

согласно предыдущему замечанию, поворачивается по отношению к координатной линии φ , а значит, и к e_r^\wedge (и, следовательно, к перпендикулярному к нему вектору e_θ^\wedge , который не "при克莱ен" к системе отсчета; см. далее).

Итак, если локально невращающийся наблюдатель все время будет ориентировать свой репер вдоль направлений e_r^\wedge , e_φ^\wedge и e_θ^\wedge , то гироскоп будет прецессировать по отношению к этому реперу согласно формуле (4.3.18), несмотря на то, что в системе наблюдателя $A_{ik} = 0$. Репер e_r^\wedge , e_φ^\wedge , e_θ^\wedge – естественный; прецессию гироскопа следует определять по отношению к нему, ибо он определяется симметрией пространства вокруг наблюдателя. Но можно ввести и другой репер, например репер, который также связан с локально невращающимся наблюдателем, но не поворачивается относительно мгновенно сопутствующей лоренцевой системы. В таком репере гироскопы, конечно, не прецессируют.

Заметим, наконец, что если в некоторый момент выбрать одну систему координатных линий, "при克莱енных" к локально невращающимся наблюдателям и направленных строго по r , а другую систему – по φ , то с течением времени координатные линии по φ будут скользить вдоль самих себя в "абсолютном" пространстве, а линии, бывшие им перпендикулярными, будут "наматываться" на черную дыру, превращаясь в спирали, так как станут увлекаться более быстрым движением наблюдателей, ближе расположенных к черной дыре, т.е. эти линии будут поворачиваться по отношению к линиям φ .

§ 4.4. Пространство-время вращающейся черной дыры

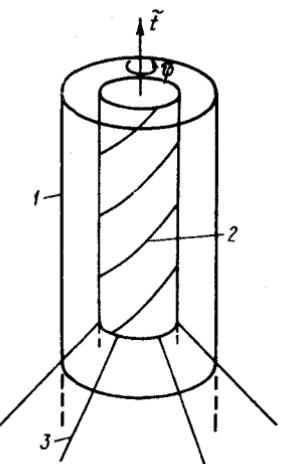
Рассмотрим общие свойства пространства-времени вращающейся черной дыры, описываемого решением (4.2.1).

Введем систему координат, которая не обладает координатными особенностями нигде в пространстве-времени, кроме истинной сингулярности, аналогично тому, как мы это делали в пространстве-времени Шварцшильда*). В шварцшильдовском пространстве-времени в качестве координатных линий можно было использовать мировые линии фотонов, движущихся по радиусу к центру [см. (2.4.12)]. В случае вращающейся черной дыры также можно использовать мировые линии фотонов, движущихся к черной дыре. Однако теперь вблизи черной дыры траектории фотонов будут закручиваться вокруг нее, увлекаемые ее "вихревым" гравитационным полем. Следовательно, при наличии вращения черной дыры, помимо замены координаты [подобно (2.4.11)], надо еще ввести "кручение" по координате φ .

Оказывается, что наиболее простое выражение для метрики получается, если использовать мировые линии фотонов, которые на бесконечности движутся с постоянным θ и имеют проекцию момента импульса на ось вращения черной дыры $L_z = aE\sin^2\theta$ (см. следующий параграф), где E – энергия частицы на бесконечности. Можно показать, что переход к такой

*.) Разумеется, мы не принимаем в расчет тривиальную координатную сингулярность на полюсе сферической системы координат, к которой все давно привыкли и смысл которой очевиден.

Рис. 32. Пространство-время вращающейся черной дыры: 1 – нулевая мировая линия вдоль предела статичности, 2 – “выходящие” фотоны, образующие горизонт, 3 – падающие внутрь фотоны



системе “свободно падающих” фотонов достигается заменой координат:

$$d\tilde{V} = dt + (r^2 + a^2) \frac{dr}{\Delta}, \quad (4.4.1)$$

$$d\tilde{\varphi} = d\varphi + a \frac{dr}{\Delta}.$$

Получающаяся система координат носит название координат Керра (1963):

$$ds^2 = -[1 - \rho^{-2}(2Mr)] d\tilde{V}^2 + 2dr d\tilde{V} + \rho^2 d\theta^2 +$$

$$+ \rho^{-2} [(r^2 + a^2)^2 - \Delta a^2 \sin^2 \theta] \sin^2 \theta d\tilde{\varphi}^2 -$$

$$- 2a \sin^2 \theta d\tilde{\varphi} dr - 4a\rho^{-2} Mr \sin^2 \theta d\tilde{\varphi} d\tilde{V}. \quad (4.4.2)$$

Лучше всего общие свойства геометрии вращающейся черной дыры видны на пространственно-временной диаграмме в координатах Керра (рис. 32). Здесь вместо координаты \tilde{V} используется временная координата \tilde{t} :

$$\tilde{t} = \tilde{V} - r. \quad (4.4.3)$$

Подобные диаграммы в координатах Эддингтона мы уже использовали в гл. 2. Существенное отличие рассматриваемого сейчас случая состоит в том, что метрика Керра не обладает сферической пространственной симметрией, а только осевой.

Поскольку на этих диаграммах одна из вращательных степеней свободы не изображается (поворот вдоль “меридианов” θ), то они дают информацию только для какого-нибудь сечения (например, для экваториальной плоскости $\theta = \pi/2$, как это сделано на рис. 32). На рисунке изображены некоторые мировые линии фотонов, которые существенны для описания свойств геометрии Керра. Прежде всего надо помнить, что рассматриваемые координаты с приближением к горизонту закручиваются все сильнее и сильнее вокруг черной дыры. Мировые линии фотонов, падающих внутрь черной дыры, изображаются прямыми. В координатах Бойера – Линдквиста (жесткая сетка – см. § 4.2, 4.3) они выглядели бы закрученными. Здесь же координатные линии закручиваются точно так же, как и траектории фотонов, поэтому эти траектории по отношению к координатным линиям

выглядят прямыми (собственно, мы так и выбирали координатные линии, чтобы они совпадали с траекториями падающих фотонов). На пределе статичности r_1 [см. (4.3.6), (4.3.7)] мировая линия $r, \theta, \tilde{\varphi} = \text{const}$ является нулевой, световой конус здесь касается этой линии. Ближе предела все фотоны и частицы обязаны участвовать во вращательном движении вокруг черной дыры, двигаясь с $d\tilde{\varphi}/d\tilde{t} > 0$. Но они могут вылететь из-под предела статичности к $r > r_1$.

На горизонте все времениподобные и нулевые мировые линии направлены внутрь черной дыры, за исключением единственной в каждой точке горизонта нулевой линии "выходящего" фотона, которая касается горизонта. Это семейство мировых линий "навивается" на горизонт (см. рис. 32), все время оставаясь на нем. Уравнение этих нулевых геодезических в координатах Керра имеет вид

$$r = r_+, \quad \theta = \text{const}, \quad \varphi = \frac{a \tilde{V}}{r_+^2 + a^2}. \quad (4.4.4)$$

Все другие фотоны и частицы, достигнув горизонта, обязаны продолжать падать внутрь черной дыры.

Поскольку метрика Керра инвариантна относительно преобразования $t \rightarrow -t, \varphi \rightarrow -\varphi$, переводящего входящие световые лучи в выходящие, можно выполнить это преобразование в (4.4.1). Если при этом произвести замену $\tilde{V} \rightarrow -\tilde{U}, \tilde{\varphi} \rightarrow -\tilde{\varphi}_+$, то уравнения $\tilde{U} = \text{const}, \tilde{\varphi}_+ = \text{const}$ описывают семейство выходящих световых лучей, а координата \tilde{U} на бесконечности совпадает с обычной координатой запаздывающего времени. Метрика Керра в этих координатах получается из (4.4.2) преобразованием $\tilde{V} = -\tilde{U}, \tilde{\varphi} = -\tilde{\varphi}_+$.

В отличие от метрики Шварцшильда, мы не будем рассматривать здесь продолжение метрики Керра внутри горизонта*). Причина этого состоит в следующем. В случае коллапса сферического тела, порождающего шварцшильдовскую черную дыру, метрика пространства-времени вне коллапсирующего тела является точно метрикой Шварцшильда как вне, так и внутри черной дыры. При коллапсе невращающегося тела с малыми отклонениями от сферичности метрика вне черной дыры быстро стремится к шварцшильдовской при $t \rightarrow \infty$. В гл. 12 мы увидим, что то же свойство имеет место и внутри шварцшильдовской черной дыры. Таким образом, внутренняя область шварцшильдовской метрики описывает реальную "внутренность" невращающейся черной дыры.

Ничего подобного нельзя сказать о метрике Керра. Во-первых, при сжатии любого вращающегося тела, превращающегося в черную дыру, вне тела метрика не может быть сразу стационарной (а значит, не может быть метрикой Керра), так как в процессе коллапса происходит излучение гравитационных волн. Это справедливо как для области вне горизонта, так и внутри горизонта. В области вне горизонта, как мы увидим в гл. 6, все отклонения от метрики Керра уносятся гравитационными волнами и предельная метрика при $t \rightarrow \infty$ есть решение Керра. Таким образом, для внешнего пространства-времени метрика Керра описывает реальную вращающуюся черную дыру.

*) Структура максимального аналитического продолжения метрики Керра – Ньюмена рассматривается в § 6.5.

Однако для области внутри горизонта — ни сразу после коллапса, ни с течением времени — метрика не стремится к решению Керра. Поэтому оно (внутри горизонта) не описывает внутренность реальной вращающейся черной дыры (подробно о строении черных дыр внутри горизонта будет говориться в гл. 12). Подчеркнем, что все рассмотренные выше свойства пространства-времени черной дыры справедливы только, если $M \geq |a|$. В противном случае в решении исчезает горизонт, и оно уже не описывает черную дыру. Появляются "патологические" особенности [Хокинг, Эллис (1973)], и вряд ли это решение может иметь какое-либо отношение к реальности. С физической точки зрения для образования объекта с $M < |a|$ требовалось бы скатие вращающегося тела, обладающего столь большим угловым моментом, что при размерах $r \approx r_+$ линейная скорость вращения должна была бы превышать скорость света. Везде в дальнейшем (для незаряженной черной дыры) мы считаем $M \geq |a|$.

§ 4.5. Небесная механика вращающейся черной дыры

Рассмотрим движение по геодезическим пробным частицам в поле тяготения вращающейся черной дыры. В общем случае траектории довольно сложны, так как поле не обладает сферической симметрией. Подобное изложение вопроса см. Бардин и др. (1972), Стюарт и Уолкер (1973), Руффини, Уилер (1971), Мизнер, Торн, Уилер (1973), Шапиро, Тюкольский (1983), Дымникова (1986*). Важные аспекты гравитационного захвата частиц вращающейся черной дырой рассмотрены в работах Дымниковой (1982), Бичака, Стачника (1976). В приведенных работах можно найти ссылки на многочисленные оригинальные статьи.

Движение пробных частиц мы рассматриваем по отношению к "абсолютному" пространству, введенному нами в § 4.2, т.е. по отношению к жесткой решетке хронометрической системы отсчета, описываемой координатами Боейра — Линдквиста (см. § 4.3).

Первые интегралы движения записываются в виде

$$\rho^2 \frac{dr}{d\lambda} = \{ [E(r^2 + a^2) - L_z a]^2 - \Delta [m^2 r^2 + (L_z - aE)^2 + Q^*] \}^{1/2}, \quad (4.5.1)$$

$$\rho^2 \frac{d\theta}{d\lambda} = \left\{ Q^* - \cos^2 \theta \left[a^2(m^2 - E^2) + \frac{L_z^2}{\sin^2 \theta} \right] \right\}^{1/2}, \quad (4.5.2)$$

$$\rho^2 \frac{d\varphi}{d\lambda} = - \left(aE - \frac{L_z}{\sin^2 \theta} \right) + \frac{a}{\Delta} [E(r^2 + a^2) - L_z a], \quad (4.5.3)$$

$$\rho^2 \frac{dt}{d\lambda} = - a(aE \sin^2 \theta - L_z) + \frac{r^2 + a^2}{\Delta} [E(r^2 + a^2) - L_z a]. \quad (4.5.4)$$

Здесь m — масса покоя пробной частицы, $\lambda = \tau/m$, где τ — собственное время частицы, E — постоянная энергия пробной частицы, L_z — постоянная проекция момента импульса частицы на ось вращения черной дыры, Q^* —