релятивистских родившихся частиц возникает паскалевское давление $p = \epsilon/3$. Решения для этих случаев аналогичны (13.2.6) для случая $p = 0$; см. Зельдович и др. (1974*). Они также описывают расширение системы до некоторого r_{max} и последующее сжатие к сингулярности. Здесь опять сигнал, идущий со скоростью света, проходит вдоль R конечное небольшое расстояние за все время расширения системы. Поэтому, если имеется задержавшееся в расширении ядро, то родившиеся частицы (как и в случае $p = 0$) не дадут ему, взорвавшись, расшириться к внешнему наблюдателю. Существенное отличие по сравнению со случаем $p = 0$ состоит в том, что при $T_1^1 \neq 0$ возникает поток материи через границу R_1 направо. Этот поток может выходить из-под r_g, уменьшая массу белой дыры.

Если такая белая дыра находится в холодной Вселенной с веществом, для которого $p = 0$, то, как показано в уже цитированной работе Зельдовича и др. (1974*), уменьшение массы белой дыры из-за спонтанного истечения родившегося вещества из дыры может быть весьма существенным.

Однако, если рассматривать белую дыру в реальной горячей Вселенной с материей и уравнением состояния $p = \epsilon/3$, то ситуация меняется. Давление окружающего горячего вещества сдерживает истечение из белой дыры родившегося вещества, и, вероятно, потери массы из-за истечения при этом заметно меньше. Мы не будем подробно исследовать данную ситуацию, так как это скорее проблема космологии (об аккреции вещества на компактные ядра в горячей Вселенной см. § 13.1).

§ 13.3. Что остается при квантовом распаде черной дыры?

К сожалению, однозначно ответить на этот вопрос в настоящее время не представляется возможным. Дело в том, что при попытке решения этого вопроса мы неизбежно и в полной мере сталкиваемся с проблемами, относящимися к компетенции квантовой гравитации. Поскольку сама теория квантовой гравитации еще, по-видимому, далека от своего завершения, а присущие ей трудности (расходимости, неперенормируемость, неоднозначность выхода за массовую поверхность, учет возможных изменений топологии пространства-времени) имеют фундаментальный характер, то все это приводит к тому, что полная самосогласованная квантовая теория испаряющихся черных дыр пока отсутствует. В этой ситуации естественным является подход, при котором исследуются модели, отражающие те или иные стороны полной задачи.

Мы ограничимся рассмотрением сферически-симметричного случая*). Соответствующую усредненную метрику $g_{\mu\nu} = \langle \hat{g}_{\mu\nu} \rangle$ удобно записать в виде [Бардин (1981)]

$$ds^2 = -e^{2\psi} F dv^2 + 2e^{\psi} dr\, dv + r^2 d\omega^2. \qquad (13.3.1)$$

Здесь v – световая координата опережающего времени, а ψ и F – функции

*) Теорема о "выпадении волос" вблизи сингулярности внутри черной дыры (см. § 12.1), согласно которой при удалении от коллапсирующего невращающегося тела пространство-время в T_--области все в большей степени приближается к сферически-симметричному, дает основание считать, что выводы, полученные для сферически-симметричных черных дыр, могут иметь значение и для более общих ситуаций.

от r и v, имеющие следующий инвариантный смысл:

$$F(r, v) \equiv g^{\mu\nu} r_{,\mu} r_{,\nu}, \qquad e^{-\psi(r, v)} = g^{\mu\nu} r_{,\mu} v_{,\nu}. \tag{13.3.2}$$

Будем считать пространство-время асимптотически плоским и потребуем, чтобы

$$\lim_{r \to \infty} F(r, v) = 1, \qquad \lim_{r \to \infty} \psi(r, v) = 0. \tag{13.3.3}$$

Конечно, само описание геометрии с помощью усредненной метрики $g_{\mu\nu} = \langle \hat{g}_{\mu\nu} \rangle$ имеет ограниченную область применимости. В частности, оно неприменимо на масштабах, меньших l_{Pl}, из-за сильных квантовых флуктуаций гравитационного поля. Мы вернемся к обсуждению вопроса о возможной роли флуктуаций ($r < l_{\mathrm{Pl}}$) позднее, а пока остановимся на некоторых общих свойствах усредненной метрики.

Существенную информацию о свойствах рассматриваемого пространства-времени можно получить, изучая поведение поверхности уровня $F = \mathrm{const}$ функции F. В частности, внешняя часть поверхности $F = 0$ совпадает с горизонтом видимости. Если бы образовавшаяся черная дыра была статической, то горизонт видимости совпадал бы с горизонтом событий и поверхность $F = 0$ описывалась бы уравнением $r = 2M$, где M – масса образовавшейся черной дыры. Квантовое испарение дыры приводит к тому, что горизонт видимости нестатичен и размер его уменьшается со временем (кривая BC на рис. 89). Если $r = \rho(v)$ – уравнение выходящих радиальных световых лучей, то на поверхности уровня $F = 0$ имеем

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dv} &= e^{\psi} F = 0, \\ \frac{d^2\rho}{dv^2} &= (e^{\psi} F)_{,v}. \end{aligned} \tag{13.3.4}$$

В частности, на участке BC $d^2\rho/dv^2 > 0$.

Используя выражение (13.3.1) для метрики, можно вычислить соответствующий тензор Риччи и убедиться, что эта метрика в общем случае удовлетворяет уравнениям Эйнштейна

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu} \tag{13.3.5}$$

с отличной от нуля правой частью. В частности,

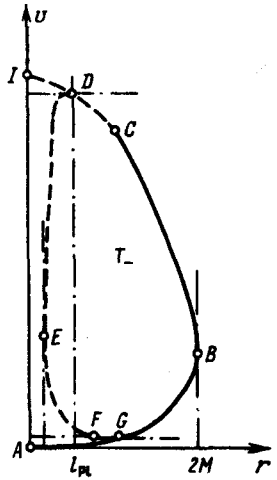
$$T_{vv} = \frac{1}{8\pi r} \left\{ e^{\psi} F \left[\frac{e^{\psi}}{r} \partial_r (r(1 - F)) + \psi_{,v} \right] - (e^{\psi} F)_{,v} \right\}. \tag{13.3.6}$$

На поверхности уровня $F = 0$ (на горизонте видимости) это соотношение упрощается и принимает вид

$$T_{vv} \Big|_{F=0} = -\frac{1}{8\pi r} (e^{\psi} F)_{,v} \Big|_{F=0} = -\frac{1}{8\pi r} \frac{d^2\rho}{dv^2} \Bigg|_{F=0}. \tag{13.3.7}$$

Поэтому на участке BC имеется поток отрицательной плотности энергии через горизонт видимости, что находится в полном соответствии с результатами, изложенными в гл. 10.

Рис. 89. Возможные варианты поведения горизонта видимости при квантовом испарении черной дыры



На всем интервале времени v, в течение которого масса черной дыры $m(v)$ (в качестве которой можно выбрать величину $m(v) = r/2|_{F=0}$) значительно превосходит планковскую m_{Pl}, скорость изменения размера горизонта видимости со временем $d(r|_{F=0})/dv$ мала по сравнению со скоростью света, и для описания процессов вблизи горизонта можно использовать *квазистатическое приближение* [Гайчек, Израэль (1980), Бардин (1981), Фролов (1981), Нитьянанда, Нараян (1981)]*).

Последний этап испарения, на котором масса черной дыры становится сравнимой с планковской, является наиболее трудным для описания. На этом этапе кривизна пространства-времени вблизи горизонта видимости может достигать величины $1/l_{Pl}^2$, и для нахождения усредненной метрики требуется знание эффективного действия с учетом, вообще говоря, всех квантовых поправок. В общем случае можно утверждать, что если поверхность $F = 0$ пересекает $r = 0$, то возникает сингулярность, связанная с обращением в бесконечность инвариантов кривизны [Фролов, Вилковыский (1979, 1981), Кодама (1979, 1980)].

В принципе имеется возможность избежать появления голой сингулярности, если предположить, что поверхность $F = 0$ является замкнутой и нигде не пересекает линии $r = 0$ (линия $BCDEFG$ на рис. 89). В этом случае отсутствует также и сингулярность внутри черной дыры**). Такая возможность обсуждалась в р ботах Фролова, Вилковыского (1979, 1981, 1982), Томбулиса (1980), Хаслачера, Моттолы (1981). Для этого решения пространство-время вблизи $r = 0$ является локально плоским, и можно ожидать, что оно обладает при $r \lesssim l_{Pl}$ значением кривизны порядка l_{Pl}^{-2}, а внутренняя часть линии $F = 0$ (FED) отстоит от $r = 0$ на расстояние порядка l_{Pl}. Используя общее соотношение (13.3.7), можно убедиться, что $T_{vv} < 0$ на участке EDB и $T_{vv} \gtrsim 0$ на участке $EFGB$, где E и B – точки касания $F = 0$ линий $r = \text{const}$ [Роман, Бергман (1983)].

Пространство-время с замкнутым горизонтом $F = 0$ не обладает горизонтом событий, и в этой ситуации, строго говоря, черная дыра отсутствует.

) Отдельные вопросы, связанные с изучением геометрии испаряющихся черных дыр, помимо перечисленных работ см. также Волович и др. (1976), Хискок (1981), Бальбинот, Бергамини (1982), Бальбинот и др. (1982), Бальбинот (1984а), Курода (1984).

**) Напомним, что вследствие квантовых эффектов полный эффективный тензор энергии-импульса в уравнении Эйнштейна не удовлетворяет, вообще говоря, условиям положительности плотности энергии и давления. Поэтому учет квантовых эффектов может приводить к нарушению условий теорем о сингулярности внутри черных дыр (см. § 5.6) и сингулярности могут отсутствовать.

Однако в течение всего времени квантового испарения существует область, откуда сигналы не могут выйти наружу, и если начальная масса такого объекта много больше планковской, то длительное время все его проявления неотличимы от проявлений черной дыры.

При рассмотрении описанной модели "черной дыры" без сингулярностей возникает ряд фундаментальных вопросов. Один из них – это вопрос, связанный с сохранением барионного заряда в такой системе. Предположим, что коллапсирующая система обладает значительным барионным зарядом. В процессе квантового испарения из-за симметрии рождения барионов и антибарионов *) барионный заряд, содержащийся внутри системы, не может существенно измениться. С другой стороны, если эта "черная дыра" испаряется полностью, то после ее испарения исходный барионный заряд исчезает. В результате мы сталкиваемся с явным нарушением закона сохранения барионного заряда.

Описанная ситуация могла бы рассматриваться как трудность модели, если бы не существовали процессы, не сохраняющие барионный заряд. К числу таких процессов, широко обсуждаемых в настоящее время в связи с теориями Великого объединения, относятся процессы с участием сверхмассивных (с массой $\sim 10^{14} - 10^{15}$ ГэВ) векторных X- и Y-бозонов. При сжатии вещества в процессе коллапса до плотностей $\rho \sim 10^{74} - 10^{78}$ г/см^3, отвечающих массе этих частиц, система почти мгновенно становится нейтральной по отношению к барионному заряду – независимо от его начального значения **). Поэтому еще до достижения планковской плотности $\rho_{\rm Pl} \sim 10^{94}$ г/см^3 вещество может полностью потерять свой исходный барионный заряд ***).

Движение частиц и лучей света в пространстве-времени с замкнутым горизонтом $F = 0$ обладает рядом интересных особенностей. Падающие по радиусу частицы за короткое собственное время (порядка r_g/c) пересекают T_--область, достигают линии $r = 0$ и начинают удаляться от центра. При этом, однако, они не могут вновь пересечь линию ED и попасть в T_--область. Поэтому все такие частицы (при классическом описании) скапливаются вблизи ED и выходят наружу (через собственное время

) Зельдович (1976) обратил внимание на то, что при хокинговском излучении рождение тяжелых частиц, распадающихся с нарушением CP-четности, может привести к появлению в излучении избытка барионного или антибарионного заряда. Эти процессы были подробно рассмотрены в работах Долгова (1980a, b*, 1981). Поскольку эти процессы существенны лишь на относительно поздней стадии испарения, когда температура черной дыры достигает величины $\theta = 1/8\pi M \sim 10^{14} - 10^{15}$ ГэВ, то для черной дыры с массой M, значительно большей 1 г и образованной из барионов, барионная асимметрия распада не может значительно изменить попавший в них барионный заряд [см. по этому поводу обзоры Долгова и Зельдовича (1980*, 1981)].

**) Эти процессы подробно рассматривались в связи с проблемой возникновения барионной асимметрии Вселенной [см., например, Долгов, Зельдович (1980*, 1981), Бэрроу (1983), Колб, Турнер (1983)]. Оценки скорости нейтрализации барионного заряда в сверхплотном веществе в теориях Великого объединения можно найти в работах Фрая и др. (1980a, b, c), Колба, Турнера (1983).

***) Следует упомянуть, что при планковских плотностях мог бы оказаться существенным также чисто квантовогравитационный механизм несохранения барионного заряда, предложенный Хокингом (1984).

порядка r_g/c) после испарения "черной дыры". При этом они обладают "синим смещением" $\sim e^{\kappa_- V_{\text{ВН}}}$, где

$$\kappa_- = \frac{1}{2}\left|\frac{\partial(e^{\psi}F)}{\partial r}\right|_{F=0} \tag{13.3.8}$$

– аналог поверхностной гравитации для внутреннего горизонта (на линии ED), а $V_{\text{ВН}}$ – время жизни "черной дыры". Аналогичный эффект "синего смещения" должен иметь место и для волн, попавших в такую "черную дыру". При квантовом рассмотрении этот эффект приводит к чрезвычайно сильному рождению частиц при распаде "черной дыры". Поскольку такой выброс энергии не должен превосходить величины порядка планковской массы (чтобы не нарушить закона сохранения энергии во внешнем пространстве), можно сделать вывод, что если оценка излучения, основанная на использовании квантовой теории в заданной усредненной метрике, является правильной, то внутренняя поверхностная гравитация κ_- должна быть величиной, меньшей или порядка $V_{\text{ВН}}^{-1}$ [Болашенко, Фролов (1984*, 1986*)] *).

Отсутствие горизонта событий в модели с замкнутым горизонтом могло бы привести к еще одному, чрезвычайно интересному следствию.

Рождение в черной дыре частицы, вылетающей наружу, сопровождается появлением частицы внутри нее. Отдаленный наблюдатель регистрирует лишь часть частиц, и, в соответствии с этим, излучение черной дыры обладает энтропией и описывается матрицей плотности (§ 9.3). В модели с замкнутым горизонтом горизонт событий отсутствует, и частицы, родившиеся внутри "черной дыры", после испарения последней могут выйти наружу. В результате квантовое состояние с точки зрения удаленного наблюдателя могло бы снова оказаться чистым. Иными словами, рост энтропии во внешнем пространстве, связанный с тепловым излучением черной дыры на стадии, пока ее масса значительно превосходит планковскую, должен был бы смениться резким уменьшением до нуля на последнем этапе ее распада.

В приведенном выше рассмотрении использовалось приближение, в рамках которого рождающиеся частицы считались невзаимодействующими и пренебрегалось флуктуациями гравитационного поля. Оба эти предположения, по-видимому, неправомерны при описании распространения частиц в области вблизи внутреннего горизонта ED. Процессы взаимодействия частиц внутри черной дыры и их рассеяния на флуктуациях гравитационного поля могут привести к тому, что частицы "забывают" свою фазу**) и при развале черной дыры не происходит уменьшения энтропии.

Помимо рассмотренных выше вариантов (образование голой сингулярности и модель с замкнутым горизонтом, в которой черная дыра выгорает

---

*) Подчеркнем, что этот вывод получен без учета флуктуаций гравитационного поля. О возможной связи флуктуации горизонта видимости и квантового излучения черных дыр см. Кодама (1980).

**) О механизме потери когерентности при рассеянии на квантовогравитационных флуктуациях см. Хокинг (1984).

полностью) возможен также вариант, когда после испарения черной дыры остается невыгоревший остаток. В качестве такого остатка могла бы образовываться *элементарная черная дыра* с массой порядка планковской*). (На рис. 89 этому случаю отвечало бы, например, такое поведение линии уровня $F = 0$, при котором внешняя и внутренняя части этой линии неограниченно продолжаются по координате v, близко сближаясь или даже сливаясь друг с другом.) Анализ сферически-симметричного коллапса системы с массой, меньшей планковской, показывает, что квантовые эффекты и, в частности, эффект поляризации вакуума приводят к тому, что "усредненная метрика" $g_{\mu\nu} = \langle \hat{g}_{\mu\nu} \rangle$, описывающая геометрию, в этом случае является всюду регулярной и горизонт видимости (а следовательно, и горизонт событий) вообще не образуется [Фролов, Вилковыский (1979, 1981, 1982)]. Этот результат указывает на то, что черные дыры с массой, меньшей планковской, не могут существовать, т.е. элементарные черные дыры, если они существуют, должны иметь массу порядка планковской. Впервые свойства подобных объектов, получивших название максимонов, были рассмотрены Марковым (1966*) [см. также Хокинг (1971а)].

§ 13.4. Элементарные черные дыры (максимоны). Виртуальные черные дыры и пенная структура пространства-времени

Вопрос об устойчивости максимонов относительно квантового распада – один из основных для гипотезы об их существовании. Температура классической черной дыры формально обращается в нуль, если ее параметры – электрический (Q) и магнитный (P) заряды**) и угловой момент (J) –

*) Отметим, что существование в природе тяжелых магнитных монополей, предсказываемых в теориях Великого объединения, могло бы иметь любопытное следствие для малых черных дыр [Гиббонс (1977), Хискок (1983)]. Экстремальная (с магнитным зарядом) черная дыра массы $M > 150 \cdot (10^{17}$ гЭВ$/\mu)^2$ (μ – масса монополя в ГэВ) обладала бы временем жизни, бо́льшим времени жизни Вселенной, поскольку хокинговская температура такой дыры равна нулю, а процесс рождения монополей подавлен из-за их большой массы.

**) Отметим, что заряженные элементарные черные дыры представляют большой интерес при исследовании проблемы собственной энергии заряженных частиц. В рамках классической теории гравитационный дефект масс приводит к тому, что наблюдаемая на бесконечности масса M отличается от внутренней массы M_0 системы. Если система нейтральна, то при фиксированном значении M_0 возможны такие конфигурации, для которых M сколь угодно мало [Зельдович (1962а*)] или тождественно обращается в нуль (например, в том случае, когда масса M_0 образует замкнутый мир). Для заряженных (с зарядом Q) систем значение M ограничено снизу величиной $Q/\sqrt{G}$ ($P/\sqrt{G}$ – для магнитного заряда) [Арновитт и др. (1963), Марков, Фролов (1970*, 1972*), Гиббонс, Халл (1982), Людвигсен, Викерс (1983)]. Для электрона масса $e/\sqrt{G}$ равна $1{,}86 \cdot 10^{-6}$ г, что почти на порядок (на фактор $(\hbar c/e^2)^{1/2} \approx 11{,}7$) меньше значения планковской массы. Подобные классические решения, описывающие заряженные элементарные черные дыры, получили название "фридмонов". Их свойства подробно обсуждаются в работах Маркова, Фролова (1970*, 1972*).