

ляется продолжением системы Шварцшильда для $r < r_g$ (ее мировые линии $r = \text{const}$ показаны на том же рисунке). Время и пространственное радиальное направление в этих системах своеобразно меняются местами.

Приведем теперь систему отсчета, которая исторически была первой из построенных систем, не имеющих особенностей на r_g [Эддингтон (1924), Финкельштейн (1958)]. Эта система связана с фотонами, свободно движущимися по радиусу. Уравнение движения фотонов определяется выражением (2.3.3). Для фотонов, движущихся к центру, r уменьшается с ростом t . Выражение (2.3.3) для таких фотонов можно переписать в виде

$$t = -\frac{r}{c} - \frac{r_g}{c} \ln \left| \frac{r}{r_g} - 1 \right| + \frac{V}{c}. \quad (2.4.11)$$

Здесь V – константа, характеризующая радиальную координату фотона для фиксированного момента t .

В выражении (2.4.11) под логарифмом поставлен знак модуля, что обеспечивает применимость выражения и при $r < r_g$ ^{*}). Если мы возьмем множество фотонов при фиксированном t и припишем каждому фотону номер V , который в дальнейшем не меняется при движении фотона, то подобно тому, как в случае нерелятивистской частицы [см. (2.3.9)] мы выбирали r_1 в качестве новой радиальной координаты, здесь можно выбрать V в качестве другой новой координаты. Правда, есть и существенное отличие – никакой наблюдатель не может двигаться вместе с фотоном и в этом смысле новая система не подходит, строго говоря, под определение системы отсчета. Но в некоторых случаях такая "система" из пробных фотонов бывает удобна. Надо только всегда помнить, что V – световая координата (не пространственная и не временная). В качестве второй координаты можно выбрать прежнюю координату r . Тогда, дифференцируя (2.4.11) и подставляя получающееся выражение для dt в (2.2.1), находим

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r_g}{r}\right)dV^2 + 2dVdr + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (2.4.12)$$

Выражение (2.4.12) регулярно на $r = r_g$. Действительно, коэффициент при dV^2 обращается в нуль на r_g , но наличие члена $2dVdr$ обеспечивает невырожденность этой системы координат. Пространство-время в координатах V, r изображено на рис. 3; при этом учтено, что система неортогональна и координатные линии образуют между собой постоянный угол 45° (на плоскости V, r).

§ 2.5. Сжимающиеся и расширяющиеся T -области

Рассмотренные выше свойства систем отсчета внутри сферы Шварцшильда в T -области весьма своеобразны. Действительно, мы видим, что все эти системы обязательно должны сжиматься по θ - и φ -направлениям, а коэффициент g_{22} должен уменьшаться со временем (что эквивалентно уменьшению r со временем). По-другому этот факт можно сформулировать

^{*}) Всегда надо помнить об изменении смысла координат r и t при $r < r_g$ (см. выше).

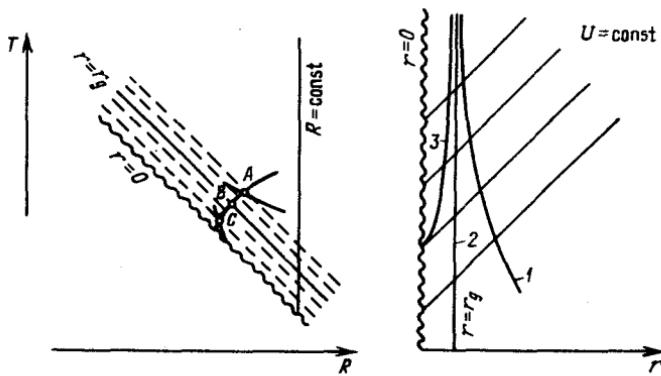


Рис. 4. Пространство-время Шварцшильда в расширяющихся координатах Леметра. Направление хода времени изменено на противоположное по сравнению с рис. 2

Рис. 5. Пространство-время Шварцшильда в расширяющихся координатах Эддингтона – Финкельштейна. Направление хода времени изменено на противоположное по сравнению с рис. 3

как необходимое движение к сингулярности $r = 0$ всех лучей света и всех частиц в T -области. Однако известно, что уравнения Эйнштейна инвариантны относительно замены знака времени. Все приведенные выше формулы останутся решениями уравнений Эйнштейна, если сделать замену $t \rightarrow -t$, $T \rightarrow -T$, $\tilde{T} \rightarrow -\tilde{T}$, $V \rightarrow -U$, где U нумерует выходящие лучи ($U = 2t - V$). Но такая замена эквивалентна изменению направления течения времени на противоположное. Значит, возможны системы отсчета (например, Леметра, Эддингтона и т.д.), расширяющиеся из-под сферы Шварцшильда и образованные частицами, вылетающими из сингулярности в T -области, пересекающими затем сферу Шварцшильда и улетающими на бесконечность (рис. 4, 5).

Как совместить вылет частиц из-под сферы Шварцшильда с неоднократно подчеркиваемым выше утверждением, что из-под нее частица вылететь не может? Дело заключается в следующем. Никакая частица не может вылететь из T -области (из-под сферы Шварцшильда), если она (или другая частица) влетела туда. Другими словами, если под сферу Шварцшильда можно влететь, то из-под нее нельзя вылететь. T -область, которая есть в решениях с заменой течения времени на противоположное, это *совсем другая* T -область с совсем другими свойствами. Если в первой T -области возможно было только сжатие, то во второй возможно только расширение, туда нельзя упасть (что наглядно видно из рис. 4, 5).

Подчеркнем, что внешнее пространство (вне сферы с $r = r_g$) в обоих случаях тождественно одно и то же. Преобразованием координат метрика его сводится к (2.2.1), но оно может быть продолжено внутрь сферы Шварцшильда двояким образом: либо как сжимающаяся T -область, либо как расширяющаяся T -область (но никак не вместе!). Какой тип T -области осуществляется конкретно, зависит от граничных или начальных условий. Мы подробно остановимся на этом в следующем параграфе. Сжимающуюся T -область принято обозначать T_- , расширяющуюся – T_+ .