

ных положениях, связанных с возможностью образования первичных черных дыр в ранней Вселенной*). Прежде всего возникают следующие два вопроса:

1) Каковы должны быть отклонения от метрики однородной изотропной модели Вселенной, чтобы черные дыры действительно возникали?

2) Как будет происходить акреция окружающего горячего вещества на возникшую черную дыру и как будет меняться в связи с этим ее масса?

Второй вопрос связан с тем, что уже в работе Зельдовича и Новикова (1966*) было отмечено: если установится стационарный поток газа на черную дыру, то масса ее будет катастрофически быстро расти, а если сразу же после возникновения черной дыры такая стационарная акреция не возникнет, то в дальнейшем ею можно полностью пренебречь, так как плотность окружающего газа в расширяющейся Вселенной быстро падает.

Ответ на оба вопроса требует выполнения численного счета на ЭВМ. Соответствующие расчеты были проделаны Надежиным и др. (1977, 1978*), Новиковым и Полнаревым (1980*) для случая сферической симметрии.

Основные результаты этих расчетов состоят в следующем. Для возникновения черной дыры необходимо, чтобы безразмерная амплитуда возмущения метрики $\delta g_{\beta}^{\alpha}$ была порядка 0,75–0,9. Неопределенность ответа связана с зависимостью решения от профиля возмущения. Напомним, что пока $l = ct$ много меньше линейного размера возмущенной области, амплитуда возмущения метрики не меняется со временем. При $\delta g_{\beta}^{\alpha}$, меньших 0,75–0,9, после того как $l = ct$ становится порядка размеров возмущения, возникшие возмущения плотности превращаются в звуковые волны.

Тем самым получен ответ на первый из поставленных вопросов.

Ответ на второй вопрос выглядит так. Численный счет показывает, что уже в момент образования черной дыры ее масса составляет 10–15% от массы, охваченной к этому моменту масштабом $l = ct$. Это означает, что акреция газа на возникшую черную дыру не может стать катастрофической. Расчеты подтверждают – масса черной дыры увеличивается вследствие падения в нее окружающего газа лишь незначительно. О возможном количестве первичных черных дыр во Вселенной см. Новиков и др. (1979), Карп (1983).

§ 13.2. Классическая и квантовая неустойчивости белых дыр

Решения уравнений Эйнштейна, описывающие черные и белые дыры, формально обладают рядом сходных свойств. В частности, использование симметрии этих уравнений относительно обращения времени позволяет установить связь между решениями, описывающими образование черной дыры и взрыв белой дыры. При всем этом физические свойства черных и белых дыр и, в частности, их наблюдательные проявления и характер их взаимодействия с окружающим веществом существенно отличны. В этом нет ничего удивительного, поскольку одинаковость проявлений черной и белой

*) О возможности возникновения черных дыр во время фазовых переходов в ранней Вселенной см. Сато и др. (1981), Кодама и др. (1982), Маeda и др. (1982), Кардашев, Новиков (1982).

дыр подразумевает, что при обращении времени, переводящем их друг в друга, поведение окружающего вещества и характеристики внешнего наблюдателя не изменяются. А это не так. Наблюдатель всегда движется вперед по времени и получает информацию о процессах в поле дыры с помощью запаздывающих сигналов.

Ярким проявлением асимметрии свойств, присущих черным и белым дырам, является неустойчивость последних. К неустойчивости белых дыр могут приводить как классические процессы, связанные со взаимодействием их с окружающим веществом [Эрдли (1974), Фролов (1974*), Эрдли, Пресс (1975), Редмоунт (1984)], так и процессы, связанные с квантовым рождением частиц в их гравитационном поле [Зельдович и др. (1974*)]. В этом параграфе мы кратко остановимся на описании возможных механизмов неустойчивости белых дыр.

Начнем с неустойчивости белых дыр по отношению к падению на них обычного вещества. В чем заключается такая неустойчивость? Как это ни странно звучит — в том, что белая дыра не взорвется (вспомним ее определение). Пространство-время взрывающейся белой дыры изображено на рис. 8 и 9. Рассмотрим внешнего (т.е. при $r > r_g$) наблюдателя задолго до взрыва белой дыры. Покажем, что если в некоторый момент t_0 на белую дыру начинает падать небольшая масса вещества δM (для простоты мы рассматриваем падение тонкой сферической оболочки), то очень скоро по часам внешнего наблюдателя взрыв белой дыры становится невозможным. Вещество белой дыры, которое без акреции извне должно было через некоторое время, расширяясь от сингулярности, выйти из-под гравитационного радиуса (как показано на рис. 8), теперь сделать этого не сможет (белая дыра не взорвется).

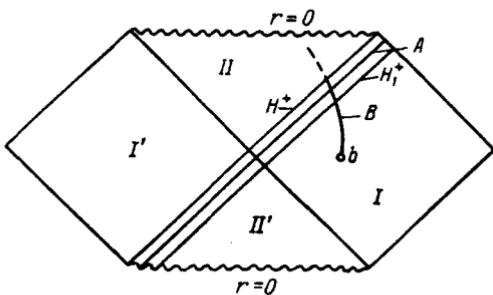


Рис. 86. Схема, поясняющая неустойчивость белой дыры относительно акреции внешнего вещества на нее (см. текст)

Причина такой неустойчивости состоит в следующем.

Изобразим движение границы A взрывающейся белой дыры на диаграмме Пенроуза (рис. 86). Для простоты будем считать, что граница расширяется с ультрапрелиativистской скоростью, т.е. изображается нулевой геодезической (это предположение не влияет на результат). Чем дольше задержка взрыва, тем ближе мировая линия границы A лежит к горизонту H^+ .

Пусть от точки b начинается падение массы δM на дыру (ее мировая линия изображается кривой B). Учтем обратное влияние малой массы δM на метрику. Гравитационный радиус r'_g теперь будет равен

$$r'_g = r_g + 2\delta M, \quad (13.2.1)$$

где $r_g = 2M$ – прежний гравитационный радиус. С учетом изменения метрики мировая линия горизонта есть H_1^+ *).

Теперь совершенно ясно, что если мировая линия A оказывается левее H_1^+ – нового горизонта, то вещества белой дыры никогда не выйдет из-под горизонта в область I к внешнему наблюдателю (белая дыра никогда не взорвется).

Сделаем некоторые оценки (по порядку величины). Если, двигаясь по невозмущенному пространству-времени (т.е. описываемому невозмущенными r и t), масса δM окажется ближе к r_g , чем возмущенный горизонт r'_g , то взрыв белой дыры окажется невозможным. Из формулы (2.3.3) следует, что при падении массы δM с расстояния r , равного нескольким r_g , продолжительность падения $\Delta t = t - t_0 \approx \frac{r_g}{c} \ln \frac{r_g}{r - r_g}$. Подставляя вместо r величину r'_g из формулы (13.2.1), получаем оценку для промежутка Δt , после которого взрыв белой дыры становится невозможным:

$$\Delta t \approx \frac{r_g}{c} \ln \frac{M}{\delta M}. \quad (13.2.2)$$

Ясно, что даже при ничтожных δM белая дыра сохраняет возможность взорваться только в течение короткого промежутка времени.

Аkkреция вещества на белые дыры делает их неустойчивыми и приводит к превращению их в разновидность черных дыр. Поэтому вопрос о судьбе подобных белых дыр должен рассматриваться вместе с вопросом о судьбе черных дыр. К этой ситуации мы вернемся в следующем параграфе.

Фроловым (1974*) проанализировано изменение движения расширяющегося вещества белой дыры при его столкновении с матерью в T_+ -области (области II' на рис. 86).

Перейдем теперь к рассмотрению квантовой неустойчивости белой дыры [Зельдович и др. (1974*)]. Эта неустойчивость связана с тем, что частицы, интенсивно рождаются вблизи шварцшильдовской сингулярности белой дыры, движутся наружу в T_+ -области, могут (вследствие этого) интенсивно влиять на метрику вдали от сингулярности, а также могут выходить из-под гравитационного радиуса, уменьшая массу белой дыры.

Оказывается, что все изменения, связанные с родившимися в белой дыре частицами, препятствуют взрыву задержавшегося ядра.

Наконец, еще один аспект проблемы связан с тем, что белая дыра должна существовать не в пустоте, а с самого начала расширения Вселенной. Это означает, что на ранних стадиях космологического расширения окружающее вещество активно взаимодействовало с белой дырой и с родившимися в ней частицами.

Начнем с анализа квантового рождения частиц в окрестности шварцшильдовской сингулярности в T_+ -области. Рассмотрим "вечную" белую дыру (см. § 2.7). Сингулярность в ней пространственноподобна и однородна. Поэтому центры масс каждого элемента объема родившихся частиц

*.) Чтобы не загромождать рисунок, не показан сдвиг I^+ и других линий из-за изменения метрики.

должны покояться в системе отсчета с однородным пространством. Общий вид такой системы отсчета (с учетом влияния родившихся частиц на метрику) для сферически-симметричного случая есть [Новиков (1964б*)]

$$ds^2 = -dt^2 + e^\lambda dR^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (13.2.3)$$

где λ и r – функция только от t .

Выберем t так, что сингулярность соответствует $t = 0$. При $t \rightarrow 0$
 $r \approx t^{2/3}$, $e^\lambda \approx t^{-2/3}$. (13.2.4)

Рождение частиц в такой метрике происходит вблизи сингулярности, вероятно, при $t \approx t_{p1}$ [Зельдович, Старобинский (1971*)]. Плотность энергии родившихся частиц при этом

$$\epsilon_{p1} \approx \frac{1}{Gt_{p1}^2}. \quad (13.2.5)$$

После t_{p1} скорость рождения частиц резко падает, и им можно пренебречь. В дальнейшем плотность убывает вследствие расширения объема. Для расчета эволюции системы надо знать уравнение состояния родившейся материи. В работе Зельдовича и др. (1974*) построены модели для разных уравнений состояния. Не все эти модели реалистичны, но они обладают рядом общих свойств, отражающих особенности задачи, а в некоторых случаях позволяют решить задачу до конца.

Простейшее (нереалистическое) предположение состоит в том, что полагается равным нулю давление родившихся частиц ($p = 0$). Решение записывается в параметрическом виде

$$\begin{aligned} r &= \frac{1}{2}r_g(1 - \cos\xi), \\ e^{\lambda/2} &= \operatorname{ctg}\frac{\xi}{2} + \alpha\left(1 - \frac{1}{2}\operatorname{ctg}\frac{\xi}{2}\right), \\ t &= \frac{1}{2}r_g(\xi - \sin\xi), \\ 8\pi G\epsilon &= \alpha r^{-2}e^{-\lambda/2}, \end{aligned} \quad (13.2.6)$$

где $\alpha \approx \frac{r_g}{r_{p1}} \gg 1$, $0 \leq \xi \leq 2\pi$, $-\infty < R < \infty$. Решение описывает однородное расширение массы родившихся частиц от момента $t \approx t_{p1}$ до момента t_1 , когда $r = r_g$ и плотность энергии $\epsilon = (8\pi Gr_g^2)^{-1}$, а затем последующее сжатие материи к сингулярности.

Чтобы прояснить физический смысл решения, потребуем выполнения следующего условия: рождение частиц имеет место вблизи $t \approx t_{p1}$ на участке R от $-\infty$ до некоторого R_1 , а при $R > R_1$ рождение частиц отсутствует. (Мы увидим в дальнейшем, как такое предположение сделать реалистичным.) Тогда структура пространства-времени имеет вид, изображенный на рис. 87. Вся масса рожденных частиц находится под гравитационным радиусом и не выходит из белой дыры.

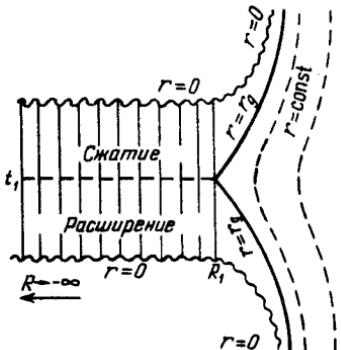


Рис. 87. Схема расширения и сжатия вещества с $p = 0$ внутри белой дыры, родившегося из-за квантовых процессов вблизи $r = 0$ левее R_1 .

Рис. 88. Белая дыра с родившимся веществом ($p = 0$) в холодной модели Вселенной (с веществом, для которого также $p = 0$)

Предположим теперь, что мы рассматриваем не "вечную" белую дыру, а белую дыру с задержавшимся в расширении ядром. Легко показать, что родившиеся вблизи шварцшильдовской сингулярности частицы не позволяют такому ядру выйти из-под гравитационного радиуса.

Действительно, длительная задержка расширения ядра соответствует тому, что его граница должна лежать при $R = R_2$ в момент $t \approx t_{p1}$ (вблизи $r = 0$) далеко слева от точки R_1 ($R_2 \ll R_1$). Сигнал, вышедший из R_2 в момент t_{p1} и идущий направо к R_1 , успевает пройти за все время расширения t_1 только конечное расстояние ΔR . Оценка показывает, что

$$\Delta R \approx 7r_{p1} \ll r_g. \quad (13.2.7)$$

Если $R_1 - R_2 \gg \Delta R$, то сигнал не успеет дойти до R_1 к моменту окончания расширения t_1 . Поэтому взорвавшееся вещество задержавшегося ядра не только само не сможет выйти к внешнему наблюдателю, но и никакие сигналы от этого взрыва не дойдут до R_1 и не выйдут из белой дыры. Задержавшееся ядро будет погребено под массой родившихся частиц.

Теперь обсудим предположение об отсутствии рождения частиц вблизи $r = 0$ правее координаты R_1 . Надо помнить, что белая дыра находится не просто в пустом пространстве, а в расширяющейся Вселенной [Новиков (1964**b*), Нееман (1965)]. Если правее точки R_1 вблизи $r = 0$ расположено окружающее белую дыру вещество однородной космологической модели, то рождение частиц в этой области практически отсутствует [при стандартных предположениях; см. Зельдович, Старобинский (1971*)]. Если при этом считать, что в окружающем веществе нет давления (что нереалистично), то оно вообще никак не влияет на область левее R_1 . Структура пространства-времени в такой модели показана на рис. 88.

Перейдем теперь к более реалистическим моделям.

Предположим, что родившиеся частицы не взаимодействуют друг с другом и представляют собой два встречных потока, движущиеся вдоль радиальной координаты со скоростью света. В этом случае $-T_0^0 = T_1^1 = \epsilon$, остальные $T_i^k = 0$. Другое предположение состоит в том, что из-за взаимодействия

релятивистских родившихся частиц возникает паскалевское давление $p = \epsilon/3$. Решения для этих случаев аналогичны (13.2.6) для случая $p = 0$; см. Зельдович и др. (1974*). Они также описывают расширение системы до некоторого r_{\max} и последующее сжатие к сингулярности. Здесь опять сигнал, идущий со скоростью света, проходит вдоль R конечное небольшое расстояние за все время расширения системы. Поэтому, если имеется задержавшееся в расширении ядро, то родившиеся частицы (как и в случае $p = 0$) не дадут ему, взорвавшись, расшириться к внешнему наблюдателю. Существенное отличие по сравнению со случаем $p = 0$ состоит в том, что при $T_1^1 \neq 0$ возникает поток материи через границу R_1 направо. Этот поток может выходить из-под r_g , уменьшая массу белой дыры.

Если такая белая дыра находится в холодной Вселенной с веществом, для которого $p = 0$, то, как показано в уже цитированной работе Зельдовича и др. (1974*), уменьшение массы белой дыры из-за спонтанного истечения родившегося вещества из дыры может быть весьма существенным.

Однако, если рассматривать белую дыру в реальной горячей Вселенной с материей и уравнением состояния $p = \epsilon/3$, то ситуация меняется. Давление окружающего горячего вещества сдерживает истечение из белой дыры родившегося вещества, и, вероятно, потери массы из-за истечения при этом заметно меньше. Мы не будем подробно исследовать данную ситуацию, так как это скорее проблема космологии (об аккреции вещества на компактные ядра в горячей Вселенной см. § 13.1).

§ 13.3. Что остается при квантовом распаде черной дыры?

К сожалению, однозначно ответить на этот вопрос в настоящее время не представляется возможным. Дело в том, что при попытке решения этого вопроса мы неизбежно и в полной мере сталкиваемся с проблемами, относящимися к компетенции квантовой гравитации. Поскольку сама теория квантовой гравитации еще, по-видимому, далека от своего завершения, а присущие ей трудности (расходимости, неперенормируемость, неоднозначность выхода за массовую поверхность, учет возможных изменений топологии пространства-времени) имеют фундаментальный характер, то все это приводит к тому, что полная самосогласованная квантовая теория испаряющихся черных дыр пока отсутствует. В этой ситуации естественным является подход, при котором исследуются модели, отражающие те или иные стороны полной задачи.

Мы ограничимся рассмотрением сферически-симметричного случая *). Соответствующую усредненную метрику $g_{\mu\nu} = \langle \hat{g}_{\mu\nu} \rangle$ удобно записать в виде [Бардин (1981)]

$$ds^2 = -e^{2\psi} F dv^2 + 2e^\psi dr dv + r^2 d\omega^2. \quad (13.3.1)$$

Здесь v — световая координата опережающего времени, а ψ и F — функции

*) Теорема о "выпадении волос" вблизи сингулярности внутри черной дыры (см. § 12.1), согласно которой при удалении от колапсирующего и невращающегося тела пространство-время в T_- -области все в большей степени приближается к сферически-симметричному, дает основание считать, что выводы, полученные для сферически-симметричных черных дыр, могут иметь значение и для более общих ситуаций.