СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНАЯ ЧЕРНАЯ ДЫРА

§ 2.1. Сферически-симметричное поле тяготения

Мы начнем рассмотрение физических свойств черных дыр с простейшего случая, когда сама черная дыра и ее гравитационное поле являются сферически-симметричными.

Сферически-симметричное гравитационное поле (пространство-время со сферическим *3*-мерным пространством) описывается во всех учебниках по ОТО [см., например, Ландау, Лифшиц (1973*), Мизнер, Торн, Уилер (1973)]. Поэтому мы ограничимся лишь приведением здесь необходимых результатов. Напишем выражение для квадрата интервала вдали от сильных полей тяготения (т.е. там, где справедлива специальная теория относительности), используя сферическую пространственную систему координат (r, θ, φ):

$$ds^2 = -c^2dt^2 + dl^2 = -c^2dt + dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2), \qquad (2.1.1)$$

где c – скорость света, dl – расстояние в трехмерном пространстве.

Рассмотрим теперь искривленное пространство-время, сохраняя, однако, требование пространственной сферической симметрии. Пространство-время не обязательно пустое, в нем могут быть вещество и физические поля (разумеется, также сферически-симметричные, если мы учитываем их тяготение). Математика утверждает [см., например, Мизнер, Торн, Уилер (1973)], что интервал в этом случае всегда может быть записан (при подходящем выборе координат) в виде *)

$$ds^2 = g_{00}(x^0, x^1)dx^{0\,2} + g_{11}(x^0, x^1)dx^{1\,2} + (x^1)^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2). \qquad (2.1.2)$$

В этом выражении отличны от нуля по-прежнему лишь те же компоненты метрического тензора, что и в выражении (2.1.1) для плоского пространства. Компоненты g_{00} и g_{11} зависят только от x^0 и x^1 и не зависят от θ и φ.

Координаты, в которых выражение для g_{22} записывается в виде $(x^1)^2$, носят название *координат кривизны*. Обычно для x^1-координаты выбирают обозначение r [по аналогии с (2.1.1)], а для $x^0/c \equiv t$. Мы увидим в дальнейшем, что внутри черной дыры такой выбор обозначений не всегда логичен (см. § 2.4).

Если сферическое поле тяготения рассматривается не в пустоте, то в пространственной системе отсчета, определяемой координатами x^1, θ, φ,

---

*) Строго говоря, метрика общего вида описывается выражением (2.1.6). Формула (2.1.2) верна везде, за исключением особых поверхностей, где $\frac{\partial \tilde{g}_{22}}{\partial \tilde{x}^0} = \frac{\partial \tilde{g}_{22}}{\partial \tilde{x}^1} = 0$.

вещество, вообще говоря, движется (радиально), т.е. имеются потоки энергии. Иногда удобно выбирать другие системы отсчета, например, сопутствующие (в которых нет потоков энергии) или какие-то другие (но сферически-симметричные). Все такие системы обладают следующим свойством. Точки, составляющие какую-либо систему, движутся по радиусу относительно другой системы. Связь между различными системами отсчета, сохраняющими свойства сферической симметрии, задается преобразованиями

$$\tilde{x}^0 = \tilde{x}^0(x^0, x^1), \tag{2.1.3}$$

$$\tilde{x}^1 = \tilde{x}^1(x^0, x^1), \tag{2.1.4}$$

$$\tilde{\theta} = \theta, \qquad \tilde{\varphi} = \varphi. \tag{2.1.5}$$

Тильда обозначает координаты в новой системе отсчета. Выражение (2.1.4) описывает радиальное движение точек новой системы отсчета (с координатами $\tilde{x}^1 = \text{const}$) относительно старой. После выбора (2.1.4), задающего новую систему отсчета, выбор (2.1.3), определяющий координату времени в новой системе, всегда может быть сделан таким образом, что компонента $\tilde{g}_{01}$ не появится и общее выражение для ds^2 будет иметь вид

$$ds^2 = \tilde{g}_{00}(\tilde{x}^0, \tilde{x}^1) d\tilde{x}^{0\,2} + \tilde{g}_{11}(\tilde{x}^0, \tilde{x}^1) d\tilde{x}^{1\,2} + \\ + \tilde{g}_{22}(\tilde{x}^0, \tilde{x}^1)(d\tilde{\theta}^2 + \sin^2\tilde{\theta}\, d\tilde{\varphi}^2). \tag{2.1.6}$$

Заметим, что выражение для $\tilde{g}_{22}$ может быть записано в виде

$$\sqrt{\tilde{g}_{22}} = x^1(\tilde{x}^0, \tilde{x}^1), \tag{2.1.7}$$

где $x^1 = x^1(\tilde{x}^0, \tilde{x}^1)$ есть решение (2.1.3), (2.1.4) относительно x^1. Оно описывает радиальное движение точек старой системы (с координатами $x^1 = \text{const}$) относительно новой.

§ 2.2. Сферически-симметричное поле тяготения в вакууме

Рассмотрим теперь сферическое поле тяготения в вакууме. Решение уравнений Эйнштейна для этого случая было найдено Шварцшильдом (1916) и имеет следущий вид [см. Ландау, Лифшиц (1973*)]:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2); \tag{2.2.1}$$

G – постоянная тяготения Ньютона, M – масса источника поля.

Важнейшее свойство этого решения состоит в том, что оно не зависит от временной координаты t, а только от r, и определяется одним параметром M – полной массой тяготеющего источника, создающего поле. Даже если в источнике поля есть радиальные движения (сохраняющие сферическую симметрию), поле в вакууме, вне вещества, остается постоянным [это утверждение носит название *теоремы Биркгофа* (1923)]. Вдали от центра тяготения (при $r \to \infty$) пространство-время переходит в плоское пространство-время Минковского с метрикой (2.1.1). Координаты t, r, θ, φ, в которых записано выражение (2.2.1), носят название *координат*