§ 4.8. Заряженная вращающаяся черная дыра

Согласно замечанию, приведенному на с. 52, электрическим зарядом черной дыры можно обычно пренебречь в любой реально мыслимой ситуации. Отношение заряда Q к массе M черной дыры обычно не может быть больше 10^{-18} [Уолд (1984)]. Действительно, поскольку отношение заряда к массе электрона и протона есть соответственно $(q/m)_e = 10^{21}$, $(q/m)_p = 10^{18}$, а отношение гравитационной силы к электростатической для взаимодействия этих частиц с черной дырой заряда Q и массы M есть по порядку величины qQ/mM, то отношение Q/M не может быть больше $(q/m)^{-1}$. В противном случае заряды того же знака отталкивались бы от дыры, а заряды противоположного знака, падая, нейтрализовали бы заряд дыры.

Однако с теоретической точки зрения было бы интересно рассмотреть – хотя бы кратко – общий случай вращающейся заряженной черной дыры.

Метрика пространства-времени в этом случае записывается в виде (4.2.1), только выражение для Δ теперь зависит от заряда Q (геометрия Керра – Ньюмена):

$$\Delta = r^2 - 2Mr + a^2 + Q^2. \tag{4.8.1}$$

Помимо гравитационного поля, черную дыру теперь окружает стационарное электромагнитное поле, которое полностью определяется зарядом Q и параметром a. Вектор-потенциал этого поля в координатах (4.2.1), (4.8.1) записывается в виде

$$A_\alpha dx^\alpha = -\frac{Qr}{\rho^2}(dt - a\sin^2\theta\, d\varphi). \tag{4.8.2}$$

Если $a = 0$, вращение отсутствует и метрика представляет собой сферически-симметричную заряженную черную дыру со сферически-симметричным электрическим полем [решение Рейсснера (1916) – Нордстрема (1918)].

При наличии вращения ($a \neq 0$), помимо электрического поля, имеется еще магнитное поле, обусловленное увлечением инерциальной системы отсчета во вращательное движение вокруг черной дыры.

На больших расстояниях от черной дыры в "жесткой" системе отсчета (хронометрической; см. § 4.3), переходящей на бесконечности в лоренцеву, наибольшие компоненты электромагнитного поля соответствуют монопольному электрическому полю с зарядом Q и дипольному магнитному полю с магнитным моментом $\mu^* = Qa$. Остальные моменты поля также однозначно выражаются через Q и a [подробнее см. Коэн, Уолд (1971), Ханни, Руффини (1973)]. При наличии заряда горизонт в решении Керра – Ньюмена имеется при выполнении условия $M^2 > Q^2 + a^2$, т.е. только при этом условии решение описывает черную дыру и только такие решения мы рассматриваем (ср. обсуждение в § 4.4).

Движение заряженной пробной частицы в метрике Керра – Ньюмена может быть записано в виде, аналогичном (4.5.1) – (4.5.4). Обозначим через E сохраняющуюся энергию частицы с зарядом q и массой покоя m:

$$E = -(p_t + qA_t), \tag{4.8.3}$$

где p_α — 4-импульс частицы; сохраняющаяся проекция момента импульса частицы на ось черной дыры

$$L_z = p_\varphi + q\mathcal{A}_\varphi .$$

Уравнения движения записываются в виде

$$\rho^2 \frac{dr}{d\lambda} = \{[E(r^2+a^2) - L_z a - qQr]^2 - \Delta[m^2 r^2 + (L_z - aE)^2 + Q^*]\}^{1/2} . \tag{4.8.4}$$

$$\rho^2 \frac{d\theta}{d\lambda} = \left\{ Q^* - \cos^2\theta \left[a^2(m^2 - E^2) + \frac{L_z^2}{\sin^2\theta} \right] \right\}^{1/2} , \tag{4.8.5}$$

$$\rho^2 \frac{d\varphi}{d\lambda} = -\left(aE - \frac{L_z}{\sin^2\theta} \right) + \frac{a}{\Delta} [E(r^2+a^2) - L_z a - qQr], \tag{4.8.6}$$

$$\rho^2 \frac{dt}{d\lambda} = -a(aE\sin^2\theta - L_z) + (r^2+a^2)\Delta^{-1}[E(r^2+a^2) - L_z a - qQr] \tag{4.8.7}$$

[выражение для Q^* см. (4.5.5)].

Следует подчеркнуть, что в таком общем виде уравнения описывают не только явления, специфичные для черной дыры (в основном разобранные в предыдущих параграфах), но и комбинацию их с обычными эффектами движения пробной частицы в электромагнитном поле.

Физические поля в пространстве-времени Керра — Ньюмена обладают многими свойствами рассмотренных выше полей Шварцшильда и вращающейся черной дыры. Помимо этого, в поле заряженной вращающейся черной дыры появляется качественно новое явление — взаимопревращение электромагнитных и гравитационных волн. Мы остановимся на нем в гл. 8.

Распространение волн в метрике Рейсснера — Нордстрема и доказательство ее устойчивости вне горизонта событий рассмотрены в работах Бичака (1972, 1979), Сибгатуллина, Алексеева (1974*), Монкрифа (1974с, 1975), Зерилли (1974), Чандрасекара, Ксантопулоса (1979), Сибгатуллина (1984*). Полная математическая трактовка этой проблемы для вращающейся заряженной черной дыры изложена в уже упоминавшейся книге Чандрасекара (1983). О неустойчивости метрики Рейсснера — Нордстрема внутри горизонта событий см. § § 12.2, 12.3.