

ствуют, но пройти из I в IV вдоль времениподобной мировой линии по-прежнему можно.

Возможность подобных "путешествий" породила ряд экзотических гипотез об исходе реального гравитационного коллапса [Новиков (1966а, б\*, 1970\*), Де ла Круз, Израэль (1967), Бардин (1968)].

Однако, как уже было сказано ранее (см. также гл. 12), из-за неустойчивости решения Керра – Ньюмена внутри черной дыры диаграмма рис. 67 вряд ли имеет какое-либо отношение к действительности.

Границы  $r = r_-$  области II получили название горизонтов Коши. Название это связано со следующим обстоятельством. Если провести пространственнонеподобную гиперповерхность Коши  $S$  во всем пространстве I и пространстве I' (и, возможно, через часть области II' или II), как показано на рис. 67, и задать на этой поверхности данные Коши для любых полей или частиц, то эти данные определят эволюцию полей и движение частиц лишь до границ  $r = r_-$ . В областях III, III' на эволюцию полей и движение частиц могут влиять источники в этих пространствах, которые задаются независимо от данных на  $S$ .

Важной особенностью горизонтов Коши является следующее обстоятельство. Как видно из рис. 67, чем позже какой-либо световой сигнал из области I попадает в II, тем ближе к границе  $r_-$  идет его мировая линия. Таким образом, вблизи  $r_-$  "скапливаются" мировые линии всех сигналов, попадающих в черную дыру при  $t \rightarrow \infty$ . Эта концентрация сигналов вдоль  $r = r_-$  является причиной неустойчивости решения Керра – Ньюмена внутри черной дыры по отношению к малым возмущениям (см. гл. 12).

### § 6.6. Обобщения теоремы единственности на случай неэлектромагнитных полей

Приведенные выше теоремы единственности для решений системы уравнений Эйнштейна – Максвелла, описывающих черные дыры, могут быть в значительной мере обобщены и распространены на случай других полей. Здесь мы кратко опишем результаты, относящиеся к существованию у черных дыр "волос", связанных с другими (не электромагнитными) взаимодействиями.

Общий метод анализа возможности существования решений для самогласованной системы уравнений гравитационного и других физических полей, описывающих стационарное асимптотически плоское пространство, содержащее черную дыру, был развит Бекенштейном (1972 а, б, с). Этот метод состоит в следующем. Пусть, помимо гравитационного, имеется набор физических полей, который мы обозначим  $\varphi_A$ , где область изменения индекса  $A$  определяется суммарным числом компонент рассматриваемых полей. Пусть эти поля удовлетворяют уравнениям, вытекающим из действия  $S[\varphi_A] = \int L(\varphi_A, \varphi_{A,\mu}) \sqrt{-g} d^4x$ :

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \left[ \sqrt{-g} \frac{\partial L}{\partial \varphi_{A,\mu}} \right]_{,\mu} - \frac{\partial L}{\partial \varphi_A} = 0. \quad (6.6.1)$$

Умножим это уравнение на  $\varphi_A$ , просуммируем по всем  $A$  и проинтегрируем

по всей внешней области черной дыры. Если обозначить

$$b^\mu = \sum_A \varphi_A \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi_{A,\mu}} \quad (6.6.2)$$

и воспользоваться теоремой Стокса, то получим

$$-\int b^\mu d\sigma_\mu + \sum_A \int \left( \varphi_{A,\mu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi_{A,\mu}} + \varphi_A \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi_A} \right) \sqrt{-g} d^4x = 0. \quad (6.6.3)$$

Здесь  $d\sigma_\mu$  — элемент гиперповерхности, а интегрирование ведется по полной границе внешней области черной дыры, состоящей из горизонта событий, пространственной бесконечности и световых и времениподобных бесконечностей прошлого и будущего.

Далее используется тот факт, что в стационарном случае для массивных полей и для скалярного безмассового поля  $b^\mu$  достаточно быстро убывает на пространственной бесконечности, а на временной бесконечности и на горизонте величина  $b^\mu d\sigma_\mu$  обращается в нуль и первый интеграл в (6.6.3) "зануляется". В том случае, когда подынтегральное выражение второго интеграла является положительно определенным, обращение его в нуль означает обращение в нуль соответствующих полей  $\varphi_A$ , что и доказывает искомый результат об отсутствии "волос" этого поля.

Этот метод позволил Бекенштейну (1972 a, b, c) доказать, что невозможно существование статической черной дыры, вне которой имеются регулярные массивные скалярное, векторное или тензорное поля, описываемые линейными уравнениями без источников. Аналогичный результат справедлив и для стационарных аксиально-симметричных черных дыр в предположении, что метрика удовлетворяет условию циркулярности [Бекенштейн (1972 c)]. К сожалению, в общем случае доказать выполнимость этого условия не удается. Это является препятствием для проведения полного доказательства на том же уровне строгости, что доказательство теоремы единственности для электровакуумных черных дыр. Можно показать [Бекенштейн (1972 b, c), Чейз (1970)], что черная дыра не должна обладать также "волосами", связанными со скалярным безмассовым полем  $\varphi$ , описываемым уравнением  $(\square - \xi R) \varphi = 0$  и убывающим на бесконечности, если только значение  $\varphi$  конечно на горизонте\*). Аналогичный результат справедлив также и в скалярно-тензорной теории Бранса – Дикке [Хокинг (1972 b)].

Описанные выше результаты об отсутствии "волос" находятся в полном соответствии с гипотезой Уилера, поскольку для перечисленных полей возможно монопольное излучение. Для безмассового поля Янга – Миллса ситуация иная. Гипотеза Уилера не исключает существования дополнительных монопольных степеней свободы у черной дыры (т.е. зарядов, аналогичных электрическому), связанных с сохранением барионов и лептонов.

\* ) Следует отметить, что если отказаться от условия ограниченности  $\varphi$ , то оказывается возможным построить решение, описывающее экстремальную невращающуюся черную дыру со скалярным безмассовым полем [Бочарова и др. (1970\*)]. Бекенштейн (1975), однако это решение оказывается неустойчивым [Бронников, Киреев (1978)].

В работе Фролова (1973\*) было получено решение, описывающее невращающуюся черную дыру, обладающую зарядом поля Янга – Миллса. Позднее Ясскин (1975) показал, что для каждого решения уравнений Эйнштейна – Максвелла вне источников можно построить  $(N - 1)$ -параметрическое семейство точных решений уравнений Эйнштейна – Янга – Миллса для  $N$ -параметрической калибровочной группы, которое обладает той же метрикой, что и исходное решение. Он привел также явный вид всех этих решений в случае вращающейся черной дыры, обладающей зарядом поля Янга – Миллса. Решения, описывающие черную дыру с таким зарядом (при наличии хиггсовского поля), аналогичные решению Т' Офта (1974) и Полякова (1974\*, 1975\*) для монополя, были получены в работах Чо, Фрайнда (1975), Нейванхайзена и др. (1976).

Хартль (1972) показал, что нельзя обнаружить лептонный заряд, упавший в черную дыру, изучая силы, создаваемые этим зарядом и связанные с обменом парой нейтрино – антинейтрино. В последнее время оживился интерес к доказательству возможных модификаций теоремы об отсутствии "волос" в рамках теории супергравитации [о черных дырах в теории супергравитации см. Гиббонс (1984)]. Среди полученных здесь результатов следует упомянуть о возможности существования у черных дыр "суперволос" гравитинного поля и появления нового сохраняющегося числа – суперзаряда в качестве параметра, описывающего соответствующее решение. Этот результат был получен Айхельбургом и Гювеном (1981, 1983 а, б), которые показали, что в семействе Керра – Ньюмена такое обобщение допускает только экстремальная рэйсснер-нордстремовская дыра, и получили соответствующее решение. Следует отметить, однако, что вопрос о физической значимости подобного решения далек от ясности, поскольку используемое классическое описание фермионного поля, отвечающего гравитинным "волосам", трудно оправдать.

Интересное развитие получил вопрос о "волосах" черной дыры при описании ее в рамках многомерных теорий гравитации типа теорий Калуцы – Клейна [Добиаш, Мэзон (1982), Кодос, Детвилер (1981), Гиббонс (1982, 1984), Поллард (1983), Гиббонс, Вильтишир (1985)]. Исходным пунктом при таком описании является предположение, что пространство-время имеет размерность  $n > 4$ . Физическое пространство-время возникает в результате компактификации "лишних"  $n - 4$  измерений. Исходное тензорное поле  $g$  в этом  $n$ -мерном пространстве в физическом пространстве-времени проявляется как набор физических полей, определенным образом взаимодействующих с гравитационным полем  $g_{\mu\nu}$  и друг с другом. В частности, в простейшем случае (при  $n = 5$ ) в такой теории наряду с гравитационным имеются электромагнитное ( $A_\mu$ ) и скалярное базмассовое ( $\varphi$ ) поля, причем, если пятимерная метрика не зависит от "пятой" координаты, то пятимерное действие  $\int d^5x \sqrt{-g} R^{(5)}$  приводит к следующему четырехмерному действию для этих полей:

$$\frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} (R - 2g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\varphi\partial_\beta\varphi - e^2\sqrt{3}\varphi F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta}). \quad (6.6.4)$$

Нейтральные вращающиеся черные дыры в такой теории описываются стандартной метрикой Керра. Однако, если черная дыра заряжена и имеет

электрический ( $Q$ ) или магнитный ( $P$ ) заряд, то, согласно этой теории, она неизбежно обладает и ненулевым скалярным зарядом, однозначно с ним связанным. Наличие "скалярных волос" у такой черной дыры не противоречит общим результатам, приведенным выше. Дело в том, что уравнение скалярного поля  $\varphi$  для действия (6.6.4) содержит дополнительный член, описывающий взаимодействие  $\varphi$  с электромагнитным полем. Величина  $F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta}$ , входящая множителем при  $e^{2\sqrt{3}\varphi}$ , в этом уравнении играет роль своеобразного источника для скалярного поля. Явный вид такой метрики в случае, если черная дыра не вращается, приведен в работе Гиббонса, Вильтишира (1985). Обобщение на случай вращающейся черной дыры обсуждается в этой же работе, а также Блейером и др. (1985).

В заключение этой главы обратим еще раз внимание на следующий замечательный факт. Если сравнить теорию поля в плоском пространстве и в теории Эйнштейна, то в результате возрастания сложности уравнений естественно ожидать возрастания трудностей, связанных с их решением. Более того, казалось бы, должно резко возрасти и многообразие решений, если допустить существование черных дыр и связанных с ними изменений причинной структуры пространства-времени. Однако парадоксальным образом, как это было показано выше, происходит обратное. Класс возможных решений резко суживается и допускает при некоторых ограничениях полное описание. Физическая причина этого в том, что гравитационное поле универсально и действует на любую материю, обладающую энергией-импульсом. При возникновении черной дыры гравитация возрастает настолько, что для равновесия физических полей вблизи нее должны выполняться крайне жесткие условия, по сути дела, эквивалентные тому, что полевая конфигурация не обладает степенями свободы, способными распространяться, что и приводит к указанному упрощению общей картины.