

## § 2.6. Гравитационный коллапс – возникновение черной дыры. Белые дыры

В этом параграфе мы разберем процесс возникновения черной дыры в результате сжатия сферической массы до размеров меньше  $r_g$ . Чтобы избавиться от эффектов, не имеющих непосредственного отношения к образованию черной дыры и только осложняющих решение, рассмотрим сжатие сферического облака вещества, лишенного давления,  $p = 0$  (облако пыли). В этом случае не придется рассматривать гидродинамических явлений, связанных с градиентом давления. Все частицы (пылинки) движутся по радиальным геодезическим, подвергаясь действию только гравитационного поля. Решение уравнений Эйнштейна для этого случая было получено Толменом (1934). В приводимом решении система отсчета соответствует веществу, т.е. пылинки имеют постоянные  $R, \theta, \varphi$ :

$$ds^2 = -c^2 dT^2 + g_{11}(T, R) dR^2 + r^2(T, R)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (2.6.1)$$

$$\dot{r}^2 = f(R) + \frac{F(R)}{r}, \quad (2.6.2)$$

$$g_{11}(T, R) = \frac{(r')^2}{1 + f(R)}, \quad (2.6.3)$$

$$\frac{8\pi G\rho}{c^2} = \frac{F'(R)}{r'r^2}. \quad (2.6.4)$$

Здесь точка – дифференцирование по  $cT$ , штрих – дифференцирование по  $R$ ;  $f(R)$  и  $F(R)$  – две произвольные функции от  $R$  (должно выполняться  $1 + f(R) > 0$ ). Уравнение (2.6.2) определяет функцию  $r$  после задания  $f(R)$  и  $F(R)$ ,  $\rho$  – плотность вещества.

Решение Толмена может описывать, например, сжатие пылевого шара конечных размеров. Для описания этого процесса выберем начальный момент  $T = \text{const}$ . Тогда (2.6.4) определит распределение плотности. Если координата  $R_1$  определяет границу шара, то вне шара (при  $R > R_1$ )  $\rho = 0$  и  $F = \text{const}$ . Изменение  $r$  с течением  $T$  для частиц шара описывается уравнением (2.6.2). Из уравнения видно, что каждая частица с фиксированным  $R$ , имеющая  $\dot{r} < 0$ , за конечное  $T$  достигает  $r = 0$ , где имеется истинная сингularity пространства-времени.

Вне шара метрика пространства-времени однозначно определяется массой шара, которая задается значением  $F$  на его границе  $R_1$ . Эта метрика в пустоте является метрикой Шварцшильда (см. § 2.2).

Частицы на поверхности шара свободно падают в этой внешней метрике, поэтому их движение может быть представлено как движение по радиальным геодезическим в метрике Шварцшильда [см. (2.3.5)]. В частности, можно рассмотреть сжатие шара, частицы на поверхности которого падают с параболической (второй космической) скоростью. Формулы движения таких частиц особенно просты [см. (2.3.9)]. В системе Леметра уравнение мировой линии этих частиц будет  $R_1 = \text{const}$ . Уравнение этой же линии в системе Эддингтона – Финкельштейна дается в параметрическом виде выражениями (2.4.11), (2.4.4), (2.4.5), если в двух последних формулах положить  $R = R_1 = \text{const}$ .

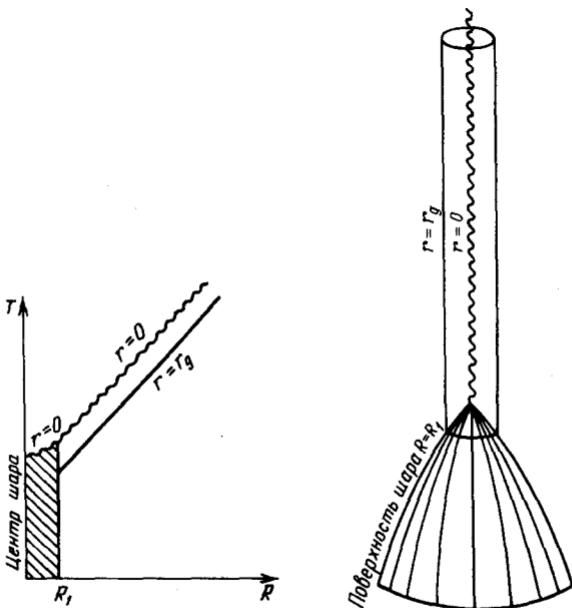


Рис. 6. Пространство-время сжимающегося шара с образованием черной дыры в координатах Леметра. Область внутри шара заштрихована

Рис. 7. Пространство-время сжимающегося шара с образованием черной дыры в координатах Эддингтона – Финкельштейна

Картина пространства-времени для сжимающегося шара изображена на рис. 6 и 7 в координатах Леметра и Эддингтона – Финкельштейна соответственно. Последний рисунок, где изображена и одна из вращательных степеней свободы, особенно нагляден. Поверхность сжимающегося шара за конечное собственное время достигает сферы Шварцшильда  $r = r_g$  и затем стягивается в точку к  $r = 0$ . Этот процесс называют релятивистским гравитационным коллапсом. В результате коллапса внутри сферы Шварцшильда возникает пространственно-временная область, из которой никакие сигналы не уходят на пространственную бесконечность. Такая область и называется черной дырой. Итак, в результате релятивистского гравитационного коллапса сферического невращающегося тела возникает сферическая черная дыра.

Заметим теперь, что сделанное выше предположение об отсутствии давления ничего качественно не меняет в картине образования сферической черной дыры. В общем случае сжатия шара с давлением ( $p \neq 0$ ) картина такая же. Когда поверхность сжимающегося шара приближается к сфере Шварцшильда, никакое давление не может предотвратить возникновение черной дыры [подробно эти вопросы см. Зельдович, Новиков (1971\*)]. К нашей теме эти вопросы непосредственно не относятся, и мы здесь на них не останавливаемся.

В результате гравитационного коллапса внутри сферы Шварцшильда возникает сжимающаяся  $T_-$ -область. Это следует из требования непрерыв-

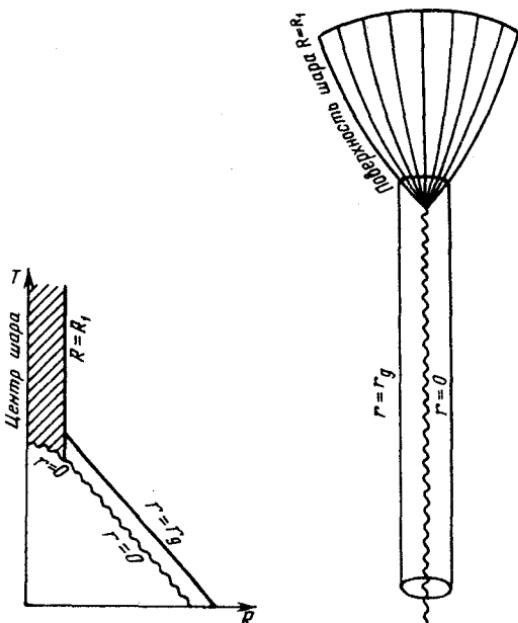


Рис. 8. Расширение шара из-под сферы Шварцшильда в расширяющихся координатах Леметра

Рис. 9. Расширение шара из-под сферы Шварцшильда в координатах Эддингтона – Финкельштейна

ности коэффициента метрики  $g_{22}$  (коэффициента перед угловой пространственной частью) при переходе в фиксированный момент времени со сжимающейся поверхности шара в вакуум \*). На поверхности сжимающегося шара этот коэффициент уменьшается с течением времени при  $r < r_g$ . Значит, вследствие непрерывности он будет уменьшаться со временем и вне шара (при  $r < r_g$ ), т.е. внутри сферы  $r = r_g$  расположена именно сжимающаяся  $T_+$ -область.

При каких условиях возникает расширяющаяся  $T_+$ -область? Обратив направление течения времени на рис. 6 и 7, получим рис. 8 и 9. Они изображают расширение шара из-под сферы Шварцшильда. Из условия непрерывности  $g_{22}$  на границе шара теперь следует, что в вакууме — вне шара, но внутри сферы Шварцшильда с  $r = r_g$  — находится расширяющаяся  $T_+$ -область. Общую ситуацию наглядно иллюстрирует рис. 8. Вспомним, что линия  $r = 0$  пространственноподобна, т.е. существует система отсчета, в которой все события на этой линии одновременны. Таким образом, нельзя сказать, как это кажется на первый взгляд (см. рис. 8 и 9), что сначала была сингулярность  $r = 0$  в вакууме, а потом из нее начало расширяться вещество шара. Эти события не связаны временеподобным интервалом. Правильнее сказать, что природа пространственноподобной сингулярности  $r = 0$  такова, что она порождает расширение в вакууме (расширяющуюся

\* ) Разрывы в  $g_{22}$  ведут к разрывам в пространстве-времени.

$T_+$ -область) правее  $R_1$  и расширяющееся вещество шара левее  $R_1$  (см. рис. 8). Заметим, что в расширяющейся  $T_+$ -области не может попасть никакой сигнал, никакая частица с пространственной бесконечности (вообще из области с  $r > r_g$ ). Такие области пространства-времени называют *белыми дырами* [Новиков (1964\*<sup>b</sup>), Нееман (1965)]. Они не могут возникнуть во Вселенной в результате коллапса какого-либо объекта, но в принципе могли бы существовать в расширяющейся Вселенной с самого начала ее расширения. Подробнее этот круг вопросов рассматривается в § 13.2.

В заключение параграфа еще раз подчеркнем, что с математической точки зрения невозможно продолжать решение за истинную сингулярность пространства-времени  $r = 0$ . Таким образом, ОТО не может дать ответа на вопрос, что будет после сжатия до  $r = 0$  в  $T_-$ -области или что было до начала расширения из  $r = 0$  в  $T_+$ -области (и даже сказать, корректна ли постановка таких вопросов). С физической точки зрения ясно, что вблизи  $r = 0$  существенные квантовые процессы уже для самого пространства-времени (что не описывается ОТО). Мы вернемся к этому в гл. 13.

### § 2.7. Вечные черные и белые дыры

На первый взгляд кажется возможным существование в пустом пространстве вечной черной дыры, т.е. такой черной дыры, которая не возникает в результате сжатия массы (как изображено на рис. 6 и 7), а всегда существует в виде, показанном на рис. 1 и 3. В таком пространстве-времени всегда есть сфера Шварцшильда и нет сжимающегося вещества шара.

Удивительным образом оказывается, что такого образования — "чистой" вечной черной дыры — в принципе быть не может. Дело заключается в следующем. Картина или, как говорят, карта пространства-времени, представленная на рис. 1 (или рис. 3), не охватывает всего пространства-времени. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим частицу, свободно движущуюся по радиусу от сферы Шварцшильда. Ее мировая линия в сжимающейся системе Леметра определяется выражением

$$\begin{aligned} \text{const} = & -\frac{R}{r_g} + \frac{2cT}{r_g} - 4\left(\frac{3}{2}\frac{R - cT}{r_g}\right)^{1/3} + \\ & + 2\ln\left\{\frac{\left[\frac{3}{2}(R - cT)\right]^{1/3} + r_g^{1/3}}{\left[\frac{3}{2}(R - cT)\right]^{1/3} - r_g^{1/3}}\right\} \end{aligned} \quad (2.7.1)$$

и изображена на рис. 10. Продолженная в прошлое, она асимптотически подходит к линии  $r = r_g$ , не пересекая ее. По времени  $T$  системы отсчета Леметра частица существует от  $T = -\infty$ . Однако мы знаем, что по собственному времени частицы путь от  $r_g$  до любого конечного  $r$  занимает конечный промежуток. Таким образом, рис. 10 не охватывает всей прошлой истории рассмотренной частицы от  $\tau = -\infty$  по ее собственным часам. Ведь история одиничной (т.е. не взаимодействующей с другими частицами —