Как показано в работе Оохары (1983), в таком случае квазинормальные моды колебаний черной дыры возбуждаются. Этому способствуют два обстоятельства.

Во-первых, периастр движения таких частиц может лежать ближе к черной дыре, чем в случае рассеяния с $v_\infty = 0$ (см. гл. 2). Он может даже оказаться ближе к ней, чем максимум потенциального барьера. Тогда идущая внутрь волна будет возбуждать колебания на собственных частотах.

Во-вторых, ультрарелятивистская частица излучает гравитационные волны на частотах, существенно бо́льших, чем частота ее движения в периастре [эффект гравитационного синхротронного излучения – см., например, Дорошкевич и др. (1972*), Руффини (1973), Хржановский, Мизнер (1974), Тернов и др. (1975*)]. Волны высокой частоты с $\lambda < r_g$ могут проникать через барьер и возбуждать колебания квазинормальных мод.

В качестве примера на рис. 27 из работы Оохары (1983) показаны возмущения метрики в гравитационной волне для частицы с $(1 - v_\infty^2/c^2)^{-1/2} = 2$ и $\tilde{L} = 6{,}25$. В правой части графика ясно видно "звоновое" излучение от квазинормальных мод, затухающее по экспоненте.

В заключение дадим ссылку на работы Шапиро и Вассермана (1982) и Петрич и др. (1985), в которых рассматривается излучение от протяженных источников, падающих на невращающуюся черную дыру.

§ 3.4. Степенные "хвосты" гравитационного излучения

Рассмотрим теперь асимптотику приближения возмущенного поля черной дыры к невозбужденному состоянию при $t \to \infty$ [Прайс (1972a, b), Торн (1972)].

Эта асимптотика определяется следующими процессами. Пусть к границе черной дыры падает источник возмущений. Это может быть, например, частица, падающая в черную дыру, или "рябь" на поверхности сжимающегося шара при формировании черной дыры.

Для исследования возмущений мы по-прежнему пользуемся техникой, описанной в § 3.2. Наша задача сводится к анализу асимптотики поведения функции Ф при больших временах $t \to \infty$. Источник возмущений приближается к границе черной дыры [к $r_* = -\infty$; см. (3.2.1)] со скоростью, стремящейся к c (см. гл. 2). Это значит, что для наблюдателя, покоящегося в системе отсчета Шварцшильда, все процессы на источнике возмущений должны "застывать" при $t \to \infty$, подобно застыванию их на поверхности коллапсирующей звезды (см. гл. 2). К константе должно стремиться на источнике и поле Ф. Можно показать, что это застывание происходит по закону (для любого l-го мультиполя)

$$\Phi_l = Q_0 + Q_1 \exp\left(\frac{r_* - ct}{2r_g}\right), \tag{3.4.1}$$

где Q_0 и Q_1 – константы. Затухающая часть имеет характерное время изменения порядка r_g/c. Поэтому волны Φ_l этой частоты будут частично отражаться от потенциального барьера и идти вновь к черной дыре (к $r_* = -\infty$), а частично проходить сквозь барьер и уходить на бесконечность ($r_* = \infty$). Постоянная же часть (Q_0) порождает возмущение бесконеч-

ной длины волны, которая полностью отражается барьером и не выходит к внешнему наблюдателю. Следовательно, к нему будут приходить непосредственно от источника возмущения только экспоненциально затухающие волны. Однако затухание всего излучения не будет экспоненциальным, так как оно связано с рассеянием первичных волн на "хвостах" потенциального барьера (т.е. на кривизне пространства). Прежде чем выяснять детально, к чему это ведет, рассмотрим подробнее прохождение волн через потенциальный барьер [Торн (1972)].

Пусть волна идет от дыры наружу (от $r_* = -\infty$ к $r_* = \infty$). Разложим $\Phi_l(t, r_*)$ в интеграл Фурье:

$$\Phi_l(t, r_*) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) R_k^l(r_*) e^{-ikt} dk. \tag{3.4.2}$$

Часть этой волны отражается, а часть проходит сквозь барьер. С помощью уравнений (3.2.2) и (3.1.2) можно показать, что общее решение для такой волны имеет следующий асимптотический вид для R_k^l:

$$R_k^l = e^{ikr_*} + \Gamma_k^{(R)} e^{-ikr_*} \quad \text{при } r_* \to -\infty, \tag{3.4.3}$$

$$R_k^l = T_k^{(R)} e^{ikr_*} \quad \text{при } r_* \to \infty, \tag{3.4.4}$$

где $\Gamma_k^{(R)}$ – коэффициент отражения, $T_k^{(R)}$ – коэффициент прохождения волны, идущей направо, т.е. от $r_* = -\infty$ к $r_* = \infty$ (индекс (R)). Для малых $|k| \ll 1/r_g$ вид коэффициентов следующий:

$$\Gamma_k^{(R)} = -1 + \alpha r_g ik, \tag{3.4.5}$$

$$T_k^{(R)} = \frac{\beta}{(2l-1)!!} (r_g ik)^{l+1}. \tag{3.4.6}$$

Здесь α и β – константы порядка единицы. При $k \to 0$ волны испытывают полное отражение.

Для волн, распространяющихся налево (от $r_* = \infty$ к $r_* = -\infty$, индекс (L)), можно получить аналогичное решение с коэффициентами

$$\Gamma_k^{(L)} = (-1)^{l+1} + \frac{\gamma}{(2l-1)!!} (r_g ik)^{2l+1}, \tag{3.4.7}$$

$$T_k^{(L)} = \delta (r_g ik)^{l+1}; \tag{3.4.8}$$

γ и δ – константы порядка единицы. При $k \to 0$ – снова полное отражение от барьера.

Вернемся теперь к закону затухания волн при $t \to \infty$. Рассмотрим область $r > 1{,}5 r_g$, т.е. вне потенциального барьера. Волны Φ от источника, частично прошедшие через барьер, испытывают рассеяние назад на "хвосте" потенциала при $r_* \ll r_g$. Эти волны доходят до $r_* \approx 0$, вновь отражаются от потенциального барьера и интерферируют с идущими назад волнами. Рассеяние назад и интерференция и определяют закон затухания. Он оказывается следующим:

$$\Phi_l \sim t^{-(2l+2)}. \tag{3.4.9}$$

В область $r_g < r < 1{,}5 r_g$ также проникают волны, рассеянные на "хвосте" потенциала. В результате затухание в этой области определяется той же формулой (3.4.9).

Итак, асимптотика затухания радиационных мультиполей возмущений $l \geqslant 2$ гравитационного поля черной дыры при $t \to \infty$ определяется формулой (3.4.9). Напомним, что возмущение поля с $l = 1$ (соответствующее моменту импульса) не изменяется вообще (это нерадиационная мода). Все остальные мультиполи возмущений (т.е. с $l \geqslant 2$) полностью исчезают при $t \to \infty$.

Таким образом, при коллапсе слегка несимметричного тела без вращения возникает сначала слегка возмущенная черная дыра (со слегка возмущенной границей и возмущенным внешним полем), но эти возмущения все излучаются (частично наружу, частично внутрь черной дыры) и при $t \to \infty$ черная дыра в точности описывается метрикой Шварцшильда.

Этот же вывод справедлив и для полей со спином, отличным от двух. Все радиационные мультиполи таких полей ($l \geqslant s$) также излучаются и асимптотика их затухания определяется той же формулой (3.4.9). Прайс сформулировал этот вывод следующим образом: "Все, что может излучиться, излучается полностью".

Заметим в заключение, что вывод о неизбежности излучения радиационных мод поля с $s = 1$ (электромагнитного) был получен Гинзбургом (1964*), Гинзбургом и Озерным (1964*), а для поля с $s = 2$ (гравитационного) Дорошкевичем и др. (1965*), Новиковым (1969*).

§ 3.5. Сечение рассеяния волн черной дырой

Рассмотрим процесс рассеяния черной дырой приходящих из бесконечности плоских волн [Хандлер, Метцнер (1980)].

Напомним, что процесс рассеяния описывается так называемым дифференциальным сечением рассеяния. Например, в классической задаче рассеяния пучка параллельных лучей в приближении геометрической оптики

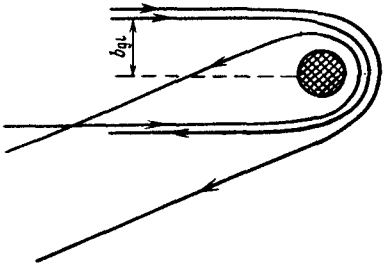

Рис. 28. Траектории лучей с прицельными параметрами, близкими к b_{gl} ("глория"-интерференция)

дифференциальное сечение рассеяния $d\sigma$ определяется следующим образом:

$$d\sigma = b \frac{db}{d\theta} (\sin\theta)^{-1} d\Omega, \tag{3.5.1}$$

где $b = b(\theta)$ – прицельный параметр луча, отклоняющегося в поле рассеивающего центра на угол θ от направления падающего пучка, $d\Omega$ – элемент телесного угла ($d\Omega = 2\pi \sin\theta \, d\theta$).