рами M, J, Q, должно быть пропорционально $\exp[S(M, J, Q)/k]$ [Бекенштейн (1973b, 1980), Хокинг (1976a), Уолд (1979b)]. Прямое вычисление этого числа состояний представляет собой весьма сложную и еще не решенную задачу.

Имеются и другие подходы к определению пространства микросостояний черной дыры. Мы кратко остановимся на двух из них. Йорк (1983) обратил внимание на то, что при квантовом испарении черной дыры происходит тепловое возбуждение ее гравитационных квазинормальных мод. Его предложение состоит в том, чтобы определить энтропию черной дыры как логарифм числа различных состояний возбуждения этих мод в процессе испарения черной дыры.

Зурек и Торн (1985) связывают энтропию черной дыры с логарифмом числа различных состояний, которые могут существовать в тонком поверхностном слое вне черной дыры, лежащем между горизонтом событий и "растянутым" горизонтом (см. § 7.3).

Несмотря на определенные успехи описанных выше подходов, как уже отмечалось выше, строгое микроскопическое определение энтропии черной дыры и обоснование обобщенного второго закона остаются пока нерешенными проблемами физики черных дыр.

Сформулируем, наконец, аналог третьего закона термодинамики [Бардин и др., 1973)]*).

Третий закон физики черных дыр. Температуру черной дыры невозможно обратить в нуль посредством любого конечного числа операций.

Поскольку θ обращается в нуль одновременно с κ, то это возможно лишь в том случае, когда уединенная стационарная черная дыра является экстремальной: $M^2 = a^2 + Q^2$. Невозможность за конечное число шагов с помощью физических воздействий превратить черную дыру в экстремальную тесным образом связана с невозможностью достижения состояния с $M^2 < a^2 + Q^2$, при котором появлялась бы голая сингулярность и происходило нарушение принципа "космической цензуры". Анализ конкретных примеров [см., например, Уолд (1974a)] показывает, что чем ближе состояние черной дыры к экстремальному, тем ограничительнее становятся условия возможности выполнения следующего шага.

§ 11.4. Черная дыра как термодинамическая система

Рассмотрим более подробно ситуацию, когда черная дыра окружена излучением черного тела при некоторой температуре T**). Как уже отмечалось выше, если эта температура совпадает с температурой черной дыры θ, то имеет место равновесие, при котором аккреция излучения на чер-

*) Следует особо подчеркнуть, что другая формулировка третьего закона термодинамики, гласящая, что энтропия системы обращается в нуль при нулевой абсолютной температуре системы, несправедлива в случае черных дыр, поскольку площадь A остается конечной при $\kappa \to 0$.

**) Мосс (1984) указал на возможность того, что при квантовом испарении черной дыры в результате фазового перехода вокруг нее образуется "пузырь" новой фазы. При определенных условиях частицы, излучаемые черной дырой, будут отражаться от стенки пузыря и, накапливаясь внутри него, приводить к появлению вне черной дыры высокотемпературной среды.

ную дыру компенсируется хокинговским излучением дыры*). Нетрудно убедиться, что это равновесие является неустойчивым. Действительно, пусть в результате случайной флуктуации в течение некоторого интервала времени черная дыра поглотила меньше энергии, чем излучила. В этом случае ее масса слегка уменьшится, а температура θ возрастет, что приведет к дальнейшему увеличению скорости излучения и к дальнейшему уменьшению массы черной дыры. С другой стороны, флуктуация, приводящая к увеличению массы черной дыры, понизит ее температуру и темп хокинговского излучения. В этом случае лидирующим процессом станет аккреция излучения на черную дыру. Иными словами, при наличии достаточного количества излучения вокруг черной дыры возможны две ситуации: либо полное испарение черной дыры, либо неограниченный рост ее размеров**).

Указанная особенность поведения невращающихся незаряженных черных дыр непосредственно связана с тем, что их удельная теплоемкость

$$C = \theta\left(\frac{\partial S^H}{\partial \theta}\right)_{J=Q=0} \tag{11.4.1}$$

отрицательна ($C = -8\pi M^2$). Отрицательная теплоемкость означает, что уменьшение энергии системы приводит к росту ее температуры ($dE = C\,d\theta$). Это свойство характерно для систем с дальнодействующими силами притяжения, в частности для систем с гравитационным самодействием. Нетрудно убедиться, используя, например, теорему вириала, что уменьшение размеров системы, приводящее к уменьшению потенциальной и полной энергии, одновременно ведет к возрастанию кинетической энергии частиц системы (температуры тела).

Покажем, что если черная дыра помещена в резервуар с излучением, обладающим конечной энергией, то возможна устойчивая равновесная конфигурация. Пусть температура излучения T; тогда его энергия E^m и энтропия S^m равны

$$E^m = \sigma V T^4, \quad S^m = \frac{4}{3}\sigma V T^3, \tag{11.4.2}$$

где V – объем резервуара,

$$\sigma = \frac{\pi^2}{15}\left(n_b + \frac{7}{8}n_f + \frac{1}{2}n_s\right), \tag{11.4.3}$$

n_b – число бозонных полей со спином, отличным от нуля, n_f – число фермионных полей и n_s – число скалярных полей (для простоты мы рассматриваем только безмассовые поля). Условие устойчивого равновесия в сис-

---

*) Гиббонс и Перри (1976, 1978) показали, что учет взаимодействия тепловых квантов друг с другом не изменяет этого вывода.

**) Поскольку черная дыра не может находиться в устойчивом тепловом равновесии с неограниченно большим резервуаром тепловой энергии, то для описания систем, содержащих черные дыры, нельзя использовать обычный канонический ансамбль статистической механики. При этом, однако, остается возможность описания подобных систем с помощью микроканонического ансамбля [Хокинг (1976а)].

теме, состоящей из резервуара с излучением и помещенной внутрь него черной дырой, состоит в максимальности обобщенной энтропии

$$S = S^H + S^m = 4\pi M^2 + \frac{4}{3}\sigma V T^3 \tag{11.4.4}$$

при фиксированном значении полной энергии

$$E = M + \sigma V T^4. \tag{11.4.5}$$

Используя связь $dM/dT = -4\sigma V T^3$, вытекающую из (11.4.5), можно убедиться, что экстремум S достигается при условии $T = \theta = 1/8\pi M$, означающем совпадение температуры излучения и температуры черной дыры. Это состояние равновесия устойчиво, если $d^2S/dT^2 < 0$, что эквивалентно выполнению неравенства

$$E^m < \frac{1}{4}M. \tag{11.4.6}$$

Механизм устойчивости такого равновесия следующий. Допустим, как и выше, из-за флуктуации черная дыра поглотила больше энергии, чем излучила. Ее температура, а следовательно и скорость излучения, при этом упадет. Однако из-за уменьшения количества излучения вне черной дыры понизится и скорость аккреции его на дыру. При выполнении условия (11.4.6) второй из эффектов оказывается более существенным, и, уменьшив свою массу за счет избытка излучения над аккрецией, черная дыра вернется в исходное состояние. Аналогичным образом обстоит дело и с флуктуациями, связанными с уменьшением массы черной дыры.

Условие (11.4.6) может быть переформулировано как ограничение на объем V. Обозначим

$$V_{\text{cr}} = \frac{2^{20}\pi^4}{5^5\sigma} E^5. \tag{11.4.7}$$

Тогда, если $V > V_{\text{cr}}$, то наиболее вероятным состоянием будет тепловое излучение без всякой черной дыры. В случае обратного неравенства ($V < V_{\text{cr}}$) система содержит черную дыру, окруженную тепловым излучением при температуре $T = \theta$ [Хокинг (1976а)]. Процесс возникновения черной дыры при $V = V_{\text{cr}}$ при уменьшении объема V напоминает фазовый переход первого рода и сходен с процессом образования капли жидкости при охлаждении пара.

Для заряженной вращающейся черной дыры теплоемкость, рассчитанная с помощью формулы, аналогичной (11.4.1), имеет вид

$$C = \frac{MTS^3}{\pi J^2 + \frac{\pi}{4}Q^4 - T^2S^3}. \tag{11.4.8}$$

Если обозначить $J^2 = \alpha M^4$ и $Q^2 = \beta M^2$, то нетрудно убедиться, что величина C изменяет знак при параметрах α и β, удовлетворяющих соотношению [Девис, (1977)]

$$\alpha^2 + 6\alpha + 4\beta - 3 = 0, \tag{11.4.9}$$

принимая в этой точке бесконечное значение. Хотя это свойство теплоем-

кости в известной мере сходно со свойством теплоемкостей обычных веществ при фазовых переходах второго рода, рождение заряженных частиц и квантовый аналог суперрадиации делают затруднительным аккуратное рассмотрение физических особенностей, связанных с описанным выше поведением коэффициента удельной теплоемкости C [Девис (1977), Хут (1977), Соколовский, Мазур (1980)].

Исследованная нами в этой главе термодинамическая аналогия в физике черных дыр ограничивалась, по сути дела, *равновесной* термодинамикой (т.е. рассмотрением равновесных состояний и различных соотношений, связывающих характеристики таких состояний). Эта аналогия на самом деле шире. Ее можно проследить и для *неравновесной* термодинамики, которая описывает необратимые переходы системы из одного состояния в другое и процессы, происходящие при переходе системы в состояние термодинамического равновесия [Дамур (1979)]. Общее обсуждение проблем необратимой термодинамики черных дыр можно найти в работе Шьямы (1981). Относительно изменения энтропии черной дыры при неравновесных процессах см. Хокинг, Хартль (1972), Бекенштейн (1974), Картер (1979).

В этой и предыдущих главах при описании черных дыр основное внимание уделялось тем их свойствам, которые доступны для изучения отдаленному наблюдателю. Прежде чем перейти к обсуждению строения пространства-времени внутри черной дыры, сделаем одно общее замечание. Исходной при рассмотрении черных дыр являлась точка зрения на них как на такие объекты, которые наделены сильным гравитационным полем и обладают важнейшим свойством: все поглощают и ничего не излучают, а горизонт событий – это нематериальная мысленная граница, отделяющая область, откуда ничто не выходит, от внешнего пространства. В процессе изучения различных физических процессов с участием черной дыры происходило постепенное расширение представлений о ней. Оказалось, что в этих процессах черная дыра до известной степени ведет себя так же, как другие реальные материальные тела, и характеризуется целым набором физических свойств. Поверхность черной дыры как бы обладает натяжением. При отсутствии внешних воздействий невращающаяся черная дыра принимает сферическую форму. Резкое воздействие вызывает в ней собственные колебания, которые затухают со временем так, как будто имеется трение (квазинормальные моды, § 3.2). Во внешнем статическом поле черная дыра деформируется как упругое тело (§ 8.5). Если черная дыра вращается, то угловая скорость вращения ее поверхности постоянна, как у твердого тела (§ 11.2). Черная дыра излучает как нагретое тело (§ 9.5), имеет определенную энтропию (§ 11.3) и подчиняется термодинамическим законам (§ 11.3). Черная дыра обладает поверхностной вязкостью. Покоящееся внешнее тело, оказывающее приливное воздействие на горизонт вращающейся черной дыры, приводит к постепенному замедлению ее вращения и возрастанию ее энтропии [Хокинг, Хартль (1972), Хартль (1973, 1974)]. В электродинамических процессах она ведет себя так, будто на ее поверхности внешнее поле индуцирует поверхностные заряды и токи, удовлетворяющие закону сохранения и законам Гаусса, Ампера и Ома, причем ее поверхностное сопротивление равно 377 Ом (§ 7.3).

Подобный подход к черной дыре как к физическому телу с определенными поверхностными свойствами нашел свое отражение в так называемом мембранном формализме, уже упоминавшемся в § 7.3. Этот формализм был сформулирован в работах Дамура (1978, 1979, 1982) и Знаека (1978) и развит на основе метода "3 + 1"-расщепления пространства-времени Торном, Макдональдом (1982), Прайсом, Торном (1985) и Торном (1986) [общий обзор см. Торн и др. (1985)].

Подчеркнем, однако, еще раз: хотя подобный подход до известной степени облегчает рассмотрение различных эффектов с участием черных дыр и позволяет привлекать обычную физическую интуицию, необходимо помнить, что, конечно же, никакой материальной оболочки у черной дыры нет, а сам подход не что иное, как удобный способ описания этих объектов внешним наблюдателем.