

## § 6.5. Аналитическое продолжение метрики Керра – Ньюемена внутри горизонта событий

Стационарная метрика вращающейся незаряженной черной дыры вне горизонта событий рассмотрена нами в § 4.4. Там мы изложили причины, по которым метрика Керра, продолженная внутри горизонта событий, не может описывать пространство-время внутри черной дыры. Те же самые соображения применимы, конечно, и к общему случаю заряженной вращающейся черной дыры, описываемой метрикой Керра – Ньюемена (см. § 4.8)\*).

В этом параграфе мы тем не менее рассмотрим формальное продолжение метрики Керра – Ньюемена внутри горизонта событий. Причины этого заключаются в следующем.

Во-первых, сама структура этого продолжения оказалась совершенно необычной. Ее изучение показало, насколько топологически сложным может быть полное пространство-время в общей теории относительности. На основе подобного полного решения были высказаны гипотезы о возможности путешествия из одного пространства в другое при наличии образований, подобных описываемому полным решением Керра – Ньюемена. Правда, после доказательства неустойчивости данного решения внутри горизонта событий вероятность какой-либо достоверности таких гипотез стала весьма проблематичной.

Во-вторых, для доказательства неустойчивости решения Керра – Ньюемена внутри черной дыры необходимо привести само решение, а затем и доказательство неустойчивости.

Свойства решения внутри горизонта событий рассматриваются ниже в этом параграфе, доказательство неустойчивости дается в гл. 12.

Полное пространство-время метрики Керра – Ньюемена исследуется в принципе так же, как и в метрике Шварцшильда. Дополнительная трудность здесь связана с отсутствием сферической симметрии. Мы считаем, что  $M^2 > Q^2 + a^2$ , ибо только в этом случае решение описывает черную дыру. Прежде всего напомним (см. §§ 4.3, 4.4 и 4.8), что горизонт событий в координатах (4.2.1), (4.8.1) находится при  $r = r_+ = M + (M^2 - a^2 - Q^2)^{1/2}$ . Метрика (4.2.1) имеет здесь сингулярность, однако сингулярность эта – координатная, что выясняется переходом к координатам Керра (4.4.2); в случае заряженной черной дыры в выражение для  $\Delta$  входит  $Q^2$  [см. (4.8.1)]. Все инварианты кривизны при  $r = r_+$  конечны, и пространство-время не имеет особенностей.

При исследовании метрики внутри черной дыры ( $r < r_+$ ) мы должны помнить, что координаты  $t, r, \theta, \varphi$  вовсе не обязаны иметь простой смысл временной и сферических пространственных координат, какой они имели на бесконечности во внешнем пространстве. С подобным обстоятельством мы уже сталкивались при исследовании метрики Шварцшильда (см. § 2.4), где, например, переменная  $r$  при  $r < r_g$  становилась временной координатой. В метрике Керра – Ньюемена физический смысл координат еще более

\*). Хотя в данном параграфе мы полагаем, что у черной дыры отсутствует магнитный заряд, все изложенные в нем результаты легко распространяются на случай, когда этот заряд отличен от нуля.

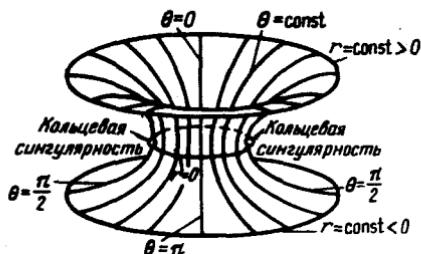


Рис. 66. Качественная структура сечения  $t = \text{const}$ ,  $\varphi = \text{const}$  вблизи  $r = 0$

Рис. 67. Диаграмма Пенроуза для полного пространства-времени Керра — Ньюмена

сложен. Координатная сетка — это линии, "начерченные" в искривленном четырехмерном многообразии, и их физический смысл в каждом месте может быть выяснен рассмотрением их ориентации относительно светового конуса.

При  $r < r_+$  метрика (4.2.1), (4.8.1) имеет сингулярности при

$$r_- \equiv M - (M^2 - a^2 - Q^2)^{1/2} \quad (6.5.1)$$

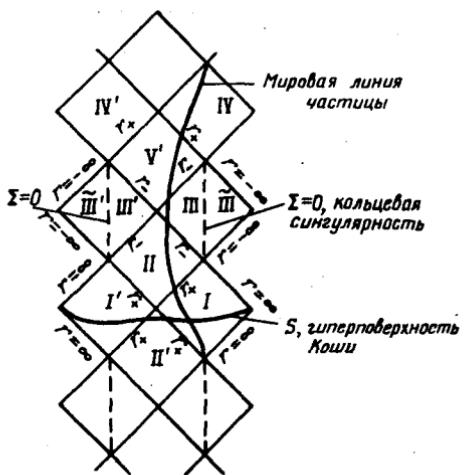
и при

$$\rho^2 \equiv r^2 + a^2 \cos^2 \theta = 0, \text{ т.е. } r = 0, \theta = \pi/2. \quad (6.5.2)$$

Сингулярность (6.5.1) — координатная, подобно  $r = r_+$ . Сингулярность (6.5.2) — истинная сингулярность пространства-времени. Качественная структура пространственно-временного сечения  $t = \text{const}$ ,  $\varphi = \text{const}$  вблизи  $r = 0$  показана на рис. 66.

Истинная сингулярность в сечении  $t = \text{const}$  является "кольцом"  $r = 0$ ,  $\theta = \pi/2$ , лежащим в экваториальной плоскости. Здесь кривизна пространства-времени бесконечна. Если идти (в математическом смысле) вдоль линии  $\theta = \text{const} \neq \pi/2$ , то никакой сингулярности на пути не встречается; при  $r = 0$  пространство-время регулярно, и можно продолжать идти в область  $r < 0$ . Пространство-время продолжается вплоть до  $r = -\infty$ . Однако не надо думать, что сечение, изображенное на рис. 66, пространственноподобное. Как видно из (4.2.1), при достаточно малых по модулю отрицательных  $r$  и при  $\theta$ , близких к  $\pi/2$ , коэффициент при  $d\varphi^2$  становится отрицательным, а значит,  $\varphi$  становится временеподобной координатой. Но  $\varphi$  — циклическая переменная с периодом  $2\pi^*$ ). Это означает, что при указанных условиях се-

\*). Чтобы метрика (4.2.1) на бесконечности  $r \rightarrow \infty$  была асимптотически плоской, переменная  $\varphi$  должна меняться от 0 до  $2\pi$ , а  $\theta$  — от 0 до  $\pi$ .



чение содержит замкнутые линии времени (расположенные вдоль сингулярного кольца и вблизи него).

Полная структура аналитического продолжения пространства-времени Керра — Ньюмена изображена в виде конформной диаграммы на рис. 67\*). Подобная диаграмма для пространства-времени Шварцшильда содержит четыре различные области (см. рис. 50c) : белую дыру, две внешние области, асимптотически плоские на бесконечности, и черную дыру. Диаграмма для решения Керра — Ньюмена содержит бесконечное число областей. Области I и I' соответствуют таким же внешним областям для шварцшильдовской черной дыры. Область II' соответствует белой дыре, область II — черной. Однако области эти не ограничены пространственно-подобными истинными сингулярностями, как в случае решения Шварцшильда. Область II через две разные границы  $r = r_-$  соединяется с областями III и III'. В каждой из этих областей есть по кольцевой сингулярности, рассмотренной выше, и в каждой из этих областей можно, минуя сингулярность, пройти в область  $r < 0$  (области III и III') к  $r \rightarrow -\infty$ . При  $r \rightarrow -\infty$  пространства III и III' становятся асимптотически плоскими. В этих пространствах кольцевые сингулярности  $\rho^2 = 0$  проявляют себя как "голые сингулярности" отрицательной массы.

Области III и III' через границы  $r_-$  соединяются с областью V', являющейся белой дырой, полностью тождественной по своим свойствам области II'. В свою очередь область V' через границы  $r_+$  соединяется с областями IV и IV', полностью тождественными по своим свойствам I и I', и т.д. (до бесконечности).

Времениподобная линия частицы, попавшей из внешней области I в черную дыру (область II), будет продолжаться до пересечения с одной из границ  $r = r_-$ . В области II возможны движения только к все меньшим  $r$ . После пересечения  $r = r_-$  частица попадает в область III' или III\*\*). Здесь возможны движения как с уменьшающимися  $r$  (вплоть до  $r \rightarrow -\infty$ ), так и с увеличивающимися. В последнем случае частица пересекает границу  $r = r_-$ , попадает в область V', где возможны движения только с увеличивающимися  $r$ , и пересекает одну из границ  $r = r_+$ , появляясь в областях IV' и IV. Так, частица, мировая линия которой изображена на рис. 67, может из "нашего" внешнего пространства I попасть в другое точно такое же пространство IV.

Заметим, что топологическая структура, изображенная на рис. 67, сохраняется у заряженной черной дыры ( $Q \neq 0$ ) и в случае отсутствия вращения ( $a = 0$ ) (при  $Q^2 < M^2$ ). Только в этом случае сингулярность  $\rho^2 = 0$  превращается из кольцевой (в сечении  $t = 0$ ) в точечную. Миновать ее и пройти в область  $r < 0$  теперь невозможно. Области III и III' в этом случае отсут-

\* ) Структура максимального аналитического продолжения для экстремальной черной дыры имеет несколько иной вид [см. Картер (1966а), Хокинг, Эллис (1973)]. Для метрики Рейсснера — Нордстрема максимальное аналитическое продолжение было получено Грейвсом и Бриллом (1960). Общий метод построения максимального аналитического продолжения для стационарных метрик с горизонтом изложен в работе Уолкера (1970).

\*\*) Через пересечение границ  $r_-$  можно из области II сразу попасть в область V'.

ствуют, но пройти из I в IV вдоль времениподобной мировой линии по-прежнему можно.

Возможность подобных "путешествий" породила ряд экзотических гипотез об исходе реального гравитационного коллапса [Новиков (1966а, б\*, 1970\*), Де ла Круз, Израэль (1967), Бардин (1968)].

Однако, как уже было сказано ранее (см. также гл. 12), из-за неустойчивости решения Керра – Ньюмена внутри черной дыры диаграмма рис. 67 вряд ли имеет какое-либо отношение к действительности.

Границы  $r = r_-$  области II получили название горизонтов Коши. Название это связано со следующим обстоятельством. Если провести пространственнонеподобную гиперповерхность Коши  $S$  во всем пространстве I и пространстве I' (и, возможно, через часть области II' или II), как показано на рис. 67, и задать на этой поверхности данные Коши для любых полей или частиц, то эти данные определят эволюцию полей и движение частиц лишь до границ  $r = r_-$ . В областях III, III' на эволюцию полей и движение частиц могут влиять источники в этих пространствах, которые задаются независимо от данных на  $S$ .

Важной особенностью горизонтов Коши является следующее обстоятельство. Как видно из рис. 67, чем позже какой-либо световой сигнал из области I попадает в II, тем ближе к границе  $r_-$  идет его мировая линия. Таким образом, вблизи  $r_-$  "скапливаются" мировые линии всех сигналов, попадающих в черную дыру при  $t \rightarrow \infty$ . Эта концентрация сигналов вдоль  $r = r_-$  является причиной неустойчивости решения Керра – Ньюмена внутри черной дыры по отношению к малым возмущениям (см. гл. 12).

### § 6.6. Обобщения теоремы единственности на случай неэлектромагнитных полей

Приведенные выше теоремы единственности для решений системы уравнений Эйнштейна – Максвелла, описывающих черные дыры, могут быть в значительной мере обобщены и распространены на случай других полей. Здесь мы кратко опишем результаты, относящиеся к существованию у черных дыр "волос", связанных с другими (не электромагнитными) взаимодействиями.

Общий метод анализа возможности существования решений для самогласованной системы уравнений гравитационного и других физических полей, описывающих стационарное асимптотически плоское пространство, содержащее черную дыру, был развит Бекенштейном (1972 а, б, с). Этот метод состоит в следующем. Пусть, помимо гравитационного, имеется набор физических полей, который мы обозначим  $\varphi_A$ , где область изменения индекса  $A$  определяется суммарным числом компонент рассматриваемых полей. Пусть эти поля удовлетворяют уравнениям, вытекающим из действия  $S[\varphi_A] = \int L(\varphi_A, \varphi_{A,\mu}) \sqrt{-g} d^4x$ :

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \left[ \sqrt{-g} \frac{\partial L}{\partial \varphi_{A,\mu}} \right]_{,\mu} - \frac{\partial L}{\partial \varphi_A} = 0. \quad (6.6.1)$$

Умножим это уравнение на  $\varphi_A$ , просуммируем по всем  $A$  и проинтегрируем