

записывается следующим образом:

$$\delta M^\infty = \Omega^H \delta J^H + \frac{\kappa}{8\pi} \delta A - \delta \int_{\Sigma} T_\nu^\mu \xi_{(t)}^\nu d\sigma_\mu - \frac{1}{2} \int_{\Sigma} T^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu} \xi_{(t)}^\alpha d\sigma_\alpha. \quad (11.2.48)$$

Если вне черной дыры нет вещества и полей, то последние два члена в этой формуле отсутствуют и она совпадает с соотношением (11.1.3) для керровской ($Q = 0$) черной дыры.

Приведем явное выражение для изменения δM^∞ полной массы системы в случае, когда вне черной дыры вращается с локальной угловой скоростью Ω идеальная жидкость, описываемая тензором энергии-импульса $T_\nu^{(m)\mu}$, а система как до, так и после изменения ее параметров стационарна и аксиально-симметрична [Картер (1973а), Дамур (1982)]:

$$\delta M^\infty = \Omega^H \delta \tilde{J}^H + \Phi^H \delta Q + \frac{\kappa}{8\pi} \delta A + \delta q, \quad (11.2.49)$$

где

$$\begin{aligned} \delta q = & \int \Omega \delta(d^3 J^{(m)} + \xi_{(\varphi)}^\alpha A_\alpha d^3 Q) - \int (\xi_{(t)}^\alpha + \Omega \xi_{(\varphi)}^\alpha) A_\alpha \delta(d^3 Q) + \\ & + \int \bar{T} \delta(d^3 S^{(m)}) + \int \bar{\mu} \delta(d^3 N). \end{aligned} \quad (11.2.50)$$

Здесь $d^3 J^{(m)} = T_\nu^{(m)\mu} \xi_{(\varphi)}^\nu d\sigma_\mu$ – элемент локального углового момента вещества, $d^3 Q = j^\mu d\sigma_\mu$ – локальное распределение заряда, j^μ – электрический ток, $\bar{T} = [-(\xi_{(t)} + \Omega \xi_{(\varphi)})^2]^{1/2} T$, T – локальная температура, $d^3 S^{(m)}$ – локальное распределение энтропии вещества, $\bar{\mu} = \mu \bar{T}/T$, μ – локальный химический потенциал и $d^3 N$ – локальное распределение числа частиц.

Приведенные в этом параграфе интегральное и дифференциальное выражения для массовой формулы оказываются удобными при изучении многочисленных вопросов, связанных с процессами, приводящими к изменению параметров черной дыры. Они также относятся к числу основных соотношений, используемых при описании аналогов начал термодинамики в физике черных дыр. К рассмотрению этого вопроса мы теперь переходим.

§ 11.3. Четыре закона физики черных дыр

Согласно термодинамической аналогии в физике черных дыр следующие величины:

$$\theta = \frac{\hbar k}{2\pi k c}, \quad S^H = \frac{A}{4 l_{\text{Pl}}^2}, \quad E \approx Mc^2 \quad (11.3.1)$$

(κ – поверхностная гравитация, A – площадь и $M \equiv M^\infty$ – масса черной дыры) выполняют роль соответственно температуры, энтропии и внутренней энергии черной дыры. В термодинамике равновесие невозможно, если температура разных частей системы различна. Наличие состояния термо-

динамического равновесия и существование температуры в термодинамике постулируются нулевым началом. В физике черных дыр справедливо аналогичное утверждение.

Нулевой закон физики черных дыр. Поверхностная гравитация к стационарной черной дыре постоянна везде на поверхности горизонта событий.

Это утверждение в предположении о выполнимости условия знергодоминантности было доказано в предыдущем параграфе.

Приведенная выше дифференциальная массовая формула позволяет сформулировать

Первый закон физики черных дыр. Изменение массы δM системы, содержащей черную дыру, при переходе этой системы из одного стационарного состояния в другое, близкое к нему стационарное состояние дается выражением

$$\delta M = \theta \delta S^H + \Omega^H \delta \tilde{J}^H + \Phi^H \delta Q + \delta q, \quad (11.3.2)$$

где $\delta \tilde{J}^H$ и δQ – изменения полного углового момента и электрического заряда черной дыры, а δq – вклад в изменение полной массы, связанный с изменением состояния стационарного распределения вещества вне черной дыры [для идеальной жидкости δq имеет вид (11.2.50)].

При описании классических процессов в поле черных дыр, для которых выполняется теорема Хокинга, можно сформулировать следующий аналог второго начала термодинамики.

Второй закон физики черных дыр. Для любых классических процессов площадь поверхности черной дыры A , и, следовательно, ее энтропия S^H не убывает:

$$\delta S^H \geq 0. \quad (11.3.3)$$

В обоих случаях (в термодинамике и физике черных дыр) второе начало означает присущую системе в целом необратимость и выделяет тем самым направление времени. В термодинамике закон возрастания энтропии приводит к тому, что часть внутренней энергии, которая не может быть превращена в работу, увеличивается со временем. Совершенно аналогично закон возрастания площади черной дыры означает, что доля внутренней энергии черной дыры, которую из нее нельзя извлечь, возрастает со временем. Как и в термодинамике, величина S^H связана с невозможностью получить информацию о строении системы (в данном случае – черной дыры).

Квантовые эффекты нарушают условия применимости теоремы Хокинга. Так, при квантовом испарении черной дыры ее площадь уменьшается и неравенство (11.3.3) оказывается нарушенным. Существенно, однако, что излучение черной дыры имеет тепловой характер и сопровождается возрастанием энтропии в окружающем пространстве. Можно убедиться, что в этом процессе величина S , называемая обобщенной энтропией и равная сумме энтропии черной дыры S^H и энтропии вещества вне черной дыры S'' :

$$S = S^H + S'' \quad (11.3.4)$$

не убывает. Для этого заметим, что скорость (по часам удаленного наблюдателя) потери черной дырой массы и энтропии в виде излучения

безмассового поля спина 3 можно записать в виде

$$\frac{dM}{dt} = \frac{1}{4} \sigma_s h_s \Sigma_s \theta^4, \quad \frac{dS}{dt} = \frac{1}{3} \sigma_s \beta_s h_s \Sigma_s \theta^3, \quad (11.3.5)$$

где h_s – число поляризаций поля, $\sigma_s = \pi^2/30$ для бозонов и $7\pi^2/240$ для фермионов, Σ_s – эффективное сечение черной дыры, θ – ее температура и β_s – безразмерный коэффициент порядка 1. С другой стороны, для невращающейся черной дыры изменение ее энтропии S^H связано с изменением массы M соотношением

$$dS^H = \theta^{-1} dM. \quad (11.3.6)$$

Сравнивая (11.3.5) и (11.3.6), находим [Зурек (1982)]

$$R \equiv \frac{dS^H}{dS^H} = \frac{4}{3} \beta_s. \quad (11.3.7)$$

Численный счет на основе формул (9.5.28) и (9.5.39а), выполненный Зуреком (1982) и Пэйджем (1983), показывает, что коэффициент β всегда больше $3/4$, откуда следует, что обобщенная энтропия S в процессе излучения одиночной черной дыры возрастает. Можно показать [Зурек (1982)], что если снаружи черной дыры имеется чернотельное излучение с температурой $\tilde{\theta}$, то обобщенная энтропия по-прежнему возрастает – за исключением случая, когда $\tilde{\theta} = \theta$. В этом случае увеличение энтропии в окружающем черную дыру пространстве в точности компенсируется ростом энтропии черной дыры в результате акреции на нее теплового излучения.

Приведенные соображения дают основания предположить, что выполняется

Обобщенный второй закон физики черных дыр. Для всех физических процессов с участием черных дыр обобщенная энтропия S , определяемая соотношением (11.3.4), не убывает *):

$$\delta S \geq 0. \quad (11.3.8)$$

Современный статус этого закона в физике черных дыр в известной мере напоминает статус второго начала термодинамики до появления статистической механики. Различные мысленные эксперименты, обсуждавшиеся в литературе, его подтверждают, однако последовательный вывод этого закона из основных принципов квантовой механики и теории гравитации пока отсутствует.

Остановимся подробнее на одном из таких мысленных экспериментов [Бекенштейн (1973b, 1974)]. Представим себе, что излучение (или вещество) с энергией E^m и энтропией S^m помещено в ящик с непроницаемыми (зеркальными) стенками, и пусть этот ящик медленно опускается на невращающуюся черную дыру. В момент, когда нижняя часть ящика находится в непосредственной близости от поверхности черной дыры, в нем

*.) Впервые в такой форме обобщенный второй закон был предложен Бекенштейном (1973b, 1974) еще до открытия квантового излучения черной дыры.

открывается крышка и все его содержимое падает в черную дыру. Затем ящик поднимается обратно.

Оценим изменение обобщенной энтропии при этом процессе. Пусть все размеры ящика, в том числе и его вертикальный размер l , малы по сравнению с r_g . В момент, когда нижняя грань ящика достигает черной дыры, верхняя его грань находится при $r = r_g + \Delta r$, где $\Delta r \approx l^2/4r_g$. Передаваемая черной дыре энергия (с учетом красного смещения) не превосходит величины

$$\epsilon = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{1/2} E^m \approx \frac{l}{2r_g} E^m,$$

а увеличение энтропии черной дыры

$$\delta S^H \lesssim \theta^{-1} \epsilon \approx 2\pi l E^m.$$

Из приведенного рассуждения следует, что обобщенная энтропия в таком процессе не убывает, если только справедливо неравенство $S^m \leq 2\pi l E^m$ *).

На первый взгляд, если выбрать l достаточно малым и много меньшим остальных двух размеров ящика, то открывается возможность нарушения обобщенного второго закона. Унру и Уолд (1982, 1983a) показали, что этот вывод неверен. Дело в том, что в приведенном рассмотрении не учтены эффекты, связанные с поляризацией вакуума. Учет этих эффектов существенно изменяет ситуацию.

По предположению, стеки ящика зеркальные. При медленном перемещении ящика по мере приближения к черной дыре они испытывают все большее ускорение, а ускоренное движение зеркальных границ в результате квантового эффекта порождает потоки энергии. Этот эффект хорошо известен в плоском пространстве-времени [см. Де Витт (1975), Биррел, Девис (1982)]. Физическая причина его в следующем. При отражении излучения от зеркальной границы на ней индуцируются заряды и токи. Аналогичное явление происходит и в вакууме; при этом "наведенные" нулевыми колебаниями заряды и токи флуктуируют и их средние равны нулю. Если подобное тело начинает двигаться ускоренно, то "наведенные" заряды и токи излучают. При движении плоского зеркала с возрастающим ускорением в плоском пространстве-времени по обе стороны от зеркала имеются потоки энергии, совпадающие по направлению с вектором ускорения**).

Аналогичный эффект, как показали Унру и Уолд (1982, 1983a), имеет место и при опускании на черную дыру ящика с зеркальными границами. Поскольку ускорение нижней стенки всегда больше ускорения вверхней, медленное опускание ящика приводит к дополнительному положительному

*) Относительно выполнимости этого ограничения для реальных физических систем см. Бекенштейн (1982, 1983), Унру, Уолд (1983a).

**) Для скалярного безмассового поля в двумерном пространстве-времени этот поток $T_{\mu\nu}v^\mu \frac{a^\nu}{a}$ (v^μ — 4-скорость, a^μ — 4-ускорение) равен $\frac{1}{12\pi} \frac{d\alpha}{d\tau}$ (τ — собственное время наблюдателя на поверхности зеркала).

ному потоку энергии, связанному с поляризацией вакуума стенками ящика, внутрь черной дыры. В результате величина энергии ϵ , переданной черной дыре, и связанное с ней изменение энтропии S^H будут больше и обобщенная энтропия не убывает.

Отметим, что при этом процессе излучение зеркальных стенок внутрь ящика приводит к уменьшению энергии его содержимого. Если опускается пустой ящик, то энергия, заключенная внутри него, может стать отрицательной. В точке, в которой ускорение покоящегося ящика равно a ($a \gg k$), плотность энергии внутри ящика становится порядка $-\sigma T_a^4$, где $T_a = a/2\pi$ — локальная температура, измеряемая покоящимся наблюдателем в этой точке (см. § 10.3). Если теперь открыть этот ящик, то появится поток отрицательной энергии внутрь черной дыры, который прекратится, как только плотность энергии-импульса излучения в ящике станет порядка плотности энергии-импульса $\langle T_\nu^4 \rangle$ в окрестности рассматриваемой точки ($\sim \sigma(k/2\pi)^4$). Если теперь закрыть ящик и извлечь его наружу, то удаленный наблюдатель обнаружит, что он заполнен тепловым излучением с температурой $T_a = a/2\pi$. В результате такого циклического процесса масса черной дыры слегка уменьшится, а соответствующая энергия (равная разности энергии извлеченного излучения и затраченной в данном цикле работы) может быть использована для совершения работы [Унру, Уолд (1982, 1983a)].

Повторяя цикл, можно непрерывно черпать энергию даже из холодных (массивных) черных дыр. Ограничение на допустимую мощность, получаемую в таком процессе, найдено в работе Унру и Уолда (1983b) и имеет вид $|dE/dt| \leq c^5/G \approx 3,6 \cdot 10^{59}$ эрг/с. Этот процесс также не нарушает обобщенного второго закона физики черных дыр.

Тот факт, что в обобщенный закон на одинаковом основании входят, казалось бы, разные по своей природе величины: S^m — характеризующая "степень беспорядка" строения физического вещества и S^H — геометрическая характеристика черной дыры, еще раз указывает на их глубокое родство. По сути дела, сама возможность такого родства заложена уже в уравнениях Эйнштейна, которые связывают физические характеристики вещества с геометрическими характеристиками пространства-времени.

Наличие связи тепловых свойств черных дыр с потерей информации об области пространства-времени внутри нее находится в согласии с общим информационным подходом к термодинамике, который был сформулирован Сцилардом (1929) и развивался многими физиками и математиками [см., например, книги Бриллюэна (1956) и Поплавского (1981*)]. Суть этого подхода состоит в том, что существует прямая связь между недостатками информации о физической системе и величиной ее энтропии.

В черной дыре информация о состоянии сколлапсированного вещества "отсекается" мощными силами тяготения. Черная дыра "забывает" свою предысторию, сохраняя память только о "макроскопических" характеристиках: массе, заряде и угловом моменте. В соответствии с этим энтропия черной дыры S^H служит мерой потери информации в результате коллапса, и число различных ("микроскопических") состояний системы, коллапс которой приводит к образованию черной дыры с заданными параметрами.

рами M, J, Q , должно быть пропорционально $\exp [S(M, J, Q)/k]$ [Бекенштейн (1973b, 1980), Хокинг (1976a), Уолд (1979b)]. Прямое вычисление этого числа состояний представляет собой весьма сложную и еще не решенную задачу.

Имеются и другие подходы к определению пространства микросостояний черной дыры. Мы кратко остановимся на двух из них. Йорк (1983) обратил внимание на то, что при квантовом испарении черной дыры происходит тепловое возбуждение ее гравитационных квазинормальных мод. Его предложение состоит в том, чтобы определить энтропию черной дыры как логарифм числа различных состояний возбуждения этих мод в процессе испарения черной дыры.

Зурек и Торн (1985) связывают энтропию черной дыры с логарифмом числа различных состояний, которые могут существовать в тонком поверхностном слое вне черной дыры, лежащем между горизонтом событий и "растянутым" горизонтом (см. § 7.3).

Несмотря на определенные успехи описанных выше подходов, как уже отмечалось выше, строгое микроскопическое определение энтропии черной дыры и обоснование обобщенного второго закона остаются пока нерешенными проблемами физики черных дыр.

Сформулируем, наконец, аналог третьего закона термодинамики [Бардин и др., 1973] *).

Третий закон физики черных дыр. Температуру черной дыры невозможно обратить в нуль посредством любого конечного числа операций.

Поскольку θ обращается в нуль одновременно с k , то это возможно лишь в том случае, когда уединенная стационарная черная дыра является экстремальной: $M^2 = a^2 + Q^2$. Невозможность за конечное число шагов с помощью физических воздействий превратить черную дыру в экстремальную тесным образом связана с невозможностью достижения состояния с $M^2 < a^2 + Q^2$, при котором появлялась бы голая сингулярность и происходило нарушение принципа "космической цензуры". Анализ конкретных примеров [см., например, Уолд (1974a)] показывает, что чем ближе состояние черной дыры к экстремальному, тем ограничительнее становятся условия возможности выполнения следующего шага.

§ 11.4. Черная дыра как термодинамическая система

Рассмотрим более подробно ситуацию, когда черная дыра окружена излучением черного тела при некоторой температуре T^{**}). Как уже отмечалось выше, если эта температура совпадает с температурой черной дыры θ , то имеет место равновесие, при котором аккреция излучения на чер-

*) Следует особо подчеркнуть, что другая формулировка третьего закона термодинамики, гласящая, что энтропия системы обращается в нуль при нулевой абсолютной температуре системы, несправедлива в случае черных дыр, поскольку площадь A остается конечной при $k \rightarrow 0$.

**) Мюсс (1984) указал на возможность того, что при квантовом испарении черной дыры в результате фазового перехода вокруг нее образуется "пузырь" новой фазы. При определенных условиях частицы, излучаемые черной дырой, будут отражаться от стенки пузыря и, накапливаясь внутри него, приводить к появлению вне черной дыры высокотемпературной среды.