

линии на уровне $\bar{X}_{M_{m+1}}^n = \bar{X}_1^n$ и норма

$$|\bar{X}_{m+1}^n - \bar{X}_m^n| = \left[(\theta_{m+1} - \theta_m)^2 + \sin\left(\frac{\theta_{m+1} + \theta_m}{2}\right) (\varphi_{m+1} - \varphi_m)^2 \right]^{1/2}$$

Первая точка X_1 – произвольна. Различные пограничные линии на карте соответствуют массивам пограничных точек $\bar{X}_{X_m}^n$ и внутриграничным пикселям $\bar{Y}_{X_m}^n$. Полная граница изолированных областей с $v > v_i$ может состоять из множества замкнутых линий (две линии на рис. 7.12).

2. Нахождение границ кластера. Расчёт полной границы и генуса. Скомбинируем все замкнутые линии, которые являются границами одного и того же кластера, используя массивы внутриграничных пикселей \bar{Y}_m^n . Предположим, что мы хотим проверить, являются ли две разные линии границами одного и того же кластера. Эти линии соответствуют двум рядам внутриграничных пикселей $\bar{Y}_m^{n_1}$ и $\bar{Y}_m^{n_2}$. Если взять два произвольных внутренних пикселя по одному из каждого ряда и соединить их отрезком вдоль линий сетки (см. рис. 7.12), то этот отрезок может пересечь границы N_{int}^i раз ($i = 1, 2$), где $N_{\text{int}}^i \geq 0$. Если два числа N_{int}^1 и N_{int}^2 – чётные, то оба внутриграничных пикселя принадлежат одному и тому же кластеру, в противном случае они принадлежат двум разным кластерам. Следовательно, все пограничные линии, принадлежащие одному кластеру, образуют его границу, полная длина которой равна сумме длин их всех. Число замкнутых линий для каждого кластера эквивалентно генусу этого кластера. Таким образом, мы находим полное количество кластеров и два частичных ФМ для каждого из них – длину и генус.

7.7.2. Расчёт площади кластеров

Все пиксели, расположенные между внутренними границами кластера, принадлежат этому кластеру. Площадь кластера можно грубо аппроксимировать полной площадью всех этих пикселей, включая внутриграничные. После этого можно рассчитать полные и частичные функционалы Минковского.

На рис. 7.13 и 7.14 показаны кумулятивные функции распределения $F(v_i, v_k)$ (из работы [D. Novikov, Feldaman, Shandarin,

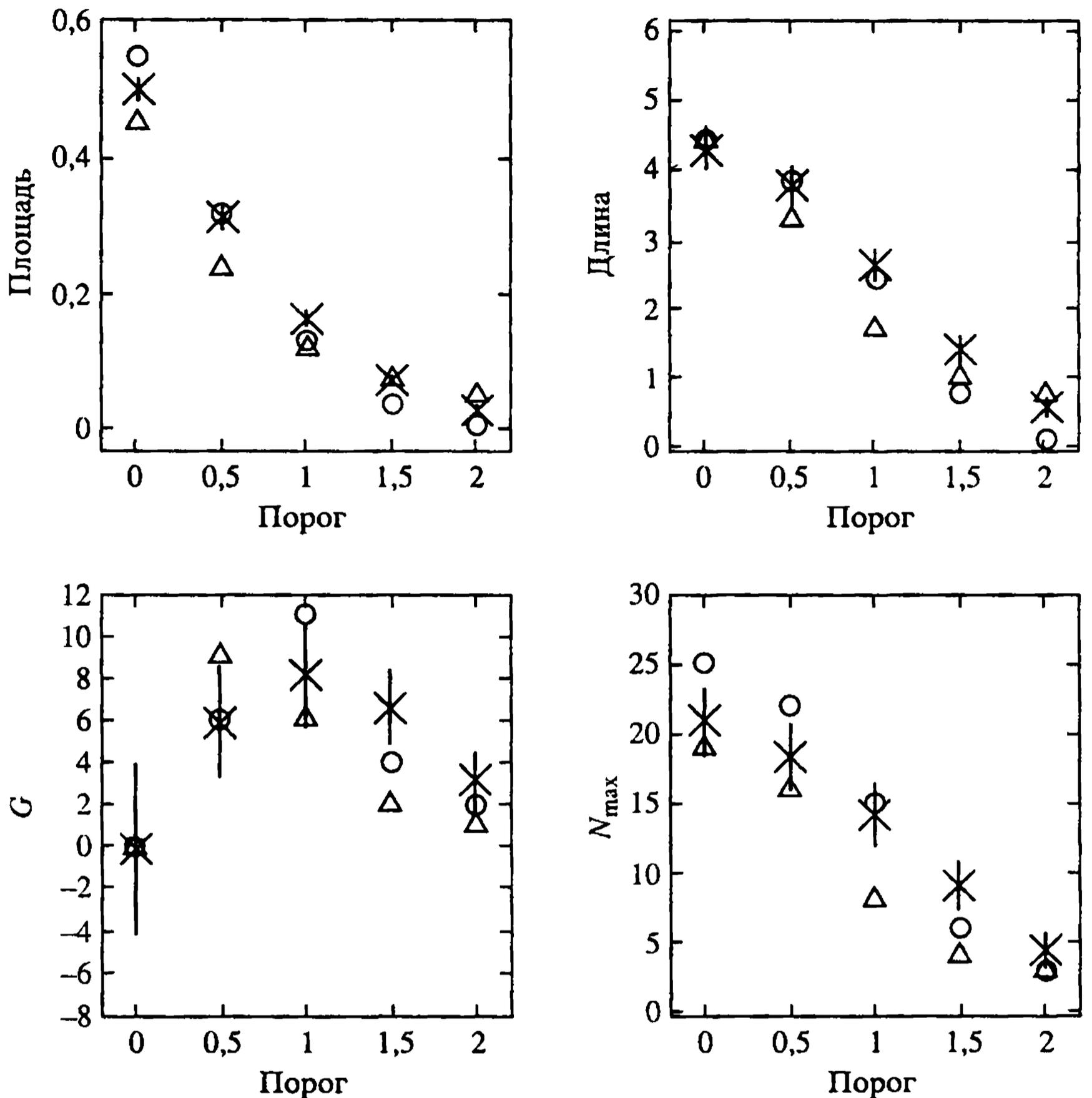


Рис. 7.13. Совокупная функция распределения глобальных Функционалов Минковского и числа максимумов/минимумов как функция температурного порога (данного в единицах σ для COBE карты 1). Кружки и треугольнички показывают значения положительных и отрицательных порогов соответственно. Погрешности измерений соответствуют σ , посчитанной по 1000 гауссовых реализаций

1999]), где $v_i = \sum_k v_k^i$ для двух, описанных выше, карт COBE со средними гауссовыми значениями и дисперсиями. Среднее значение и дисперсия были получены из 1000 случайных реализаций гауссова поля, имеющих те же амплитуды, что и показана, но с разными фазами. На обоих рисунках заметны значительные отклонения от гауссовости. Интересно отметить, что каждая статистика показывает наибольшее отклонение от гауссовости при разных порогах $F(A)$ при $v_i = 0,5$, $F(L)$ при $v_i = -1$, $F(G)$ при $v_i = \pm 1$ и $F(N_{\max})$ при $v_i = 0, 0,5, -1$. Эти отклонения, грубо говоря,

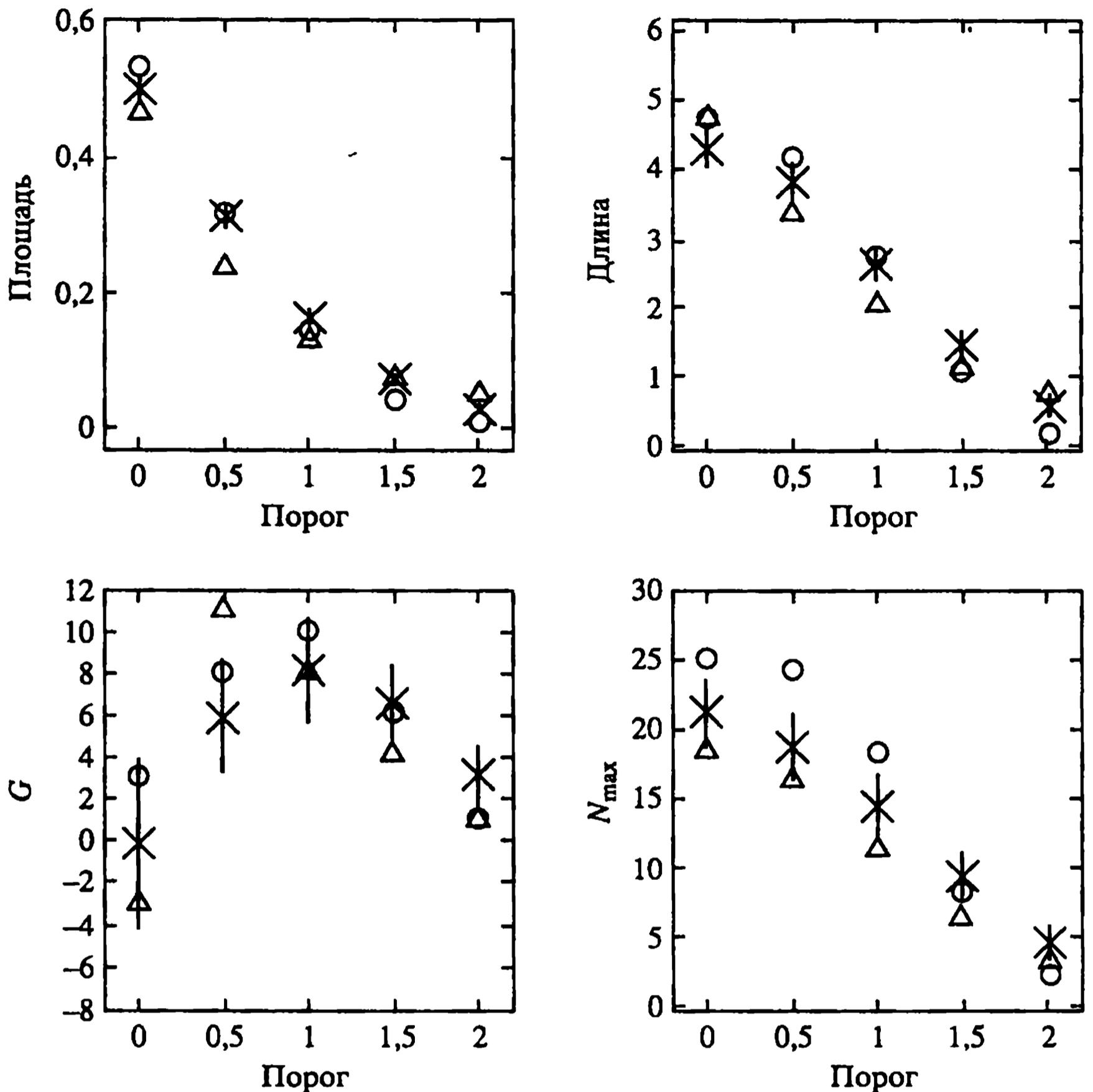


Рис. 7.14. То же самое, что и на рис. 7.13, но для COBE карты 2

одинаковы для обеих карт и предполагают, что каждая из четырёх статистик несёт свою статистическую информацию.

Можно ожидать, что частичные ФМ дадут более детальную информацию. На рис. 7.15 ÷ 7.19 представлены частичные ФМ для десяти порогов $v_i = \pm 2, \pm 1,5, \pm 1, \pm 0,5$ и $\pm 0^7$. На каждом рисунке нанесены две кривые, одна для положительного порога $v < v_i$ (сплошная линия), а другая для отрицательного, $-v < v_i$ (штриховая линия). Порог v_i имеет одинаковую абсолютную величину $|v_i|$ для каждой карты. Толстые и тонкие линии соответствуют картам COBE 1 и 2 соответственно. Сред-

⁷ Пороги $v_i = +0$ и $v_i = -0$ соответствуют областям с $v > 0$ и $v < 0$ соответственно.

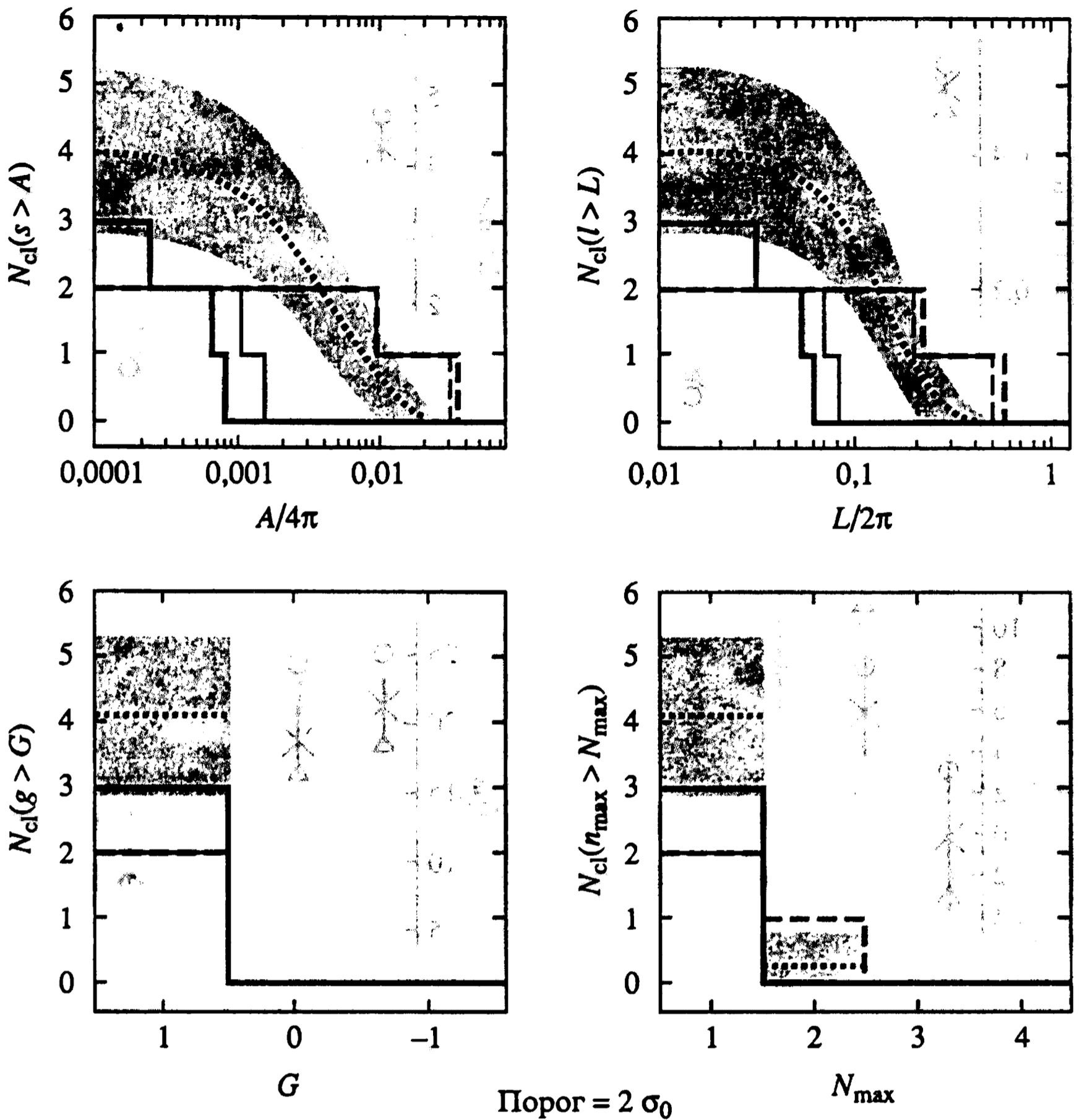


Рис. 7.15. Совокупная функция распределения частичных Функционалов Минковского для обеих СОВЕ карт. Заштрихованные области – это $(\pm\sigma)$ области гауссовых реализаций. Сплошные линии – совокупная функция распределения для положительных ($v > v_i$), а пунктирные – для отрицательных ($v < v_i$) порогов. Жирные линии соответствуют СОВЕ карте 1, а тонкие – СОВЕ карте 2. Порог $v_i = 2\sigma$

няя гауссова кривая, не зависящая от знака порога, изображена пунктирной линией. Заштрихованная область – это гауссова дисперсия 1σ .

Главные особенности, следующие из рис. 7.15 ÷ 7.19, состоят в следующем:

Рис. 7.15 – $v_i = 2$; функции $F(a)$ и $F(b)$ показывают сильный негауссов сигнал, а функции $F(g)$ и $F(n_m)$ грубо согласуются с гауссовостью.

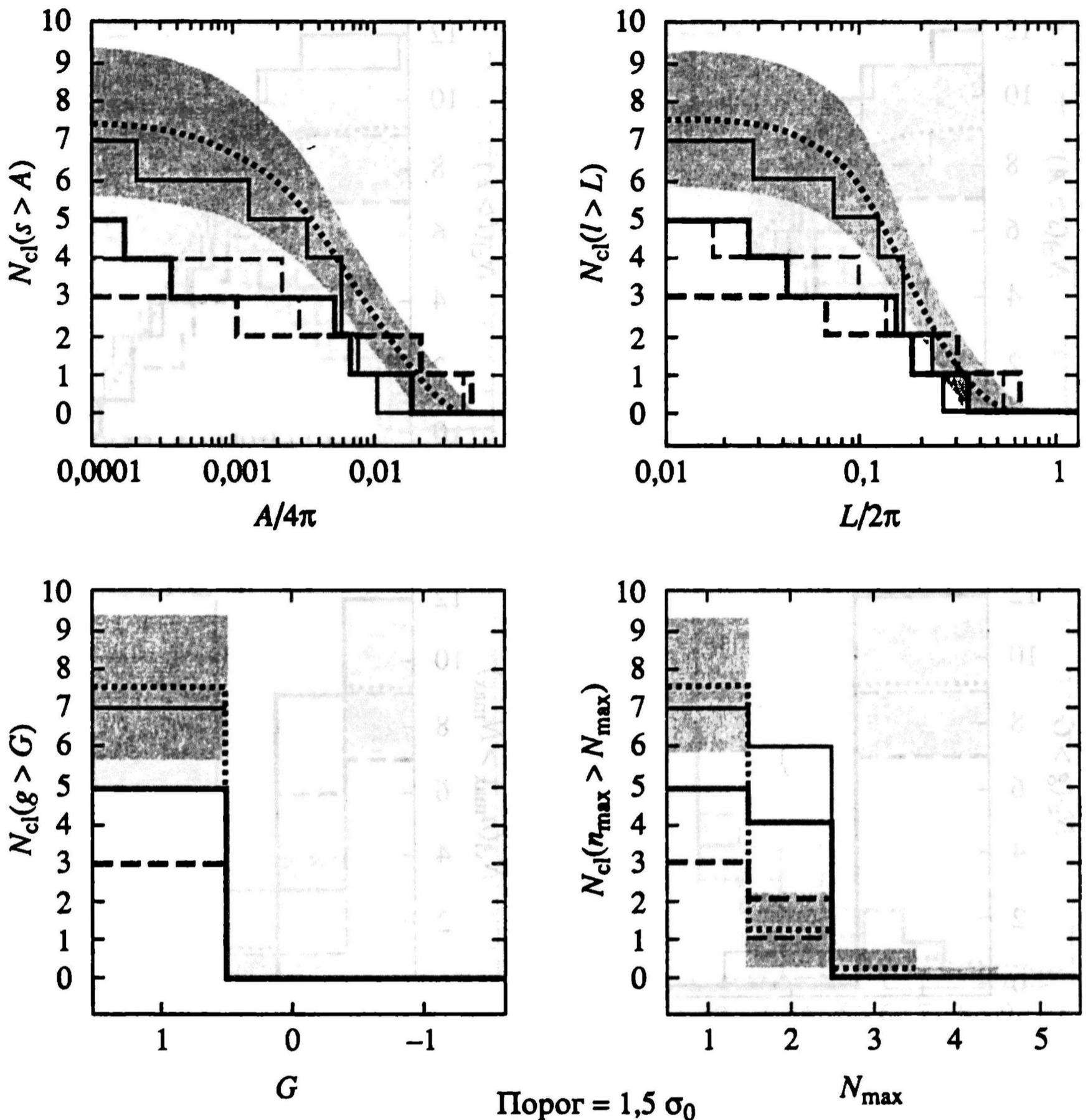


Рис. 7.16. То же самое, что и на рис. 7.15, но для порога $v_t = 1,5\sigma$

Рис. 7.16 – $v_t = 1,5$; все статистики указывают на негауссовость.

Рис. 7.17 – $v_t = 1$; самый сильный негауссов сигнал даёт распределение максимумов $F(n_m)$, другие статистики грубо согласуются с гауссовостью.

Рис. 7.18 – $v_t = 0,5$; все статистики показывают сильное несогласие с гауссовостью.

Рис. 7.19 – $v_t = 0$; все статистики грубо согласуются с гауссовостью.

Какие выводы следуют из этих результатов? Прежде всего необходимо отметить, что в силу низкого углового разрешения спектр $S(l)$ для СОВЕ данных простирается до $30 \div 40$ мультиполей, причём, что очень важно, мы имеем дело с одной реали-

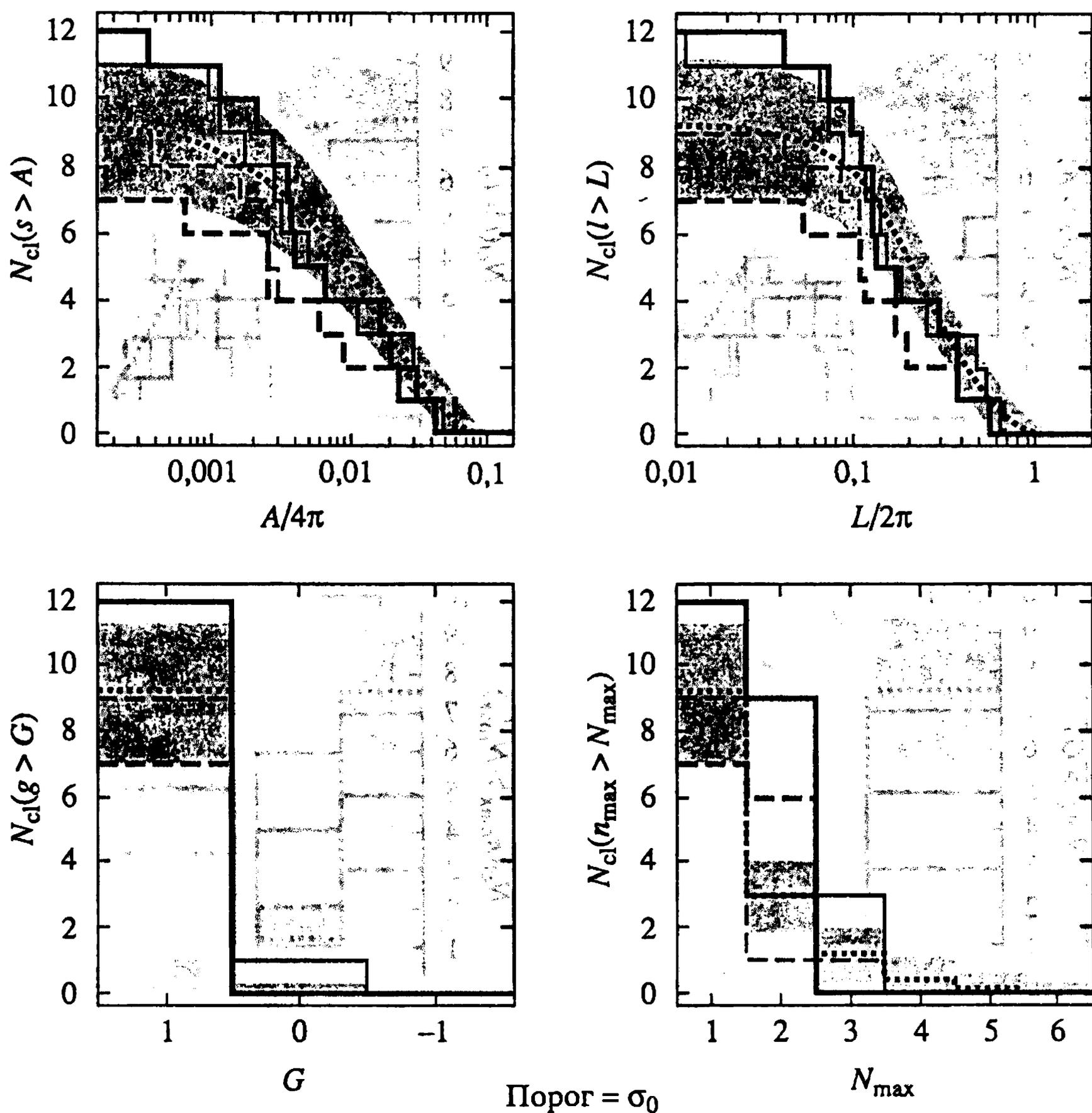


Рис. 7.17. То же самое, что и на рис. 7.15, но для порога $v_t = 1\sigma$

зацией случайного процесса на сфере. Более того, мы видим, что основным источником негауссовости сигнала является излучение Галактики. Приведённые выше различные методы устранения этого сигнала показывают, что результат вычитания галактического фона содержит, тем не менее, остаточную негауссовость. В определённой мере этот вывод подтверждается анализом статистических особенностей сигнала в приполярных зонах, свободных от влияния галактической эмиссии. Например, авторы работы [Colley, Gott, Park, 1996] не нашли существенного отклонения от гауссовости, используя кривую генуса. К близким выводам пришли Шмальзинг, Горский [Schmalzing, Gorski, 1998] и Ферейра [Ferreira et al., 1998], также анализирующие свойства

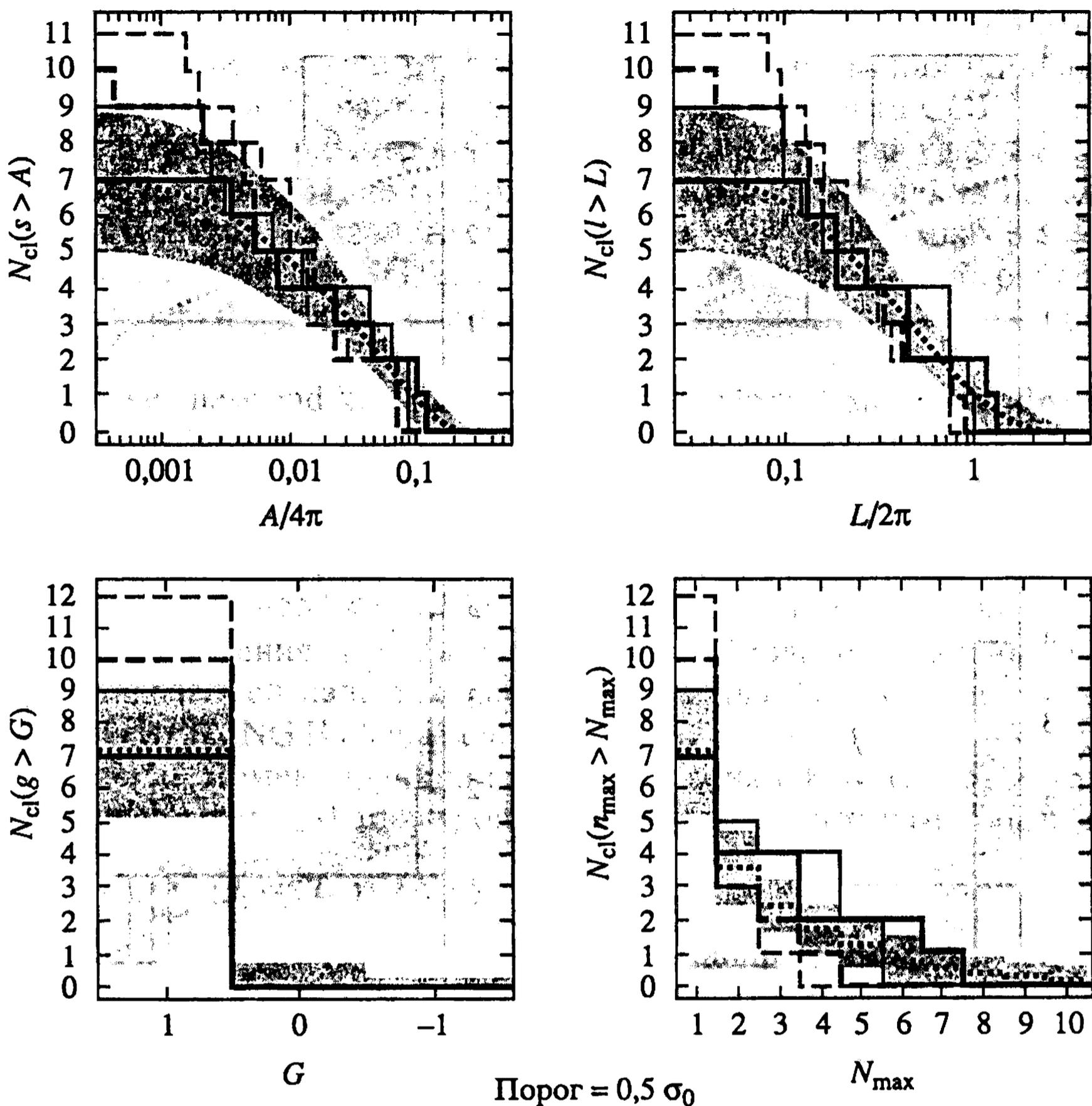


Рис. 7.18. То же самое, что и на рис. 7.15, но для порога $v_r = 0,5\sigma$

СОВЕ-сигнала в приполярных областях. Заметим однако, что этот метод оказался достаточно эффективным для СОВЕ-данных, которые отличаются низким разрешением и низким уровнем сигнал/шум ~ 1 .

Для будущих экспериментов с высоким уровнем разрешения проблема выделения вклада Галактики будет стоять наиболее остро не только для центральной области карты, где она доминирует, но и для остальных участков. В значительной мере это влияние обусловлено "просачиванием" галактического сигнала через боковые лепестки диаграмм направленности антенны. Таким образом анализ статистических свойств СОВЕ-данных ещё раз в полной мере высветил важность разработки

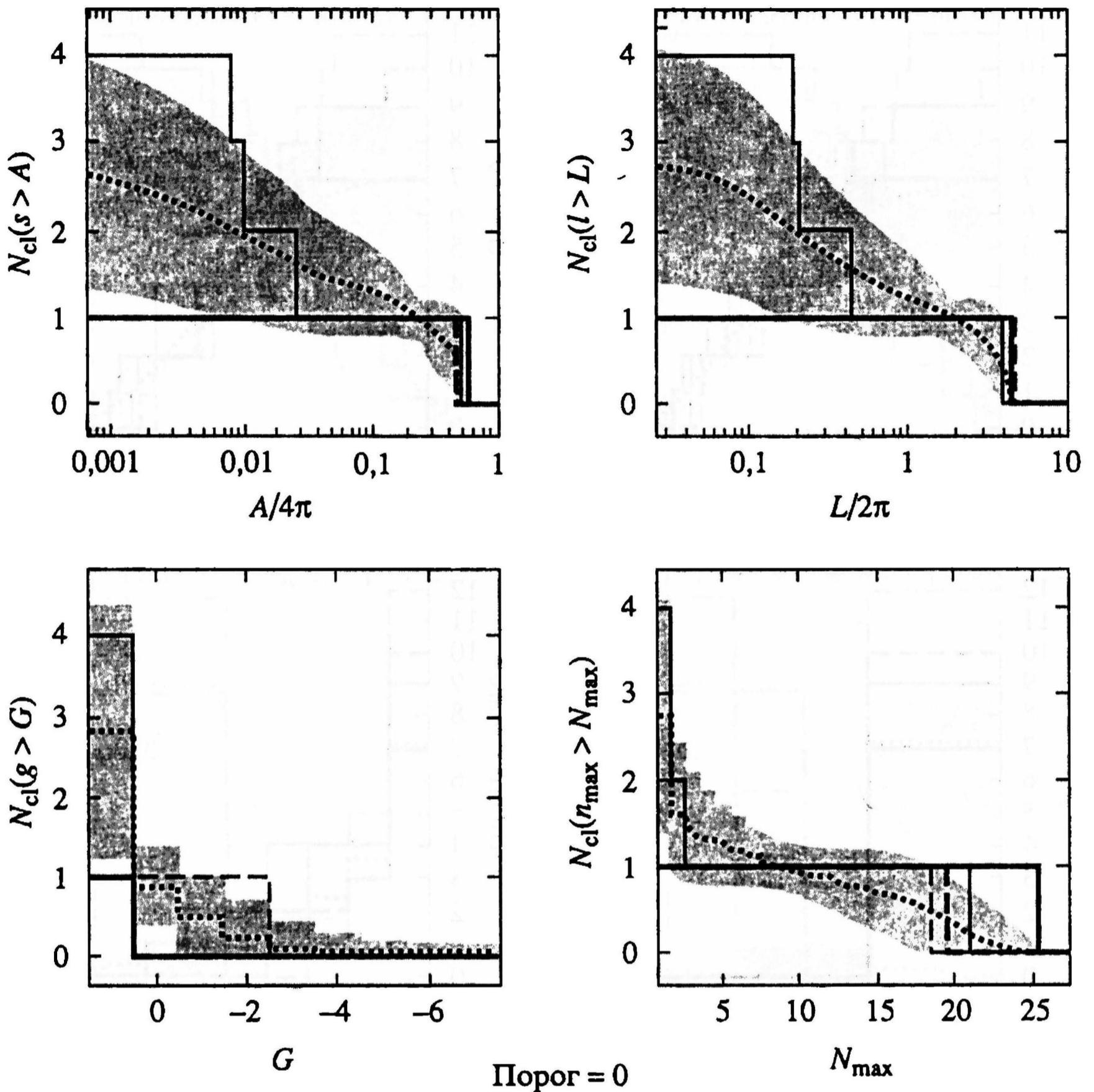


Рис. 7.19. То же самое, что и на рис. 7.15, но для порога $v_r = 0$

методов устранения сильной негауссовости карт анизотропии реликтового излучения, обусловленной различного рода шумами некосмологической природы.

7.8. Статистическая природа сигнала в данных BOOMERANG и MAXIMA-1

Необходимо заметить, что наряду с данными эксперимента COBE, покрывающего всю поверхность неба, большую роль для тестирования свойств гауссовости первичной анизотропии реликтового излучения играет анализ статистической природы сигнала в экспериментах с малым покрытием неба – таких, как