ГЛАВА 7

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ЧЕРНЫХ ДЫР

Под электродинамикой черных дыр понимается теория электродинамических процессов, которые могут происходить *вне* горизонта событий, во внешнем пространстве, доступном изучению далеких наблюдателей*).

На первый взгляд электродинамика черных дыр весьма тривиальна. Действительно, в § 4.8 отмечалось, что электромагнитное поле стационарной черной дыры (при заданной массе M) однозначно определяется ее электрическим зарядом Q и параметром вращения a. Если заряженная черная дыра не вращается, то электромагнитное поле сводится к радиальному электрическому полю заряда Q и статично. Какие-либо высшие мультиполи, кроме монополя, отсутствуют.

Если черная дыра вращается, то электромагнитное поле имеет вид (4.8.2). Оно стационарно, но теперь вращение черной дыры, во-первых, индуцирует появление магнитного поля, а во-вторых, искажает геометрию пространства и порождает высшие электрические (и магнитные) моменты в поле. Однако эти высшие моменты однозначно определяются величинами M, a и Q и ни в коей мере не являются независимыми, как это имеет место в случае обычных тел.

В астрофизических условиях электрический заряд черной дыры (как и заряд других небесных тел) не может быть велик (см. § 4.8). Совсем слабым должно быть и магнитное поле: его дипольный магнитный момент равен $\mu^* = Qa$.

Никаких иных стационарных электромагнитных полей, присущих самой черной дыре, быть не может. В этом смысле электродинамика собственных полей черной дыры оказывается значительно бедней, например, электродинамики пульсаров. Пульсар представляет собой быстро вращающуюся нейтронную звезду с массой порядка массы Солнца и гигантским "вмороженным" магнитным полем порядка 10^{12} Гс. Вращение индуцирует большие электрические поля, которые "вырывают" заряды с поверхности звезды, ускоряют их до большой энергии, создают сложную магнитосферу пульсара и приводят к целому комплексу других явлений.

У черной дыры нет ни сильных магнитного и электрического полей, ни поверхности, с которой могут истекать заряды. Поэтому сложные электродинамические процессы здесь невозможны. Однако, если черная дыра помещена во *внешнее* электромагнитное поле и имеются условия для возникновения в ее окрестности зарядов, то ситуация в корне меня-

*) О свойствах электромагнитных полей внутри черной дыры см. § 12.1.

ется и возникает сложная электродинамика. Именно такая электродинамика и имеется в виду, когда говорят об электродинамике черных дыр.

Для астрофизических приложений важен случай внешних магнитных полей (но не электрических) и наличия разреженной плазмы, в которую погружена черная дыра.

§ 7.1. Уравнения Максвелла

Мы будем рассматривать электромагнитные поля на фоне заданной метрики, т.е. будем считать эти поля недостаточно сильными, чтобы обратно влиять на метрику. Обычно в астрофизике это условие выполняется*).

Уравнения электродинамики, записанные в четырехмерном виде, использующие тензор $F_{\alpha\beta}$ (см. Приложение), мало что говорят нашей интуиции, и применение их для решения конкретных, сколько-нибудь сложных задач физики крайне затруднительно. Торн и Макдональд (1982) [см. также Макдональд, Торн (1982)] переписали эти уравнения электродинамики, используя "3 + 1"-расщепление для внешнего пространства-времени вращающейся черной дыры (см. § 4.2). В их формализме используются привычные понятия – напряженность поля, плотность заряда, плотность электрического тока и т.д., "абсолютное" пространство и единое "время". Уравнения электродинамики записаны в виде, аналогичном тому, который они имеют в плоском пространстве-времени в лоренцевой системе отсчета. Это позволяет не только применять хорошо разработанные методы решения электродинамических задач, но, что, пожалуй, еще важнее, "работать" привычным понятиям, используя нашу интуицию, основанную на практике решения задач электродинамики. Кроме того, в цитированных работах используется так называемая "мембранная" трактовка черной дыры. Суть ее заключается в том, что с точки зрения внешнего наблюдателя (не падающего в черную дыру) границу черной дыры во многих случаях можно трактовать как тонкую мембрану, наделенную особыми электромагнитными, термодинамическими и механическими свойствами. Несколько подробнее мы остановимся на такой трактовке в § 7.3 [см. по этому поводу Торн (1986), Прайс, Торн (1986)]. Подчеркнем, что никакой "мембраны" в действительности нет, этим понятием надо пользоваться крайне осторожно и все время помнить, что оно является только условным и удобным для решения некоторых задач. Перечисленные методы позволяют относительно просто применять электродинамику черных дыр в астрофизике, даже для астрофизиков, не являющихся специалистами в релятивистской теории. Обзор этих вопросов см. Торн и др. (1986).

В данном параграфе мы излагаем результаты цитированных выше работ Торна и Макдональда. Все физические величины, о которых пойдет речь, являются трехмерными векторами (или тензорами), которые мы будем характеризовать их положением в "абсолютном" трехмерном пространстве (вне черной дыры) и в абсолютном едином "времени" t (см. § 4.2). Это те величины, которые измеряют с помощью обычных приборов локально невращающиеся наблюдатели (см. § 4.3).

---

*) О медленном изменении параметров черной дыры вследствие электродинамических процессов см. далее (§ 7.4).

Введем следующие обозначения для электродинамических физических величин, измеряемых локально невращающимися наблюдателями: $\boldsymbol{E}$ – напряженность электрического поля, $\boldsymbol{B}$ – напряженность магнитного поля, ρ_e – плотность электрического заряда, $\boldsymbol{j}$ – плотность электрического тока.

Уравнения Максвелла записываются в следующем виде *):

$$\nabla \boldsymbol{E} = 4\pi\rho_e, \tag{7.1.1}$$

$$\nabla \boldsymbol{B} = 0. \tag{7.1.2}$$

$$\nabla \times (\alpha \boldsymbol{B}) = \frac{4\pi\alpha \boldsymbol{j}}{c} + \frac{1}{c}[\dot{\boldsymbol{E}} + \omega \mathcal{L}_{\boldsymbol{m}} \boldsymbol{E} - (\boldsymbol{E}\nabla\omega)\boldsymbol{m}], \tag{7.1.3}$$

$$\nabla \times (\alpha \boldsymbol{E}) = -\frac{1}{c}[\dot{\boldsymbol{B}} + \omega \mathcal{L}_{\boldsymbol{m}} \boldsymbol{B} - (\boldsymbol{B}\nabla\omega)\boldsymbol{m}]. \tag{7.1.4}$$

Здесь $\alpha = d\tau/dt$ [см. (4.3.13)]; $\boldsymbol{m}$ – вектор, направленный вдоль координатных линий φ и имеющий длину $\frac{A^{1/2}}{\rho}\sin\theta$ (это вектор Киллинга, отражающий осевую симметрию пространства-времени; вдали от черной дыры он равен $r\sin\theta \boldsymbol{e}_{\hat{\varphi}}$); $\mathcal{L}_{\boldsymbol{m}}\boldsymbol{E}$ – производная Ли от $\boldsymbol{E}$ (или $\boldsymbol{B}$) вдоль вектора $\boldsymbol{m}$:

$$\mathcal{L}_{\boldsymbol{m}} \boldsymbol{E} \equiv (\boldsymbol{m}\nabla)\boldsymbol{E} - (\boldsymbol{E}\nabla)\boldsymbol{m}, \tag{7.1.5}$$

описывающая изменение вектора $\boldsymbol{E}$ по отношению к полю вектора $\boldsymbol{m}$ (П. 7) (эта производная равна нулю, когда при смещении на $\boldsymbol{m}\, d\varphi$ начало и конец вектора $\boldsymbol{E}$ "приклеены" к векторам $\boldsymbol{m}\, d\varphi$); ω – угловая скорость обращения (по времени t) локально невращающихся наблюдателей [см. (4.3.10)]. Точка означает дифференцирование по t; ∇ – оператор набла в искривленном "абсолютном" пространстве.

Уравнения (7.1.1)–(7.1.2) имеют обычный вид, в то время как уравнения (7.1.3)–(7.1.4) несколько отличаются от привычных. Отличия заключаются в следующем. Появилась функция α – из-за того, что физическое время течет по-разному в разных точках пространства, а уравнения написаны в терминах глобального "времени" t (напомним, что ускорение $\boldsymbol{F}$ свободного падения в системе отсчета локально невращающихся наблюдателей связано с α соотношением $\boldsymbol{F} = -c^2\nabla\ln\alpha$). Далее, выражения в квадратных скобках (7.1.3) и (7.1.4) есть производные (по времени) "типа Ли" для совокупности локально невращающихся наблюдателей, которые движутся в абсолютном пространстве и для которых $d\boldsymbol{x}/dt = \omega\boldsymbol{m}$. Таким образом, эти выражения соответствуют полным производным по времени от соответственно $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$ с учетом движения локально невращающихся наблюдателей.

Уравнения электродинамики становятся особенно наглядными и удобными для анализа конкретных задач, когда они записаны в интегральной форме [см., например, Пикельнер (1961*)]. Мы приведем здесь одно из таких интегральных выражений (оно потребуется в дальнейшем) для внеш-

---

*) Имея в виду применимость электродинамических формул этой главы в астрофизике, мы выписываем их в обычной системе единиц, используя c.

него пространства черной дыры: это – закон Фарадея

$$\int\limits_{\partial A^*(t)} \alpha\left(\boldsymbol{E} + \frac{1}{c}\,\mathrm{v}\times\boldsymbol{B}\right)dl = -\frac{1}{c}\,\frac{d}{dt}\int\limits_{A^*(t)} \boldsymbol{B}\,d\vec{\Sigma}. \tag{7.1.6}$$

Здесь $d\vec{\Sigma}$ – вектор элемента поверхности, равный по длине его площади; $A^*(t)$ – двумерная поверхность, не пересекающая горизонт и ограниченная кривой $\partial A^*(t)$; dl – элемент $\partial A^*(t)$; v – физическая скорость $A^*(t)$ или $\partial A^*(t)$ относительно локально невращающихся наблюдателей.

§ 7.2. Стационарная электродинамика с осевой симметрией. Бессиловое поле

Вращающаяся черная дыра и пространство вне ее стационарны и обладают осевой симметрией. Во многих астрофизических задачах движение вещества вокруг черной дыры также с хорошей точностью можно считать стационарным и осесимметричным. Естественно предполагать, что и электромагнитное поле будет таким же.

Мы считаем в этом параграфе перечисленные условия выполненными*). Тогда производные по времени t и производные $\mathcal{L}_{\boldsymbol{m}}$ от векторов исчезают. В частности, в квадратных скобках (7.1.3) и (7.1.4) остаются только последние слагаемые.

Оказывается, что при условии стационарности и осевой симметрии непосредственно измеряемые значения $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}$, ρ_e, $\boldsymbol{j}$ выражаются через три произвольные скалярные функции, которые могут быть выбраны следующим образом.

Пусть ∂A^* – замкнутая координатная линия с постоянными r и θ в "абсолютном" 3-пространстве, а A^* – двумерная поверхность, не пересекающая черную дыру и ограниченная ∂A^*.

Тогда указанные функции:

1) полный ток внутри петли ∂A^* (взятый с обратным знаком)

$$I \equiv -\int\limits_{A^*} \alpha \boldsymbol{j}\,d\vec{\Sigma}, \tag{7.2.1}$$

где $d\vec{\Sigma}$ – вектор элемента поверхности (он считается положительным, если ориентирован в направлении π, 0 координаты θ);

2) полный магнитный поток через ∂A^*

$$\Psi \equiv \int\limits_{A^*} \boldsymbol{B}\,d\vec{\Sigma}; \tag{7.2.2}$$

3) электрический потенциал

$$\mathcal{A}_0 \equiv -\alpha\Phi - \omega \boldsymbol{A}\boldsymbol{m}, \tag{7.2.3}$$

где Φ – скалярный, а $\boldsymbol{A}$ – векторный потенциалы (определение $\boldsymbol{m}$ мы уже дали).

---

*) Случай нестационарного поля см., например, Макдональд, Сюэн (1985), Торн (1986).