

нерешенных задач физики черных дыр [см. обзор Израэля (1984), ссылки в нем, а также Кадерни, Кальвани (1979), Кальвани (1980), Гласс, Харпаз (1981), Янг (1979), Лэйк (1979), Израэль (1985)].

Что касается слабого энергетического условия, то необходимо подчеркнуть следующее: хотя при рассмотрении взаимодействий черной дыры с веществом и полями в рамках классической теории это условие, по-видимому, выполняется, учет квантовых эффектов может привести (и действительно приводит) к его нарушению^{*}). Поэтому теорема Хокинга о возрастании площади поверхности черной дыры непосредственно применима лишь к процессам, при описании которых квантовыми эффектами можно пренебречь.

§ 5.5. Ловушечные поверхности, горизонты видимости, R - и T -области

Границей черной дыры является горизонт событий H^+ . На первый взгляд определение черной дыры, как области внутри горизонта событий, вполне естественно. Однако, если рассмотреть процессы, которые могут происходить при возникновении черной дыры или в течение ее последующей эволюции, то станет ясным, что это определение в действительности описывает несколько не то, что вначале предполагалось.

В самом деле, представим себе, что в сферическую черную дыру массы M спустя некоторое время после ее образования падает сферическая оболочка массы ΔM (рис. 56). Казалось бы, до падения массы границей черной дыры был гравитационный радиус $r_{g,1} = 2M$, а после падения граница расширится и будет $r_{g,2} = 2(M + \Delta M)$. В действительности утверждение, что до падения ΔM границей черной дыры была поверхность $r_{g,1}$, неправильно. Ведь после падения ΔM внутрь сферы радиуса $r_{g,1}$ нулевые геодезические, шедшие вдоль $r_{g,1}$, под действием возросшего тяготения станут сходиться и уйдут в сингулярность (см. рис. 56). Эти геодезические не являются границей области, откуда лучи не уходят в бесконечность. Область эта шире, ее границей являются лучи A , показанные на рисунке. До падения массы ΔM они шли снаружи от $r_{g,1}$ и, удаляясь, несколько расходились. Если бы ΔM не упала, они бы ушли на бесконечность U^+ . Но падение ΔM устраниет их необходимость, заставляя идти вдоль $r_{g,2}$.

Таким образом, граница черной дыры H^+ определяется не только какими-то особенностями пространства-времени в данный момент (скажем, сильное поле в какой-то области), но и всей будущей историей (упадет ли масса ΔM или не упадет и т.д.). Задача нахождения горизонта событий H^+ является задачей с конечными, а не с начальными условиями.

Еще более разительна следующая ситуация. Вспомним процесс возникновения сферической черной дыры (рис. 57). Мы знаем, что H^+ (и, стало быть, черная дыра) возникает в момент τ_0 , до того как звезда сожмется до гравитационного радиуса (до τ_1). Но представим себе, что в момент между τ_0 и τ_1 звезда взорвется и ее вещество разлетится в бесконечность,

*) Впервые на возможность нарушения теоремы Хокинга при квантовом рождении частиц в поле черной дыры обратил внимание Марков (1974).

Рис. 56. Нестатическая сферически-симметрическая черная дыра

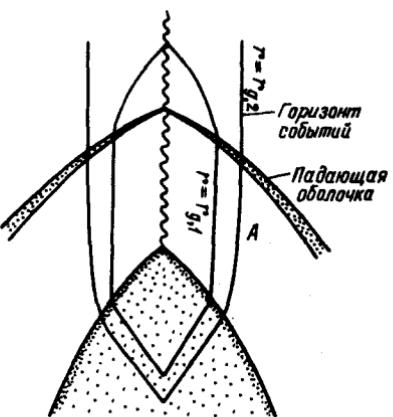
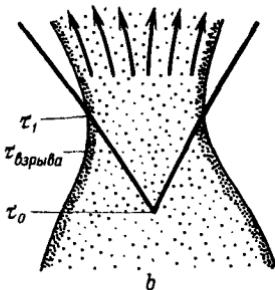
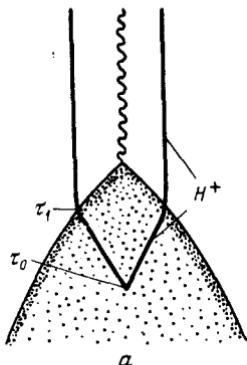


Рис. 57. Положение горизонта событий в данный момент времени зависит от всей последующей эволюции системы. При сферическом коллапсе, приводящем к образованию черной дыры (a), горизонт событий образуется в момент времени τ_0 . Взрыв колapsирующей звезды, происходящий после τ_0 , может привести к тому, что горизонт событий не образуется вовсе (b)



т.е. черная дыра вообще не образуется (рис. 57б)!^{*)}). Конечно, говорить, что черная дыра существовала в период от τ_1 до взрыва, было бы неверно, ибо горизонта H^+ в этом примере вообще не существует.

Итак, граница H^+ ограничивает не столько область с особым сильным полем тяготения (хотя, конечно, сильное поле необходимо, иначе H^+ не возникнет), сколько область, обладающую свойствами, особыми глобально, а именно — из этой области лучи не уходят в бесконечность. Именно это свойство — невидимость из бесконечности, невозможность выбраться из нее частицам и лучам света — и служит основанием назвать эту область черной дырой. Кроме того, горизонт событий образован нулевыми геодезическими, для них можно сформулировать ряд сильных теорем (часть из них приведена выше) — это еще одна причина для выбора H^+ в качестве определения границы черной дыры.

Но возникает вопрос: существуют ли внутри черной дыры какие-либо свойства пространства-времени, которые в данный момент времени (т.е. на данном пространственном сечении) качественно отличались бы от свойств

^{*)} Заметим, что взрыв, после того как звезда скжаслась до r_g (после τ_1), не может заставить вещества разлететься в бесконечность. Из-под $r = r_g$ ничто не может выйти наружу.

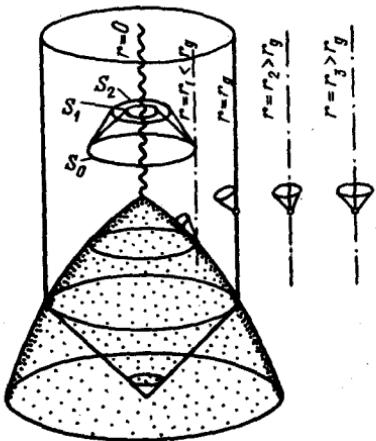


Рис. 58. Положение локальных световых конусов снаружи и внутри черной дыры. Поверхности внутреннего (S_1) и внешнего (S_2) фронтов излучения, испущенного нормально к двумерной поверхности S_0 внутри черной дыры, имеют площади, меньшие, чем площадь S_0 .

Рис. 59. Пример некомпактной двумерной поверхности в пространстве Минковского, для которой оба ортогонально выходящих семейства световых лучей являются сходящимися. Такая поверхность S является ловушечной

области вне черной дыры и тем самым позволяли сказать, что черная дыра существует в данный момент – без обращения к изучению всей бесконечной будущей истории мира? Мы сейчас увидим, что такие особые свойства, вообще говоря, существуют.

Как уже отмечалось при описании сферического коллапса, о попадании коллапсирующего тела внутрь черной дыры можно судить по результатам следующего мысленного эксперимента. Пусть поверхность коллапсирующего тела в определенный момент вспыхивает. Если тело прозрачно, то через малый промежуток времени снаружи и внутри него имеются две поверхности, отвечающие положению фронта внешней и внутренней световой волны. Для ситуации внутри черной дыры характерно то, что площадь поверхности как внутреннего, так и внешнего фронта убывает со временем, а световые лучи, им ортогональные, сближаются. Поле тяготения внутри черной дыры настолько сильно, что заставляет даже лучи, вышедшие наружу от коллапсирующего тела, падать к центру (положение световых конусов внутри черной дыры показано на рис. 58).

В общем случае подобные замкнутые ориентируемые гладкие двумерные пространственноподобные поверхности, для которых оба семейства ортогональных к ним световых геодезических сходятся ($\rho > 0$), называют *ловушечными поверхностями*. Наличие ловушечной поверхности свидетельствует о том, что гравитационное поле в области, где проходит поверхность, очень сильное. В асимптотически плоских пространствах (с асимптотически предсказуемым будущим) *) ловушечную поверхность нельзя увидеть с

*) При доказательстве строгих результатов о свойствах черных дыр обычно приходится делать те или иные предположения о глобальных свойствах пространства-времени.

\mathcal{J}^+ , если только не нарушается слабое энергетическое условие [Хокинг, Эллис (1973)]. Иными словами, ловушечные поверхности лежат внутри черных дыр, и их существование свидетельствует о возникновении черной дыры.

Таким образом, наличие ловушечной поверхности есть условие, достаточное для существования черной дыры в данный момент времени. Мы увидим далее, что это условие не является необходимым. Следует отметить, что в определении ловушечной поверхности весьма существенно требование ее замкнутости. Такая поверхность, окружающая центр тяготения, сжимается под его действием, образно говоря, столь стремительно, что это приводит к указанной особенности (сходимости) даже для лучей света, выходящих наружу от нее. Если же не требовать замкнутости, то остальные свойства ловушечной поверхности можно реализовать даже без всякого тяготения в плоском мире Минковского. Так, пересечение двух световых конусов прошлого для точек p_1 и p_2 в пространстве-времени Минковского (рис. 59) дает двумерную пространственноподобную поверхность S с требуемыми свойствами, которая, однако, не является замкнутой.

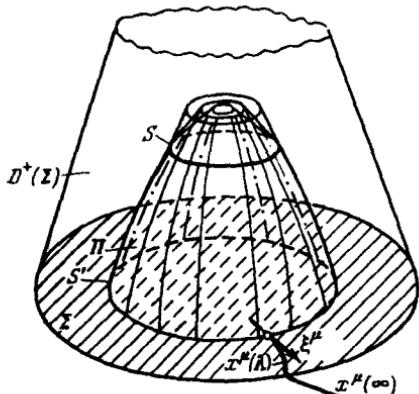
Для решения многих вопросов, связанных с распространением сигналов в поле черных дыр, оказывается достаточным проследить за поведением выходящего излучения. Поэтому оказывается удобным следующее определение: *внешней ловушечной поверхностью* называют компактную ориентируемую пространственноподобную поверхность, обладающую тем свойством, что расходимость выходящих ортогонально к ней световых геодезических неотрицательна ($\rho \geq 0$). Это определение подразумевает, что имеется возможность инвариантным образом определить, какое из двух семейств ортогональных поверхностей S световых лучей является выходящим.

Пусть рассматриваемая ловушечная поверхность S возникает в результате эволюции системы, начальные данные для которой заданы на поверхности Коши Σ (рис. 60). Предположим для простоты, что Σ имеет топологию R^3 . Рассмотрим произвольную конгруэнцию гладких времениподобных линий (существование таких конгруэнций можно гарантировать по крайней мере в области Коши будущего $D^+(\Sigma)$ поверхности Σ^*) [Хокинг, Эллис

ни, которые являются разумными с точки зрения физики и играют важную "техническую" роль при доказательстве теорем, позволяя не рассматривать различные "патологические" возможности. Такого рода предположения обычно подробно перечисляются при обсуждении соответствующих теорем [см. Хокинг, Эллис (1973)]. Мы старались по возможности ограничить использование многочисленных терминов, применяемых для обозначения этих свойств. Отметим здесь лишь, что частичная поверхность Коши — это такая пространственноподобная поверхность, которую каждая причинная кривая пересекает не более одного раза. *Пространством с асимптотически сильно предсказуемым будущим* называют пространство, в котором имеется такая частичная поверхность Коши, что задание на ней начальных данных позволяет делать предсказания не только о "внешности" черной дыры, но и о некоторой окрестности горизонта событий. Мы используем также понятие *регулярно предсказуемого пространства*. Таким называют пространство, если его будущее асимптотически сильно предсказуемо, а соответствующая частичная поверхность Коши Σ обладает свойствами: 1) пересечение Σ с $J^-(\mathcal{J}^+)$ содержитя в $J^+(\mathcal{J}^-)$ и гомеоморфно R^3 с вырезанным из него открытым множеством с компактным замыканием и 2) поверхность Σ односвязна.

* Область $D^+(\Sigma)$ Коши будущего множества Σ определяется как множество всех таких точек p , для которых каждая непротиворечивая в прошлое причинная кривая, проходящая через p , пересекает Σ .

Рис. 60. Иллюстрация к определению внешней ловушечной поверхности



(1973)]. Отдельные кривые конгруэнции можно рассматривать как мировые линии локальных наблюдателей. Если проследить в прошлое за линиями конгруэнции, проходящими через поверхность S , то точки пересечений этих линий с поверхностью Коши Σ , определяют на ней замкнутую ориентируемую поверхность S' . Для этой поверхности уже не представляет труда определить направление наружу. Например, можно рассмотреть любую гладкую кривую $x^\mu(\lambda)$, начинающуюся на S' ($x^\mu(0) \in S'$) и выходящую на пространственную бесконечность. Тогда вектор $\xi^\mu = dx^\mu/d\lambda$ при $\lambda = 0$ определяет направление наружу в точке $x^\mu(0)$. Поскольку поверхность Π , образованная линиями конгруэнции, проходящими через S , является ориентируемой, то задание в одной ее точке внешнего направления ξ^μ определяет внешнее направление в каждой из ее точек и, в частности, для точек исходной поверхности S . Подобное определение является инвариантным, и его можно обобщить на случай асимптотически предсказываемых пространств [Хокинг, Эллис (1973)].

Будем говорить, что точка p лежит в ловушечной области (сокращенно T_- -области), если существует внешняя ловушечная поверхность, проходящая через эту точку. В важном частном случае сферически-симметричных пространств точка p принадлежит ловушечной области, если выполнено условие $(\nabla r \cdot \nabla r)_p \leq 0$.

На рис. 61а показано расположение T_- -области для простейшего случая коллапса сферического облака пыли без какого-либо последующего падения вещества в черную дыру. Ввиду важности этого понятия то же пространство-время еще раз изображено на рис. 61б в координатах Леметра. Внутри пылевого шара метрику можно записать в виде

$$ds^2 = -d\tau^2 + \left[\frac{3}{2} (r_g - \tau) \right]^{4/3} r_g^{-4/3} (dR^2 + R^2 d\omega^2); \quad (5.5.1)$$

при этом границе шара соответствует $R = r_g$. Вне шара, в пустоте, метрика выглядит следующим образом:

$$ds^2 = -d\tau^2 + \frac{dR^2}{\left(\frac{3}{2} \frac{R - \tau}{r_g} \right)^{2/3}} + \left[\frac{3}{2} (R - \tau) \right]^{4/3} r_g^{2/3} d\omega^2. \quad (5.5.2)$$

Граница T_- -области в веществе описывается уравнением

$$\tau + \frac{2}{3} r_g \left(\frac{R}{r_g} \right)^3 = r_g. \quad (5.5.3)$$

Эта граница пространственноподобна. Вне вещества, в вакууме, граница T_- -области есть r_g :

$$\frac{3}{2} (R - \tau) = r_g. \quad (5.5.4)$$

Эта граница светоподобна.

Внешнюю часть $\partial T_i(\tau)$ связной компоненты $T_i(\tau)$ пересечения ловушечной области с пространственноподобной поверхностью $\tau(x) = \text{const}$ называют *горизонтом видимости*. Горизонт видимости $\partial T_i(\tau)$ является двумерной поверхностью, для которой выходящие ортогональные световые геодезические имеют нулевую расходимость ($\rho = 0$). При выполнении слабого энергетического условия горизонт видимости совпадает с горизонтом событий или лежит внутри него (рис. 62). В стационарных черных дырах горизонт видимости совпадает с горизонтом событий (это, в част-

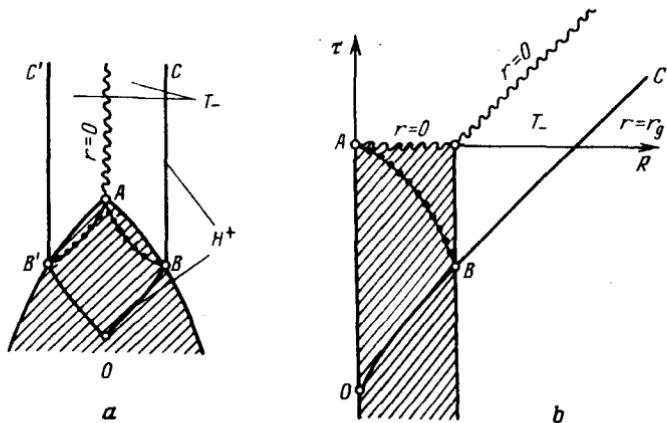


Рис. 61. *a* Расположение T_- -области для случая коллапса сферического облака пыли; *b* это же пространство-время в координатах Леметра

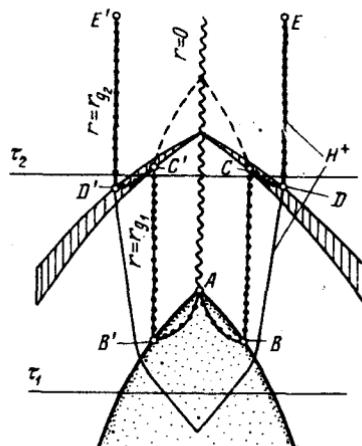


Рис. 62. Акcretionия вещества на сферическую черную дыру

ности, имеет место для стационарной сферически-симметричной черной дыры; см. рис. 61).

В общем случае лучи, выходящие ортогонально горизонту видимости $\partial T(\tau)$, обладают нулевой расходностью. В силу уравнения (5.3.22) условие $\rho = 0$ сохраняется вдоль этих лучей до тех пор, пока они не пересекают область, где $\Phi > 0$ или $\sigma \neq 0$. В этой области ρ становится положительным и, следовательно, световые лучи покидают горизонт видимости, уходя в ловушечную область. Иными словами, внешняя граница T_- -области является световой поверхностью в области, где $\sigma = 0$, $\Phi = 0$, и становится пространственно-подобной поверхностью в области, где $\sigma \neq 0$ и (или) $\Phi > 0$ (см. рис. 61). При выполнении слабого энергетического условия вне горизонта видимости всегда имеется горизонт событий. Подчеркнем, однако, что внутри горизонта событий может, вообще говоря, и не быть внешних ловушечных поверхностей. С другой стороны, внутри одной черной дыры может находиться несколько связных компонент ловушечной области. Сказанное проиллюстрировано на рис. 62, где изображена сферически-симметричная черная дыра, которая некоторое время нестационарна из-за падения в нее вещества. Внутри границы $ABCDE$ (соответственно $AB'C'D'E'$), обозначенной точечным пунктиром, лежит T_- -область. Внешняя граница каждой связной компоненты T_- -области в сечении $\tau = \text{const}$ является горизонтом видимости. В сечении $\tau = \tau_1 = \text{const}$ внутри черной дыры (внутри H^+) нет T_- -области (нет ловушечных поверхностей). Тем самым доказывается, что наличие ловушечных поверхностей внутри черной дыры в сечении $\tau = \text{const}$ не есть необходимое условие существования горизонта событий. В сечении $\tau = \tau_2 = \text{const}$ имеются две связные области T_- ; при этом внутренний горизонт видимости есть $r = r_{g_1}$, а внешний — $r = r_{g_2}$. Подобная ситуация с образованием нескольких связных компонент T_- -областей может возникнуть, например, при слиянии двух черных дыр.

В дальнейшем окажется полезным также следующее определение: замкнутая ориентируемая гладкая двумерная пространственно-подобная поверхность называется *антителовушечной* (T_+ -область), если оба семейства ортогональных к ней световых геодезических расходятся ($\rho < 0$). Появление T_+ -областей характерно для случаев, когда имеются белые дыры (см. гл. 13). Область пространства-времени, лежащую вне T_+ - и T_- -областей, будем называть R -областью.

§ 5.6. Теоремы о сингулярности внутри черных дыр

При анализе сферического коллапса было отмечено, что по крайней мере в рамках общей теории относительности он неизбежно приводит к возникновению сингулярности. В процессе коллапса растут инварианты, характеризующие кривизну пространства-времени, и через конечное время по часам на коллапсирующем теле в его центре кривизна неограниченно вырастает. Это происходит, когда граница T_- -области пересекает линию $r = 0$. Дальнейшее продолжение мировых линий частиц и лучей света, "достигших" образовавшейся сингулярности, оказывается невозможным, и поэтому неполнота пространства, связанная с обрыванием световых лучей и мировых линий на сингулярности при конечном значении аффинного параметра, является принципиально неустранимой.