vec{p}-\vec{p}')^2}{2m_e}F_2(t,\vec{x},\vec{p},\vec{p}'),\quad (2.18)$$

где $F_2(t,\vec{x},\vec{p},\vec{p}')=f(t,\vec{x},\vec{p})+f(t,\vec{x},\vec{p}')+2f(t,\vec{x},\vec{p})f(t,\vec{x},\vec{p}')$. Таким образом, выражения (2.13)–(2.18) исчерпывают математическую постановку задачи об определении вида интеграла столкновений в первом порядке по параметру α и вплоть до второго порядка по параметру $\frac{q}{m_e}\ll 1$.

В этой главе нас будут интересовать в основном приложения теории переноса излучения, связанные со спектральными искажениями начальной планковской функции распределения квантов. Подробнее математическая постановка задачи рассмотрена в следующем разделе.

2.3. Обобщённое уравнение Компанейца

Рассмотрим взаимодействие изотропно распределённого излучения, взаимодействующего с электронной плазмой в предположении о малости отклонения функции распределения от её равновесного значения. В этом приближении из уравнений (2.4)–(2.18) после интегрирования по импульсам p' уравнение переноса квантов в отсутствие источников будет иметь следующий вид [Zeldovich, Sunyaev, 1969, 1970; Hu, Silk, 1993]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial t}-\frac{\dot a}{a}p\frac{\partial f}{\partial p^0}=\tau'_T\Bigg\{&-\vec{\gamma}\vec{v}_e p\frac{\partial f}{\partial p}+\left[(\vec{\gamma}\vec{v}_e)^2+v_e^2\right]\times p\frac{\partial f}{\partial p}+\\&+\left[\frac{3}{20}v_e^2+\frac{11}{20}(\vec{\gamma}\vec{v}_e)^2\right]p^2\frac{\partial^2 f}{\partial p^2}+\frac{1}{m_e p^2}\times\\&\times\frac{\partial}{\partial p}\left[p^4\left\{T_e\frac{\partial f}{\partial p}+f(1+f)\right\}\right]\Bigg\}.\end{aligned}\quad (2.19)$$

Здесь $\tau'_T=\sigma_T n_e$, $\sigma_T=8\pi\alpha^2/3m_e^2$ – томпсоновское сечение. Это уравнение есть не что иное, как обобщённое уравнение Компа-