

В область  $r_g < r < 1,5r_g$  также проникают волны, рассеянные на "хвосте" потенциала. В результате затухание в этой области определяется той же формулой (3.4.9).

Итак, асимптотика затухания радиационных мультиполей возмущений  $l \geq 2$  гравитационного поля черной дыры при  $t \rightarrow \infty$  определяется формулой (3.4.9). Напомним, что возмущение поля с  $l = 1$  (соответствующее моменту импульса) не изменяется вообще (это нерадиационная мода). Все остальные мультиполи возмущений (т.е. с  $l \geq 2$ ) полностью исчезают при  $t \rightarrow \infty$ .

Таким образом, при коллапсе слегка несимметричного тела без вращения возникает сначала слегка возмущенная черная дыра (со слегка возмущенной границей и возмущенным внешним полем), но эти возмущения все излучаются (частично наружу, частично внутрь черной дыры) и при  $t \rightarrow \infty$  черная дыра в точности описывается метрикой Шварцшильда.

Этот же вывод справедлив и для полей со спином, отличным от двух. Все радиационные мультиполи таких полей ( $l \geq s$ ) также излучаются и асимптотика их затухания определяется той же формулой (3.4.9). Прайс сформулировал этот вывод следующим образом: "Все, что может излучаться, излучается полностью".

Заметим в заключение, что вывод о неизбежности излучения радиационных мод поля с  $s = 1$  (электромагнитного) был получен Гинзбургом (1964\*), Гинзбургом и Озерным (1964\*), а для поля с  $s = 2$  (гравитационного) Дорошкевичем и др. (1965\*), Новиковым (1969\*).

### § 3.5. Сечение рассеяния волн черной дырой

Рассмотрим процесс рассеяния черной дырой приходящих из бесконечности плоских волн [Хандлер, Метцнер (1980)].

Напомним, что процесс рассеяния описывается так называемым дифференциальным сечением рассеяния. Например, в классической задаче рассеяния пучка параллельных лучей в приближении геометрической оптики

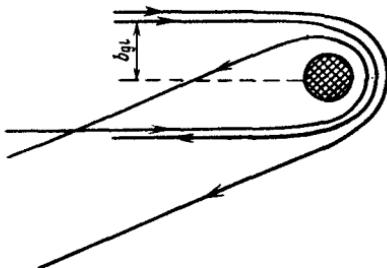


Рис. 28. Траектории лучей с прицельными параметрами, близкими к  $b_{g1}$  ("глория"-интерференция)

дифференциальное сечение рассеяния  $d\sigma$  определяется следующим образом:

$$d\sigma = b \frac{db}{d\theta} (\sin \theta)^{-1} d\Omega, \quad (3.5.1)$$

где  $b = b(\theta)$  – прицельный параметр луча, отклоняющегося в поле рассеивающего центра на угол  $\theta$  от направления падающего пучка,  $d\Omega$  – элемент телесного угла ( $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$ ).

Рис. 29. Дифференциальное сечение рассеяния гравитационного излучения невращающейся черной дырой для различных частот  $\omega$

В случае черной дыры и в пределе геометрической оптики зависимость  $b = b(\theta)$  определяется уравнениями (2.8.6)–(2.8.7); в этом случае вычисление  $d\sigma$  тривиально. Специальный интерес представляет волновая задача, где важен учет интерференции рассеянных волн и поглощения части волн черной дырой. Задача эта решается разложением падающих волн по сферическим гармоникам с последующим анализом рассеяния каждой из них на потенциальном барьере (см. § 3.1) и суммированием результатов.

Следуя упомянутой работе Хандлера, Метцера (1980), прежде всего посмотрим, каких качественных особенностей следует ожидать в поведении дифференциального сечения.

Первая особенность носит очевидный характер и связана с рассеянием вперед ( $\theta \approx 0$ ). Когда волны рассеиваются на малый угол, это соответствует в полуклассическом приближении прохождению волны на большом расстоянии от дыры (большие  $b$  или большие  $l$  в разложении по сферическим гармоникам), и поэтому рассеяние происходит на кулоновском потенциале. Отклонение луча в этом случае  $\theta \sim 1/b$ . Подставляя эту зависимость в (3.5.1), получаем

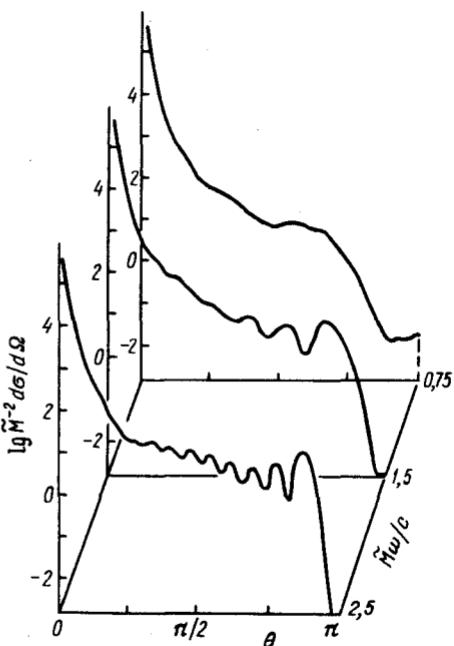
$$d\sigma/d\Omega \approx 1/\theta^4.$$

Другие особенности связаны с существованием в поле Шварцшильда круговой орбиты для безмассовых частиц и с возникновением специфических условий для интерференции волн при рассеянии на углы, близкие к  $\theta = \pi$ . Особенно важен и интересен последний случай – явление рассеяния назад, получившее название "глория" (сияние). Для шварцшильдовской черной дыры это явление проанализировано Метцнером и др. (1985). Суть его состоит в следующем.

На рис. 28 сплошной линией изображен луч, отклоняющийся точно на угол  $\theta = \pi$ . Соответствующий прицельный параметр – прицельный параметр "глории"  $b_{gl}$  – для черной дыры массы  $M$  равен

$$b_{gl} \approx 5.35 \tilde{M}. \quad (3.5.2)$$

Здесь обозначено  $\tilde{M} \equiv GM/c^2$ . Также на этом рисунке изображены лучи с  $b$ , мало отличающимися от  $b_{gl}$ , огибающие черную дыру с противоположных сторон и распространяющиеся после рассеяния параллельно друг



другу в направлении, близком к  $\theta = \pi$ . В этом случае разность хода лучей мала, возникает разность фаз, ведущая к интерференции.

Метцнер и др. (1985) решили задачу "глория"-рассеяния, используя обобщенное ВКБ-приближение. Их результат справедлив при  $\tilde{M}\omega c^{-1} \gg 1$  ( $\omega$  – частота волны) и  $|\theta - \pi| \ll 1$ . Для этих условий имеем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 4\pi^2 \lambda^{-1} b_{gl}^2 \left| \frac{db}{d\theta} \right| J_{2s}^2(2\pi\lambda^{-1} b_{gl} \sin\theta). \quad (3.5.3)$$

Здесь  $\lambda$  – длина волны,  $s$  – ее спин,  $J_{2s}$  – функция Бесселя порядка  $2s$ .

Подставляя в (3.5.3) численные значения  $b_{gl} \approx 5,35 \tilde{M}$ ,  $\left. \frac{db}{d\theta} \right|_{\theta=\pi} \approx -0,15 \tilde{M}$ , получаем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \approx 8,58 \pi \omega \tilde{M}^3 c^{-1} J_{2s}^2(5,35 \omega \tilde{M} c^{-1} \sin\theta). \quad (3.5.4)$$

Если условия  $\tilde{M}\omega c^{-1} \gg 1$  и  $|\theta - \pi| \ll 1$  не выполняются, то сечение рассеяния не выражается в виде простой формулы и находится численным методом. На рис. 29 приведены результаты расчетов Хандлера, Метцнера (1980) для рассеяния гравитационных волн ( $s = 2$ ) с  $\tilde{M}\omega c^{-1} = 0,75; 1,5$  и  $2,5$ . На всех кривых видна особенность  $d\sigma/d\Omega \sim \theta^{-4}$  при рассеянии вперед ( $\theta \approx 0$ ).

Для  $\tilde{M}\omega c^{-1} = 2,5$  уже ясно видна интерференционная картина "глория"-рассеяния назад ( $\theta \approx \pi$ ). Сравнение результатов численного счета с формулой (3.5.4) для  $\tilde{M}\omega c^{-1} = 2,5$  показывает хорошее согласие в положении и ширине ближайшего к  $\theta = \pi$  "глория"-максимума. С увеличением частоты  $\omega$  минимумы кривых при рассеянии точно назад становятся все более глубокими. Это связано с увеличением поглощения волн для малых  $l$  (что соответствует малым  $b$ ) с увеличением частоты. В пределе  $\omega \rightarrow \infty$  рассеяние гравитационных волн (и вообще любых волн с  $s \neq 0$ ) точно назад дает  $d\sigma/d\Omega = 0$ .

Полные сечения поглощения для  $\omega \tilde{M} c^{-1} = 0,75; 1,5$  и  $2,5$  равны соответственно  $72,4 \tilde{M}^2; 83,36 \tilde{M}^2$  и  $83,61 \tilde{M}^2$ . Напомним, что для  $\omega \rightarrow \infty$  сечение поглощения составляет  $27\pi \tilde{M}^2 \approx 84,81 \tilde{M}^2$ .

О зависимости сечения рассеяния волн на шварцшильдовской черной дыре от их частоты см. также Санчес (1976, 1977, 1978a, b).