КВАНТОВЫЕ ЭФФЕКТЫ В ЧЕРНЫХ ДЫРАХ. РОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ

§ 9.1. Роль квантовых эффектов в физике черных дыр

До сих пор при описании взаимодействия вещества и физических полей с черными дырами полностью игнорировались квантовые особенности этого взаимодействия. Квантовые эффекты действительно несущественны для черных дыр с массой порядка солнечной (или больше). Однако для черной дыры малой массы эти эффекты не только не малы, но приводят к качественному изменению картины ее эволюции. Они, по-видимому, также являются определяющими в тех областях внутри черной дыры, в которых, в соответствии с классической теорией, должны находиться сингулярности пространства-времени.

Согласно современным квантовым представлениям физический вакуум (т.е. состояние, в котором отсутствуют реальные частицы) – довольно сложное образование. В вакууме непрерывно происходит рождение, взаимодействие и уничтожение виртуальных (короткоживущих) частиц. В отсутствие внешних полей вакуум устойчив, т.е. все протекающие в нем процессы не приводят к появлению реальных (долгоживущих) частиц. При наличии внешнего поля часть виртуальных частиц, взаимодействуя с ним, может приобрести достаточную энергию, чтобы стать реальными. Этот процесс приводит к эффекту квантового рождения частиц из вакуума внешним полем.

Вероятность рождения частиц во внешнем статическом поле можно оценить следующим образом. Пусть напряженность поля есть Γ, а заряд рождающихся частиц равен g. Согласно соотношению неопределенностей время жизни виртуальной пары частиц, обладающих энергией mc^2, порядка $\hbar/mc^2$. За это время, двигаясь со скоростью, не превосходящей скорости света c, частицы могут удалиться друг от друга на характерное расстояние $l_0 \sim \hbar/mc$. Вероятность обнаружить пару таких частиц на большем расстоянии l пропорциональна $\exp(-l/l_0)$. Эта же величина входит в выражение для вероятности рождения реальной пары частиц с энергией mc^2, если расстояние l таково, что работа $g\Gamma l$, произведенная на нем полем, равна mc^2. Поэтому вероятность w рождения частиц в поле напряженности Γ описывается выражением вида

$$w = A \exp(-\beta m^2 c^3/\hbar g \Gamma), \tag{9.1.1}$$

где постоянная β (безразмерная константа порядка единицы) и предэкспоненциальный множитель A зависят от более детальных характеристик поля.

Хорошо известным примером рождения частиц во внешнем поле является рождение электрон-позитронных пар в интенсивном внешнем электри-

ческом поле. Для скорости рождения частиц в единице объема dV за единицу времени dt однородным электрическим полем имеет место следующее выражение, полученное Швингером (1951):

$$\frac{dN}{dt\,dV} = \frac{e^2E^2}{\pi^2\hbar^2c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp(-\pi m^2c^3 n/eE\hbar), \qquad (9.1.2)$$

где E – напряженность электрического поля. Нетрудно убедиться, что для полей с напряженностью, много меньшей критической $E_{cr} = m^2c^3/e\hbar$, это соотношение согласуется с (9.1.1), причем численный коэффициент β оказывается равным π.

По-видимому, первой работой, в которой было обращено внимание на важную роль квантовых эффектов в физике черных дыр, была работа Маркова, Фролова (1970). В ней было показано, что квантовый эффект рождения пар заряженных частиц в поле заряженной черной дыры приводит к уменьшению ее электрического заряда практически до его уничтожения. Если потенциал на поверхности черной дыры Q/r_+ достаточно велик, чтобы происходило рождение пар ($eQ/r_+ > mc^2$, m – масса и e – заряд электрона), а заряд черной дыры превосходит $\hbar c/e$, то условия применимости приближения однородного поля оказываются выполненными, и для оценки скорости рождения заряженных частиц полем заряженной черной дыры можно использовать соотношение Швингера (9.1.2).

Аналогичное явление квантового рождения частиц – см. Зельдович (1971*, 1972*), Старобинский (1973*), Мизнер (1972), Унру (1974) – происходит в гравитационном поле вращающихся черных дыр. Напомним, что рассмотренное в предыдущей главе явление суперрадиации имеет чисто классический характер. Это проявляется, в частности, в том, что коэффициент усиления не зависит от постоянной Планка. Как и другие классические процессы, явление суперрадиации можно описать на квантовом языке. При подобном описании это явление состоит в увеличении числа квантов в отраженной волне по сравнению с числом квантов в волне падающей. Действительно, энергия волны заданной частоты при классическом описании пропорциональна квадрату ее амплитуды, а при квантовом – числу квантов. Поэтому увеличение амплитуды волны при неизменной частоте означает увеличение общего числа квантов поля.

Рассмотренное классическое явление суперрадиации имеет квантовый аналог: спонтанное рождение частиц из вакуума в гравитационном поле вращающейся черной дыры. Поскольку в физическом вакууме равно нулю лишь среднее значение поля, а сами поля флуктуируют около нулевых значений, то амплитуда тех вакуумных флуктуаций, для которых выполняется условие усиления, непрерывно возрастает, что проявляется в рождении реальных квантов поля.

Эффект рождения квантов в поле вращающейся черной дыры можно описать и несколько иным образом, при котором роль эргосферы проявляется более отчетливо. Чтобы произошло рождение реальной частицы, вылетающей из черной дыры без нарушения закона сохранения энергии, необходимо, чтобы вторая частица виртуальной пары приобрела отрицательную энергию. Это оказывается возможным, если она находится в эргосфере и обладает определенным значением углового момента.

Работу, необходимую для превращения виртуальных частиц в реальные, совершает гравитационное поле черной дыры. Рожденные частицы, вылетающие из черной дыры, обязательно обладают угловым моментом, совпадающим по направлению с угловым моментом черной дыры. Поэтому вне вращающейся черной дыры появляется поток частиц, уносящих ее энергию и момент. Характерная частота этого излучения порядка угловой скорости Ω^H вращения черной дыры, а полный поток энергии и момента

$$-\frac{dE}{dt} \sim \hbar (\Omega^H)^2, \tag{9.1.3}$$

$$-\frac{dJ}{dt} \sim \hbar \Omega^H. \tag{9.1.4}$$

При заданной массе M максимальное значение угловой скорости $\Omega^H = c^3/2GM$ достигается при $J = GM^2/c$ – экстремальная черная дыра. Поэтому скорость потери энергии и углового момента вращающейся черной дырой массы M в результате спонтанного рождения частиц в ее поле не превосходит следующих значений*):

$$-\frac{dE}{dt} \sim \hbar \frac{c^6}{G^2M^2} \sim 10^{-17} \frac{\text{эрг}}{\text{с}} \left(\frac{M_\odot}{M}\right)^2, \tag{9.1.5}$$

$$-\frac{dJ}{dt} \sim \hbar \frac{c^3}{GM} \sim 10^{-22}\ \text{эрг} \left(\frac{M_\odot}{M}\right). \tag{9.1.6}$$

Приведенные оценки показывают, что указанный эффект существен лишь для черных дыр с малой (значительно меньше солнечной) массой. Заметим, что приведенные формулы относятся к случаю рождения безмассовых частиц (фотонов, нейтрино, гравитонов) – скорость рождения массивных частиц существенно меньше.

Если черная дыра обладает одновременно электрическим зарядом Q и угловым моментом J, то рождение частиц будет приводить к уменьшению и углового момента, и заряда. Если рождающаяся частица, вылетающая на бесконечность, обладает энергией ϵ, угловым моментом j и зарядом e, то эти параметры удовлетворяют неравенству, вытекающему из условия (8.1.23) для суперрадиационных мод:

$$\epsilon \leqslant \Omega^H j + \Phi^H e, \tag{9.1.7}$$

где Ω^H – угловая скорость, а Φ^H – электрический потенциал черной дыры.

Поскольку энергия, угловой момент и заряд, уносимые рожденными частицами, удовлетворяют тому же ограничению (9.1.7), что и параметры излучения при суперрадиации, то нетрудно убедиться (см. § 8.1), что в

*) Подчеркнем, что соотношения (9.1.3) – (9.1.6), основанные на соображениях, связанных с анализом размерностей, дают лишь грубую оценку. Свойства излучения вращающейся черной дыры обсуждаются в § 9.5. Здесь отметим лишь, что интенсивность этого излучения существенно зависит от спина частиц. Для гравитонов значения dE/dt и dJ/dt при $J = GM^2/c$ на порядок меньше приведенного в (9.1.5) – (9.1.6), а для нейтрино – меньше на три порядка.

процессе этого излучения площадь черной дыры не уменьшается. Этот результат означает, что неприводимая масса черной дыры для таких процессов также не уменьшается; на рождение частиц расходуется запасенная черной дырой электростатическая энергия или энергия вращения. После исчерпания этой энергии описанные выше процессы прекращаются.

Важное открытие, приведшее к существенному изменению представлений о роли квантовых эффектов в физике черных дыр, было сделано Хокингом (1974, 1975). Открытие состояло в том, что квантовый процесс рождения частиц происходит и в нейтральных невращающихся черных дырах, причем черная дыра рождает и излучает частицы так, как если бы вместо нее имелось черное тело, нагретое до температуры

$$\theta = \hbar\kappa/2\pi ck, \tag{9.1.8}$$

где k – постоянная Больцмана, а κ – поверхностная гравитация черной дыры, характеризующая "напряженность" гравитационного поля вблизи ее поверхности (для шварцшильдовской черной дыры $\kappa = c^4/4GM$)*).

Результат, полученный Хокингом, допускает следующую интерпретацию. Поскольку любая частица вне шварцшильдовской черной дыры имеет положительную энергию, то квантовый процесс рождения частиц в поле такой дыры происходит так, что одна из частиц пары обязательно "рождается" под горизонтом. (Напомним, что под шварцшильдовским горизонтом векторное поле Киллинга $\xi^\mu \partial_\mu = \partial_t$ – пространственноподобное и энергия $\epsilon = -\xi^\mu p_\mu$ частицы с импульсом p_μ ($p^\mu p_\mu < 0$) не является знакоопределенной.) Для грубой оценки вероятности этого подбарьерного процесса можно использовать общее выражение (9.1.1). Имеется, однако, существенная особенность гравитационного взаимодействия, связанная с его тензорным характером и в конечном счете с выполнимостью принципа эквивалентности. Она состоит в том, что в качестве гравитационного заряда системы, характеризующего ее гравитационное взаимодействие, выступает величина ее массы m, связанной с полной энергией ϵ системы соотношением $\epsilon = mc^2$. Поэтому для оценки вероятности рождения частицы в статическом гравитационном поле в формуле (9.1.1) следует положить $g = m$ и $\Gamma = \kappa$. В результате находим, что вероятность рождения частиц в поле черной дыры

$$w \sim \exp(-\beta\epsilon c/\hbar\kappa) = \exp\left(-\frac{\beta}{2\pi}\frac{\epsilon}{k\theta}\right). \tag{9.1.9}$$

Хотя указанные соображения далеки от строгости, тем не менее они приводят к правильному выражению, полученному Хокингом (при этом числовой множитель β оказывается равным 2π).

В процессе излучения Хокинга черная дыра теряет массу и, следовательно, площадь ее поверхности уменьшается. В общем случае, когда черная дыра обладает зарядом и вращением, процесс идет одновременно с описанными выше процессами, приводящими к потере углового момента и заряда.

Результат воздействия внешнего поля на вакуум не исчерпывается лишь эффектом рождения частиц. Дело в том, что даже те виртуальные частицы, которые не приобретают достаточной энергии, чтобы стать реальными, и в конце концов исчезают, за время их короткой жизни испытывают тем не

*) Строго говоря, спектр излучения черной дыры отличен от теплового из-за эффектов рассеяния на ее гравитационном поле – см. § 9.5 и рис. 78.

менее действие внешнего поля и движутся иначе, чем в его отсутствие. Это приводит к тому, что вклад таких виртуальных частиц в различные локальные физические наблюдаемые (например, в среднее значение тензора энергии-импульса $\langle T_{\mu\nu} \rangle$) зависит от величины и других характеристик внешнего поля. Иными словами, изменение вакуумных значений локальных наблюдаемых при наличии внешнего поля по сравнению с их исходными значениями в отсутствие поля (а именно эта разность и является величиной, регистрируемой приборами) есть функционал внешнего поля. Этот эффект зависимости локальных наблюдаемых от внешнего поля носит название *поляризации вакуума*. Он может иметь место и в том случае, когда внешнее поле по каким-либо причинам не приводит к рождению частиц.

Разделение частиц на реальные и виртуальные, имеющее точный смысл в отсутствие внешнего поля, теряет однозначность в области пространства-времени, где внешнее поле является сильным. С этим связана известная трудность определения понятия частицы в сильном гравитационном поле [обсуждение этого вопроса см., например, Биррел, Девис (1982)]. Поэтому не всегда удается разделить вклады реальных и виртуальных частиц в средние значения локальных наблюдаемых или точно ответить на вопрос, где именно родилась та или иная частица. Возникающие при этом неопределенности являются в конечном счете проявлением общих соотношений неопределенностей, присущих квантовой механике.

Одно из проявлений эффекта поляризации вакуума – изменение уравнений, описывающих среднее значение $\langle \Phi \rangle$ физического поля Φ, создаваемого внешним источником J. Поле Φ от источника J изменяет состояние виртуальных вакуумных частиц, взаимодействующих с этим полем. Возникающие дополнительные квантовые поляризационные поправки в уравнении для $\langle \Phi \rangle$ учитывают обратное действие изменения состояния виртуальных частиц на исходное поле Φ. Поскольку квантовый процесс возникновения и уничтожения виртуальных пар имеет случайный характер, то "мгновенное" значение поля Φ не совпадает с его средним значением $\langle \Phi \rangle$; поле испытывает *квантовые флуктуации*. Поэтому само описание поля в терминах его средних значений имеет ограниченную область применимости. Это описание пригодно в той ситуации, когда квантовые флуктуации малы по сравнению со средним значением поля.

Сделанные общие замечания, касающиеся возможных проявлений квантовой природы физических полей и частиц, в полной мере применимы при рассмотрении квантовых эффектов в черных дырах. Роль внешнего источника, создающего поле, в этом случае играет массивное тело, коллапс которого приводит к образованию черной дыры.

Качественно оценить значение флуктуационных эффектов в черных дырах можно с помощью следующих простых рассуждений. Предположим, что в области пространства-времени с характерным размером l произошла флуктуация метрики и ее значение g отклонилось от среднего значения $\langle g \rangle$ на величину δg. При этом кривизна в этой области изменится на величину порядка $\delta g/(l^2 \langle g \rangle)$, а значение действия S для гравитационного поля испытает изменение порядка

$$\delta S \sim \frac{\delta g}{\langle g \rangle} \, l^2 \, \frac{c^2}{G} \, . \tag{9.1.10}$$

Вероятность подобной квантовой флуктуации значительна только в том случае, когда $\delta S \sim h$. Поэтому для величины флуктуации метрики $\delta g/\langle g \rangle$ в пространственно-временной области размером l получается следующая оценка:

$$\frac{\delta g}{\langle g \rangle} \sim \frac{l_{\mathrm{Pl}}^2}{l^2}, \tag{9.1.11}$$

где $l_{\mathrm{Pl}} = (\hbar G/c^3)^{1/2} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-33}$ см – планковская длина. Таким образом, флуктуации метрики, достигающие значения 1 на планковских масштабах, малы и, вообще говоря, несущественны для значительно бо́льших масштабов. Поэтому приближение среднего поля, безусловно, применимо при описании черных дыр с массой, значительно большей планковской массы $m_{\mathrm{Pl}} \sim 10^{-5}$ г. Можно ожидать [Йорк (1983)], что описанные квантово-гравитационные флуктуации приведут к своеобразному квантовому "дрожанию" горизонта событий. Для сферической черной дыры с массой M величина амплитуды "дрожания" δr_g гравитационного радиуса имеет на основании (9.1.11) следующий вид:

$$\delta r_g \sim l_{\mathrm{Pl}}^2/r_g. \tag{9.1.12}$$

Интересно отметить, что хотя эта величина мала для обсуждаемых нами черных дыр с $M \gg m_{\mathrm{Pl}}$, само существование этого эффекта качественно меняет идеализированное классическое описание коллапса тела или падения частиц в черную дыру с точки зрения удаленного наблюдателя. Вместо формально бесконечного выражения

$$\Delta t \sim \int_{r_g}^{R} \frac{dr}{1 - r_g/r} \tag{9.1.13}$$

для длительности этих процессов по часам удаленного наблюдателя следует ожидать появления конечной величины $\Delta t \sim r_g \ln (r_g/l_{\mathrm{Pl}})$ в результате замены $r_g \to r_g + \delta r_g$ в нижнем пределе интегрирования*).

Обсудим теперь возможную роль поляризационных эффектов. Можно показать [Де Витт (1965)], что поле $\langle g \rangle$ с учетом квантовых поляризационных эффектов описывается уравнением, возникающим при вариации некоторой величины

$$W[\langle g \rangle] = \frac{1}{16\pi} \int L_{\mathrm{eff}}(\langle g \rangle)\, d^4 v, \tag{9.1.14}$$

которая получила название *эффективного действия*. В отсутствие квантовых эффектов (при $\hbar = 0$) эффективное действие совпадает с действием Эйнштейна. В общем случае для изучения L_{eff} можно использовать

*) К аналогичной оценке можно также прийти, если учесть квантовый характер движения падающей частицы или попытаться оценить точность, с которой можно локализовать положение падающего тела вблизи горизонта событий с помощью рассеяния на нем волны физического поля. В последнем случае ограничение (9.1.12) возникает из-за того, что размер δr волнового пакета, энергия которого меньше массы черной дыры M, должен превосходить величину $\delta r \sim h/Mc$.

разложение вида

$$L_{\text{eff}} = R + \hbar L^{(1)} + \ldots \tag{9.1.15}$$

Можно ожидать (используя, например, соображения, основанные на анализе размерностей), что в низшем по $\hbar$ приближении квантовые поправки к L_{eff} имеют порядок l_{Pl}^2/L^4, где L – характерный радиус кривизны пространства-времени. Поскольку первый член разложения (9.1.15) имеет порядок $R \sim 1/L^2$, то отсюда следует, что квантовополяризационные эффекты могут существенно изменить уравнения Эйнштейна при значениях кривизны, сравнимых с $1/l_{\text{Pl}}^2$.

Для шварцшильдовской метрики это условие выполняется при значениях $r \sim r_1 = l_{\text{Pl}}\,(r_g/l_{\text{Pl}})^{1/3}$, лежащих внутри горизонта событий, если только масса черной дыры M превосходит планковскую. Поэтому при $M \gg m_{\text{Pl}}$ и $r < r_1$ квантовые эффекты существенно изменяют значение среднего поля $\langle g \rangle$ по сравнению с классическим решением, а вне и на границе черной дыры влияние этих эффектов мало.

Если в уравнениях для среднего поля $\langle g \rangle$ все члены, кроме эйнштейновского (отвечающего $\hbar = 0$), перенести в правую часть, то соответствующее выражение в правой части (отличное от нуля лишь при $\hbar \neq 0$) можно назвать вакуумным средним $\langle T^{\nu}{}_{\mu} \rangle$ тензора энергии-импульса тех физических полей, вклад которых учитывался в эффективном действии. На горизонте событий шварцшильдовской черной дыры характерные значения компонент $\langle T^{\nu}{}_{\mu} \rangle$ имеют порядок $\hbar c/r_g^4$. Заметим, что хотя при $M \gg m_{\text{Pl}}$ $\langle T^{\nu}{}_{\mu} \rangle$ мало изменяет внешнюю геометрию дыры, тем не менее это малое изменение при больших временах может привести к существенным качественным изменениям глобальных свойств решений, описывающих дыру. В частности, поток отрицательной энергии через горизонт событий испаряющейся черной дыры, сопровождающий ее излучение Хокинга, приводит в конечном счете к уменьшению горизонта вплоть до планковских размеров (или, возможно, до его полного исчезновения). Нетрудно убедиться, что ожидаемое значение $\langle T^{\nu}{}_{\mu} \rangle$ для потока энергии через горизонт событий, сопровождающего эффект Хокинга, имеет порядок, совпадающий с приведенным выше значением $\hbar c/r_g^4$.

Приведенные соображения показывают, что при изучении квантовых эффектов в черных дырах, до тех пор пока масса черной дыры много больше планковской массы, а рассматриваемые интервалы времени много меньше характерного времени испарения черной дыры, можно пренебречь обратным влиянием рожденного вещества и поляризации вакуума и для описания геометрии черной дыры использовать решения классических уравнений Эйнштейна. В этом же приближении несущественны квантовые флуктуационные явления. Для получения самосогласованного описания эволюции внешней геометрии черной дыры можно использовать приближение, основанное на том, что квантовые поляризационные поправки вычисляются в известной заданной метрике.

В этой главе мы опишем основные результаты, касающиеся рождения частиц в заданном гравитационном поле стационарной черной дыры, оставляя обсуждение вопроса о поляризационных эффектах до следующей главы.