

нужно учитывать свободные нейтроны и протоны. Скорости бета-реакций (c^{-1}) $W_{A,Z}^+ = W_{A,Z}(e^+ \text{-распад}) + W_{A,Z}(e^- \text{-захват})$ и $W_{A,Z}^- = W_{A,Z}(e^- \text{-распад}) + W_{A,Z}(e^+ \text{-захват})$ рассмотрены в § 19.

Если в течение времени $t \gg t_\beta$ величины T и ρ в звезде меняются слабо, то достигается кинетическое равновесие по бета-процессам с $dN_n/dt = 0$ в (3.6). В этом случае соотношения (3.6) однозначно определяют состав вещества [117–119, 224]. Для приближенного определения состава в условиях свободного улета нейтрино иногда используется соотношение (3.5) с $\mu_{\nu_e} = 0$. Расчеты в этом приближении сделаны в [114]. В ядерном равновесии учитывались ядра железа ${}^{56}\text{Fe}$, включая семь первых возбужденных уровней, ${}^4\text{He}$, n и p . Рост температуры ведет сначала к расщеплению ядер железа на ${}^4\text{He}$ и нуклоны, а затем к чисто нуклонному составу. При большой плотности основную часть свободных нуклонов составляют нейтроны. На рис. 6 из [46] приведены изэнтропы вещества на плоскости ρ, T и указаны области с $\gamma_1 < 4/3$, необходимые для анализа устойчивости (см. гл. 12). В области ядерного равновесия использовались результаты [114].

§ 4. Вещество при очень больших плотностях, нейтронизация, взаимодействие частиц

При очень больших плотностях в условиях сильного вырождения электронов и нуклонов приближенно вещество можно считать холодным с $T = S = 0$ [110].

а) Холодная нейтронизация вдоль состояний минимума энергии (СМЭ). При плотностях $\rho < 8,1 \cdot 10^6 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ вещество в СМЭ состоит из ${}^{56}\text{Fe}$, ядра которого максимально стабильны*). Когда ϵ_{Fe} из (2.21) достигает значения ϵ_β при

$$\begin{aligned} \epsilon_\beta(A, Z) &= (m_{A, Z-1} - m_{A, Z})c^2 - m_e c^2 = \\ &= B_{A, Z} - B_{A, Z-1} + (m_n - m_p)c^2 - m_e c^2, \end{aligned} \quad (4.1)$$

захват электрона стабильным ядром (A, Z) становится энергетически выгодным. Ядро $(A, Z-1)$, которое в обычных условиях является β^- радиоактивным, при большой энергии Ферми электронов оказывается устойчивым. Процесс захвата электрона ядром, называемый нейтронизацией, рассчитан впервые в [216].

При нулевой температуре состояние термодинамического равновесия соответствует минимуму полной энергии E_{tot} как функции A и Z при данном числе нуклонов в единице объема. С ростом плотности равновесие смещается в сторону все более переобогащенных нейтронами ядер. При $\rho \gg \rho_{nd}$ энергия связи последнего нейтрона в ядре Q_n близка к нулю

*) Энергия связи на нуклон $B_n = B_{A, Z}/A$, определяемая в соответствии с (3.3), (4.3), максимальна для ${}^{62}\text{Ni}$ (см. табл. 5). Однако при сравнении стабильности ядер нужно отсчитывать их энергию от какого-то фиксированного состояния, например, протонно-электронного. При этом оказывается, что образование ядер железа ${}^{56}\text{Fe}$ сопровождается максимальным выделением энергии.

и в равновесии появляются свободные нейтроны. В равновесии плотность, при которой начинают отщепляться нейтроны, равна $\rho_{nd} = 4,3 \cdot 10^{11} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ [267].

В отсутствие свободных нейтронов при $\rho < \rho_{nd}$ для энергии единицы объема с учетом энергии покоя имеем [267]

$$E_{\text{tot}}(A, Z, n_b) = n_{A, Z}(m_{A, Z}c^2 + W_L) + E_e(n_e), \quad n_e = Z \cdot n_{A, Z}, \quad n_b = A \cdot n_{A, Z}. \quad (4.2)$$

Массы стабильных ядер определяются с учетом энергии связи из табл. 4. Для ядер, далеких от области стабильности, экспериментальные измерения массы $m_{A, Z}$ отсутствуют. В этом случае используются полумпирические (теоретические, подправленные имеющимися экспериментальными данными) формулы. Наиболее простая, отражающая все качественные закономерности формула для энергии связи, полученная Вейцеккером, имеет вид [23]

$$B_{A, Z} = 15,568 - 17,226 A^{2/3} - 0,698 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 23,279 \frac{(A-2Z)^2}{A} + \frac{34}{A^{3/4}} \delta \text{ МэВ}. \quad (4.3)$$

Здесь $\delta = 1$ для четных A и Z , $\delta = 0$ для нечетных A и любых Z , $\delta = -1$ для четных A и нечетных Z . В (4.3) учтены статистические и капельные свойства ядер, энергия ядерного взаимодействия с учетом эффектов несимметрии ($A \neq 2Z$) и спаривания нуклонов, кулоновская и поверхностная энергии ядер. Расчет равновесного состава при холодной нейтронизации с использованием формулы Вейцеккера сделан в [77]. В работе [267] для аналогичных расчетов использована более точная, но гораздо более сложная формула Майерса и Святецкого [486]. Энергия холодных электронов дана в (2.22)–(2.23), а величина W_L есть энергия электростатического взаимодействия, возникающая из-за наличия точечных положительных зарядов в однородном фоне отрицательных. Минимум W_L достигается для объемно-центрированной кубической решетки и определяется формулой [267]

$$W_L = -1,819620 Z^2 e^2 / b, \quad n_{A, Z} b^3 = 2. \quad (4.4)$$

Электростатическое взаимодействие уменьшает энергию и давление вещества, так как расстояние между отталкивающимися ядрами в среднем больше, чем между притягивающимися зарядами разного знака [110]. Равновесный состав, соответствующий минимуму E_{tot} из (4.2) при заданной плотности барионов n_b приведен в табл. 6 из работы [267]. Отметим,

что между плотностями ρ_{max} и $\rho_{\text{max}} \left(1 + \frac{\Delta\rho}{\rho}\right)$ давление почти постоянно (слабо растет за счет давления ядер). Величина $\rho = E_{\text{tot}}/c^2$ учитывает кинетическую энергию и энергию взаимодействия. Давление P и реляти-

Равновесный ядерный состав при плотностях, меньших плотности испарения нейтронов (из [267])

Ядро	B_n , МэВ	Z/A	ρ_{\max} , г·см ⁻³	μ_{te} , МэВ	$\Delta\rho/\rho$, %
⁵⁶ Fe	8,7905	0,4643	8,1(6)	0,95	2,9
⁶² Ni	8,7947	0,4516	2,7(8)	2,6	3,1
⁶⁴ Ni	8,7777	0,4375	1,2(9)	4,2	7,9
⁶⁴ Se	8,6797	0,4048	8,2(9)	7,7	3,5
⁶² Ge	8,5964	0,3902	2,2(10)	10,6	3,8
⁶⁰ Zn	8,4675	0,3750	4,8(10)	13,6	4,1
⁷⁸ Ni	8,2873	0,3590	1,6(11)	20,0	4,6
⁷⁶ Fe	7,9967	0,3421	1,8(11)	20,2	2,2
¹²⁴ Mo	7,8577	0,3387	1,9(11)	20,5	3,1
¹²² Zr	7,6705	0,3279	2,7(11)	22,9	3,3
¹²⁰ Sr	7,4522	0,3166	3,7(11)	25,2	3,5
¹¹⁸ Kr	7,2002	0,3051	(4,3(11))	(26,2)	...

Здесь $B_n = B_A$, Z/A — энергия связи на нуклон, ρ_{\max} — максимальная плотность, при которой существует данный нуклид, μ_{te} — химический потенциал электронов при этой плотности, $\Delta\rho/\rho$ — относительное увеличение плотности при переходе к следующему нуклиду. При $\rho_{\max} = 4,3 \cdot 10^{11}$ г·см⁻³ начинается испарение нейтронов

вистский показатель адиабаты Γ определяются формулами [267]

$$P = n_b^2 \left. \frac{\partial(E_{\text{tot}}/n_b)}{\partial n_b} \right|_S, \quad \Gamma = \frac{n_b}{P} \left. \frac{\partial P}{\partial n_b} \right|_S = \frac{\rho + P/c^2}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_S. \quad (4.5)$$

В таблице 7 даны результаты расчета термодинамических функций при равновесной нейтронизации. При $\rho < 10^4$ г·см⁻³, когда энергия взаимодействия W_L становится порядка кинетической энергии электронов, значения в табл. 7 взяты из работы [201].

б) Появление свободных нуклонов. СМЭ при субъядерных плотностях с учетом взаимодействия нуклонов. При $\rho > \rho_{nd}$ все связанные состояния

Таблица 7

Уравнение состояния вещества в равновесии, соответствующем минимуму полной энергии, из [267]

ρ , г·см ⁻³	P , дин·см ⁻²	n_b , см ⁻³	Z	A	Γ
7,86	< 1,01 (9)	4,73 (24)	26	56	...
7,90	1,01 (10)	4,76 (24)	26	56	...
8,15	1,01 (11)	4,91 (24)	26	56	...
11,6	1,21 (12)	6,99 (24)	26	56	...
16,4	1,40 (13)	9,90 (24)	26	56	...

Таблица 7 (окончание)

$\rho, \text{г} \cdot \text{см}^{-3}$	$P, \text{дин} \cdot \text{см}^{-2}$	$n_b, \text{см}^{-3}$	Z	A	Γ
45,1	1,70 (14)	2,72 (25)	26	56	...
212	5,82 (15)	1,27 (26)	26	56	...
1150	1,90 (17)	6,93 (26)	26	56	...
1,044 (4)	9,744 (18)	6,295 (27)	26	56	1,796
2,622 (4)	4,968 (19)	1,581 (28)	26	56	1,744
6,587 (4)	2,431 (20)	3,972 (28)	26	56	1,706
1,654 (5)	1,151 (21)	9,976 (28)	26	56	1,670
4,156 (5)	5,266 (21)	2,506 (29)	26	56	1,631
1,044 (6)	2,318 (22)	6,294 (29)	26	56	1,586
2,622 (6)	9,755 (22)	1,581 (30)	26	56	1,534
6,588 (6)	3,911 (23)	3,972 (30)	26	56	1,482
8,293 (6)	5,259 (23)	5,000 (30)	28	62	1,471
1,655 (7)	1,435 (24)	9,976 (30)	28	62	1,437
3,302 (7)	3,833 (24)	1,990 (31)	28	62	1,408
6,589 (7)	1,006 (25)	3,972 (31)	28	62	1,386
1,315 (8)	2,604 (25)	7,924 (31)	28	62	1,369
2,624 (8)	6,676 (25)	1,581 (32)	28	62	1,357
3,304 (8)	8,738 (25)	1,990 (32)	28	64	1,355
5,237 (8)	1,629 (26)	3,155 (32)	28	64	1,350
8,301 (8)	3,029 (26)	5,000 (32)	28	64	1,346
1,045 (9)	4,129 (26)	6,294 (32)	28	64	1,344
1,316 (9)	5,036 (26)	7,924 (32)	34	84	1,343
1,657 (9)	6,860 (26)	9,976 (32)	34	84	1,342
2,626 (9)	1,272 (27)	1,581 (33)	34	84	1,340
4,164 (9)	2,356 (27)	2,506 (33)	34	84	1,338
6,601 (9)	4,362 (27)	3,972 (33)	34	84	1,337
8,312 (9)	5,662 (27)	5,000 (33)	32	82	1,336
1,046 (10)	7,702 (27)	6,294 (33)	32	82	1,336
1,318 (10)	1,048 (28)	7,924 (33)	32	82	1,336
1,659 (10)	1,425 (28)	9,976 (33)	32	82	1,335
2,090 (10)	1,938 (28)	1,256 (34)	32	82	1,335
2,631 (10)	2,503 (28)	1,581 (34)	30	80	1,335
3,313 (10)	3,404 (28)	1,990 (34)	30	80	1,335
4,172 (10)	4,628 (28)	2,506 (34)	30	80	1,334
5,254 (10)	5,949 (28)	3,155 (34)	28	78	1,334
6,617 (10)	8,089 (28)	3,972 (34)	28	78	1,334
8,332 (10)	1,100 (29)	5,000 (34)	28	78	1,334
1,049 (11)	1,495 (29)	6,294 (34)	28	78	1,334
1,322 (11)	2,033 (29)	7,924 (34)	28	78	1,334
1,664 (11)	2,597 (29)	9,976 (34)	26	76	1,334
1,844 (11)	2,892 (29)	1,105 (35)	42	124	1,334
2,096 (11)	3,290 (29)	1,256 (35)	40	122	1,334
2,640 (11)	4,473 (29)	1,581 (35)	40	122	1,334
3,325 (11)	5,816 (29)	1,990 (35)	38	120	1,334
4,188 (11)	7,538 (29)	2,506 (35)	36	118	1,334
4,299 (11)	7,805 (29)	2,572 (35)	36	118	1,334

нейтронов в ядрах оказываются заполненными и дальнейший рост плотности приводит к появлению свободных нейтронов. После различных попыток расчета уравнения состояния в этой области (см. обзор [266]), корректный подход к решению проблемы был развит в работе [265]. Этот подход основан на следующих принципах.

1. Единое описание энергии взаимодействия нуклонов как внутри, так и вне ядер.

2. Использование выражения для поверхностной энергии ядер, которое учитывает наличие окружающих нейтронов и обращается в нуль при идентичности вещества внутри и снаружи.

3. Учет энергии кулоновского взаимодействия электронов и ядер решетки, а также протонов внутри ядра.

Если n_A, z и n_n — концентрации ядер и свободных нейтронов в пространстве вне ядер, $V_{A, z}$ — объем ядра, а то выражение для полной энергии единицы объема E_{tot} запишется в виде

$$E_{\text{tot}}(A, Z, n_n, n_A, z, V_{A, z}) = \\ = n_{A, z}(W_{A, z} + W_L) + (1 - V_{A, z}n_{A, z})E_n(n_n) + E_e(n_e). \quad (4.6)$$

Для нахождения равновесного состава и уравнения состояния необходимо минимизировать E_{tot} относительно аргументов при постоянной концентрации нуклонов n_b :

$$n_b = An_{A, z} + (1 - V_{A, z}n_{A, z})n_n. \quad (4.7)$$

Входящие в (4.6) кулоновская энергия решетки W_L и энергия холодных электронов определены в (4.4) и (2.22)–(2.23) соответственно. Энергия ядра, представляемого в виде жидкой капли, записывается в виде

$$W_{A, z}(A, Z, V_{A, z}, n_n) = [(1 - x)m_n c^2 + x m_p c^2 + W(k, x)]A + \\ + W_{\text{coul}}(A, Z, V_{A, z}, n_n) + W_{\text{surf}}(A, Z, V_{A, z}, n_n), \quad x = \frac{Z}{A}, \quad (4.8)$$

где $W(k, x)$ — энергия на один барион в однородной ядерной материи с концентрацией $n = k^3/1,5\pi^2 = A/V_{A, z}$, W_{coul} — кулоновская энергия взаимодействия протонов в ядре, W_{surf} — поверхностная энергия ядра. Формула для энергии нейтронного газа E_n получается аналогично (4.8) при $x = 0$.

$$E_n(n_n) = n_n W(k_n, 0) + m_n c^2, \quad n_n = k_n^3/1,5\pi^2. \quad (4.9)$$

Функция $W(k, x)$, входящая в (4.8), (4.9), а также W_{coul} и W_{surf} , входящие в (4.8), вычислены в [266]. Поверхностная энергия в [265] оценивалась довольно грубо из соображений размерности. Более точные выражения для W_{surf} были найдены в работах [313] методом Томаса—Ферми, [256] вариационным методом и [504, 548] методом Хартри—Фока. Величина $-[W(k, x)A + W_{\text{coul}} + W_{\text{surf}}]$ по физическому смыслу есть энергия связи ядра (A, Z) с учетом окружающей плотности нейтронов, которая для нормальных ядер в вакууме аппроксимируется формулой Вейцекке-

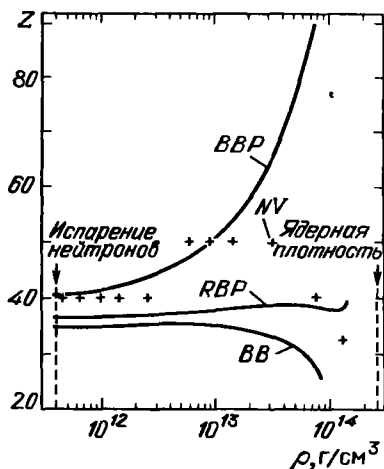
ра (4.3). Минимизация величины E_{tot} относительно своих аргументов при постоянстве n_b из (4.7) сводится к четырем уравнениям, определяющим равновесие по следующим процессам: 1) сжатие и расширение ядра давлением внешних нейтронов, 2) обмен нейтронами между ядром и нейтронным газом, 3) превращение нейтронов и протонов друг в друга внутри ядра, 4) выделение ядра, минимизирующего полную энергию. Решение этих четырех уравнений определяет свойства равновесного вещества, состоящего из ядер и свободных нейтронов. В табл. 8 из [265] приведены результаты

Т а б л и ц а 8

Характеристики вещества в минимуме полной энергии при наличии свободных нейтронов (из [265])

ρ , г·см ⁻³	P , дин·см ⁻²	n_b , см ⁻³	Z	A	Γ
4,460 (11)	7,890 (29)	2,670 (35)	40	126	0,40
5,228 (11)	8,352 (29)	3,126 (35)	40	128	0,36
6,610 (11)	9,098 (29)	3,951 (35)	40	130	0,40
7,964 (11)	9,831 (29)	4,759 (35)	41	132	0,46
9,728 (11)	1,083 (30)	5,812 (35)	41	135	0,54
1,196 (12)	1,218 (30)	7,143 (35)	42	137	0,63
1,471 (12)	1,399 (30)	8,786 (35)	42	140	0,73
1,805 (12)	1,638 (30)	1,077 (36)	43	142	0,83
2,202 (12)	1,950 (30)	1,314 (36)	43	146	0,93
2,930 (12)	2,592 (30)	1,748 (36)	44	151	1,06
3,833 (12)	3,506 (30)	2,287 (36)	45	156	1,17
4,933 (12)	4,771 (30)	2,942 (36)	46	163	1,25
6,248 (12)	6,481 (30)	3,726 (36)	48	170	1,31
7,801 (12)	8,748 (30)	4,650 (36)	49	178	1,36
9,611 (12)	1,170 (31)	5,728 (36)	50	186	1,39
1,246 (13)	1,695 (31)	7,424 (36)	52	200	1,43
1,496 (13)	2,209 (31)	8,907 (36)	54	211	1,44
1,778 (13)	2,848 (31)	1,059 (37)	56	223	1,46
2,210 (13)	3,931 (31)	1,315 (37)	58	241	1,47
2,988 (13)	6,178 (31)	1,777 (37)	63	275	1,49
3,767 (13)	8,774 (31)	2,239 (37)	67	311	1,51
5,081 (13)	1,386 (32)	3,017 (37)	74	375	1,53
6,193 (13)	1,882 (32)	3,675 (37)	79	435	1,54
7,732 (13)	2,662 (32)	4,585 (37)	88	529	1,56
9,826 (13)	3,897 (32)	5,821 (37)	100	683	1,60
1,262 (14)	5,861 (32)	7,468 (37)	117	947	1,65
1,586 (14)	8,595 (32)	9,371 (37)	143	1390	1,70
2,004 (14)	1,286 (33)	1,182 (38)	201	2500	1,74
2,520 (14)	1,900 (33)	1,484 (38)	1,81
2,761 (14)	2,242 (33)	1,625 (38)	1,82
3,085 (14)	2,751 (33)	1,814 (38)	1,87
3,433 (14)	3,369 (33)	2,017 (38)	1,92
3,885 (14)	4,286 (33)	2,280 (38)	1,97
4,636 (14)	6,103 (33)	2,715 (38)	2,03
5,094 (14)	7,391 (33)	2,979 (38)	2,05

Рис. 7. Зависимость заряда Z в коре нейтронной звезды от плотности, построенная по расчетам различных авторов: ВВР — [265], NV — [504], RBP — [548], ВВ — [313]



расчетов. С увеличением плотности происходит рост массы и объема ядер, пока они не касаются друг друга при $\rho_{nn} = 2,4 \cdot 10^{14} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$. В [265] предполагается, что при плотности ρ_{nn} происходит фазовый переход первого рода к однородной ядерной материи.

Уточнение формулы для поверхностной энергии сказалось только на изменении заряда ядра $Z(\rho)$, рост которого замедлился по сравнению с [265]. На рис. 7 из [266] приведены результаты расчета $Z(\rho)$ различными авторами. Уменьшение величины Z при больших плотностях приводит к более плавному изменению Z в процессе фазового перехода к однородной ядерной материи. Несовпадение зависимостей $Z(\rho)$ у авторов [256, 313, 504, 548] отражает как недостаток физических знаний о законах взаимодействий между нуклонами, так и несовершенство существующих математических методов расчета.

в) Плотность, больше ядерной. Однородная ядерная материя (ЯМ), появляющаяся в результате фазового перехода, состоит из нейтронов с небольшой примесью протонов и электронов. Пока плотность ЯМ не превышает $2\rho_0$ ($\rho_0 = 2,8 \cdot 10^{14} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ — плотность свободной ЯМ), для расчета уравнения состояния применим метод Бракнера—Бете—Голдстоуна, основанный на теории возмущений [22]. При $\rho > 2\rho_0$ расчеты ведутся с помощью вариационного принципа, разработанного Пандарипанде [537]. При больших плотностях учитывается рождение тяжелых гиперонов [9] и возможное рождение π^- -мезонов (пионная конденсация [158]). Расчеты уравнения состояния ядерной материи при $\rho \geq \rho_0$ выполнены при различных допущениях в [275, 479]. В табл. 9 из [479] приводится уравнение состояния для наиболее реалистического варианта с параметрами потенциала взаимодействия, учитывающими экспериментальные данные из ядерной физики высоких энергий, а также рождение гиперонов. Возможное появление пионной конденсации слабо влияет на уравнение состояния [275]. Следует иметь в виду, что с ростом плотности все более возрастает неопределенность наших знаний о физике сильных взаимодействий и менее точными становятся методы расчета. В связи с этим даже в реалистическом варианте из табл. 9 погрешности могут достигать $\sim 50\%$.

Как отмечалось впервые Я.Б. Зельдовичем [103, 110], требование принципа причинности о том, что скорость звука v_s не должна превышать скорость света c , накладывает ограничение на уравнение состояния $P \leq \epsilon = \rho c^2$. Важность этого ограничения связана с тем, что оно действует при сколь угодно больших плотностях, где о свойствах ядерных взаимодействий известно очень мало.

Реалистические параметры вещества при большой плотности из [479]

$n_b, \text{см}^{-3}$	$\frac{E}{n_b} - m_n c^2, \text{МэВ}$	$\rho, \text{г} \cdot \text{см}^{-3}$	$P, \text{дин} \cdot \text{см}^{-2}$
1,0 (38)	12,6	1,70 (14)	1,19 (33)
1,5 (38)	16,6	2,55 (14)	2,93 (33)
2,0 (38)	21,2	3,42 (14)	6,00 (33)
2,5 (38)	26,0	4,31 (14)	1,09 (34)
3,0 (38)	32,2	5,21 (14)	1,83 (34)
4,0 (38)	46,9	7,04 (14)	4,09 (34)
5,0 (38)	64,4	8,95 (14)	7,61 (34)
6,0 (38)	83,7	1,09 (15)	1,26 (35)
7,0 (38)	109	1,31 (15)	1,99 (35)
8,0 (38)	134	1,54 (15)	2,85 (35)
9,0 (38)	160	1,76 (15)	3,71 (35)
1,0 (39)	189	2,01 (15)	4,02 (35)
1,1 (39)	215	2,26 (15)	5,02 (35)
1,25 (39)	254	2,66 (15)	6,76 (35)
1,4 (39)	295	3,08 (15)	8,81 (35)
1,5 (39)	324	3,37 (15)	1,03 (36)
1,7 (39)	383	4,00 (15)	1,38 (36)
2,0 (39)	475	5,04 (15)	2,02 (36)
2,5 (39)	639	7,02 (15)	3,40 (36)
3,0 (39)	814	9,36 (15)	5,20 (36)

При $n_b > 1,0$ (39) имеют место асимптотические формулы

$$E = n_b \left(15,05 + 3,03 \left(\frac{n_b}{10^{39}} \right)^{1,33} \right) \cdot 10^{-6} \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-3},$$

$$P = 403 (n_b / 10^{39})^{2,33} \cdot 10^{33} \text{ дин} \cdot \text{см}^{-2},$$

$$(\rho = E/c^2).$$

г) Учет конечной температуры. Учет температурных эффектов при плотностях, когда существенно ядерное взаимодействие, сделан для $\rho \leq \rho_0$ с помощью обобщения методов, применявшихся при исследовании холодного вещества [465] (см. также [314]). В равновесии рассматривались протоны, нейтроны, ядра гелия, один тип тяжелых ядер, для которых находился минимум полной энергии. Ввиду свободного улета нейтрино и отсутствия равновесия по бета-процессам, задавалось отношение $N_p / (N_n + N_p) = Y_e$. Выражения всех видов энергии, входящих в E_{tot} из (4.6) и из (4.8), записывались с учетом температурных поправок и к E_{tot} добавлялась энергия движения ядер, связанная с конечной температурой, а также энергии ядер гелия. К независимым величинам, которые являются аргументами функции E_{tot} в (4.6), при конечной температуре добавляются

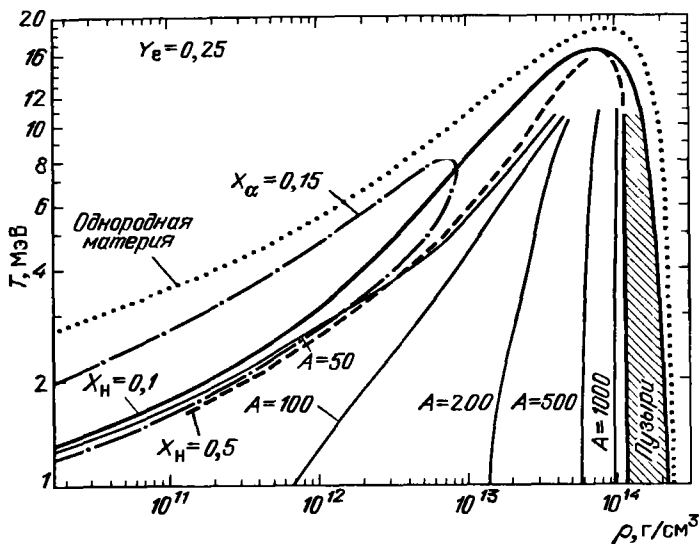


Рис. 8. Химические свойства вещества при высоких температурах и плотностях для $Y_e = 0,25$ из [456]. Сплошная линия ограничивает область, где весовая доля ядер $X_H > 0,1$, а в области внутри штриховой линии $X_H > 0,5$. В области внутри штрихпунктирной линии весовая доля гелия $X_\alpha > 0,15$. Тонкие сплошные линии задают массы ядер. Заштрихованная область существования пузырей. Пунктирная линия определяет границу устойчивости однородной материи относительно разбиения на две фазы

n_p — концентрация свободных протонов и n_α — концентрация ядер гелия, которая определяется из условия равновесия относительно разбиения на протоны и нейтроны типа (3.3), но с учетом конечного объема (задаваемого) ядер гелия. Для определения n_p добавлялось условие равновесия по обмену протонами между ядрами и протонами в газе. На рис. 8 из [456] представлены химические свойства при больших температурах и плотностях для $Y_e = 0,25$. Интересно, что при больших плотностях $\rho > 10^{14}$ г·см⁻³, когда ядра начинают занимать больше половины объема, вместо ядер, погруженных в менее плотный нуклонный газ, возникают шарики менее плотного вещества (пузыри), погруженные в более плотную ядерную материю. Важный вывод, следующий из данных расчетов, состоит в сохранении ядер до очень высоких температур ~ 20 МэВ $\approx 2 \cdot 10^{11}$ К, что является следствием учета ядерных взаимодействий и влияния окружающего газа на свойства ядер. В [456] отмечалось, что диаграмма на рис. 8 мало чувствительна к изменению Y_e в пределах $0,2 \leq Y_e \leq 0,5$. Учет различных типов тяжелых ядер, одновременно присутствующих в равновесии [346], также слабо влияет на полученные результаты [456]. На рис. 9 и 10 из [456] приведены изэнтропии вещества и зависимость показателя адиабаты $\gamma_1(\rho)$ для этих изэнтроп. Видно, что существование ядер заметно уменьшает γ_1 по сравнению с нуклонным газом при ненулевой энтропии. Как видно из рис. 8, при плотности, больше ядерной, вещество всегда однородно.

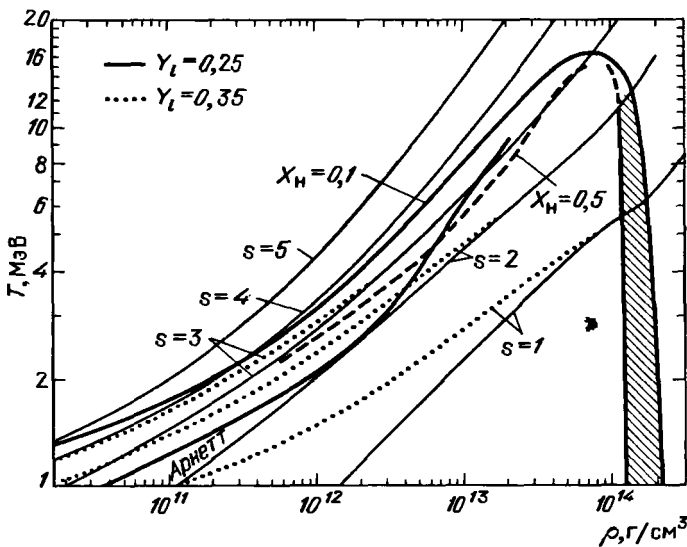


Рис. 9. Адиабаты с указанными значениями безразмерной энтропии s (в единицах k/m_u) для $Y_l = 0,25$ (сплошные линии) и $Y_l = 0,35$ (пунктирные линии), из [456]. Линии $X_H = 0,1$ и $X_H = 0,5$ имеют тот же смысл, что и на рис. 8. При $\rho > 10^{13}$ г/см³ вещество непрозрачно для нейтрино и сохраняется величина Y_l – лептонный заряд на один барион. Указана также траектория центра звезды при коллапсе, полученная Арнеттом [255a]

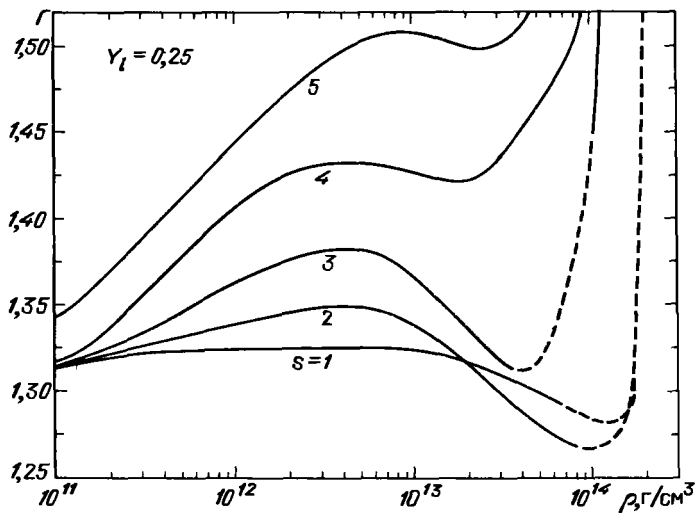


Рис. 10. Зависимость показателя адиабаты $\Gamma = \gamma_1 = (\partial \ln P / \partial \ln \rho)_S$ от плотности ρ для указанных значений безразмерной энтропии s (см. рис. 9) при $Y_l = 0,25$ из [456]. В области штриховых линий кривые $\Gamma(\rho)$ приведены сглаженными без некоторых несущественных деталей

Энергия Ферми идеального нейтронного газа, определяемая аналогично (2.21), есть

$$\epsilon_{Fn} = m_n c^2 (\sqrt{1 + y_n^2} - 1), \quad y_n = \frac{p_{Fn}}{m_n c} = \left(\frac{\rho_n}{6,2 \cdot 10^{15}} \right)^{1/3},$$

$$p_{Fn} = \left(\frac{3 \pi^2 \rho_n}{m_n} \right)^{1/3} \hbar.$$
(4.10)

При $\rho \approx \rho_n \geq \rho_0$ имеем $y_n \geq 0,36$ и $\epsilon_{Fn} \geq 61$ МэВ. Максимальные температуры, достигаемые при гравитационном коллапсе, обычно не превышают ~ 20 МэВ, поэтому при $\rho \geq \rho_0$ температурные поправки к уравнению состояния несущественны.

д) **Неравновесная нейтронизация при увеличении плотности в холодном веществе.** Равновесие по ядерному составу достигается в веществе при высоких температурах, когда открыты все каналы реакций. По мере остывания, большинство каналов реакций закрывается и в холодном веществе достижение СМЭ, строго говоря, невозможно. Вещество при малых температурах всегда находится в неравновесном состоянии, однако степень неравновесности и характер ее зависят от пути, которым вещество пришло к состоянию с данными ρ и T . В [60, 61, 287] рассмотрены два возможных пути: сжатие холодного вещества и остывание вещества при данной плотности с неравновесными составами, возникающими при этом.

Рассмотрим сжатие холодного вещества. Пусть при малых ρ вещество состоит из самого стабильного элемента ^{56}Fe и медленно сжимается при температуре, близкой к нулю. Когда плотность достигает величины $1,24 \cdot 10^9$ г·см $^{-3}$, $\epsilon_{Fe} = 3,81$ МэВ, становится энергетически выгодным захват электрона ядром ($^{56}\text{Fe}^*$). Ввиду меньшей устойчивости нечетно-нечетных ядер, за первым захватом сразу следует второй и идет цепочка реакций



Для второй реакции из (4.11) величина $\epsilon_\beta = 1,6$ МэВ [99]. При $\epsilon_{Fe} = 3,81$ МэВ она проходит неравновесно и сопровождается нагревом ([56], см. гл. 5), которым пренебрегаем ввиду того, что он не влияет на формирование химического состава. После образования ^{56}Cr в ходе дальнейшего сжатия становятся энергетически выгодными превращения $^{56}\text{Cr} \rightarrow ^{56}\text{K} \rightarrow ^{56}\text{Ar}$ и т.д., пока не образуется ядро с энергией отрыва последнего нейтрона, близкой к нулю $Q_n \approx 0$. После этого повышение плотности и захват электронов сопровождаются холодным испарением нейтронов из ядер и уменьшением A наряду с Z . Ввиду различия в свойствах четных и нечетных ядер, часть испаряющихся нейтронов уносит энергию ~ 1 МэВ/нейтрон, идущую на нагрев вещества [78].

*) При этом происходит захват на возбужденное состояние ядра ^{56}Mn с энергией возбуждения 109 кэВ. Захват на основное состояние ^{56}Mn начинается при $\rho = 1,15 \cdot 10^9$ г·см $^{-3}$, $\epsilon_{Fe} = 3,7$ МэВ, но протекает очень медленно, ввиду наличия сильного запрета (см. § 18 и (20.14)).

В процессе неравновесной нейтронизации число ядер, приходящихся на один барион, не меняется. Если A_0 — атомная масса начального ядра, то при данной плотности концентрации ядер и электронов (с учетом электронейтральности) запишутся в виде

$$n_{A, Z} = \frac{\rho}{A_0 m_u}, \quad n_e = \frac{Z \rho}{A_0 m_u}. \quad (4.12)$$

Здесь масса ядра приближенно принята равной $A m_u$, а плотность $\rho = N m_u$, $N = N_n + N_p$ — полная концентрация барионов. До начала испарения нейтронов при $A = A_0$ заряд ядра Z остается постоянным в интервале плотностей, где выполняется неравенство

$$\epsilon_\beta(A_0, Z + 2) < \epsilon_{Fe}(n_e) < \epsilon_\beta(A_0, Z). \quad (4.13)$$

Когда первое соотношение в (4.13) обращается в равенство, начинается очередная захват электрона при постоянных ϵ_{Fe} и P_e в интервале плотностей $\rho_{Z+2} < \rho < \rho_Z$:

$$\begin{aligned} \epsilon_{Fe}(n_e) = \epsilon_\beta(A_0, Z + 2) = \text{const}, \\ \frac{\rho_Z}{\rho_{Z+2}} = \frac{Z + 2}{Z}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Свойства вещества при холодной нейтронизации до начала испарения нейтронов приведены в табл. 10, где использовались ядерные данные из [379]. После начала испарения нейтронов концентрация их определяется соотношением

$$n_n = \frac{\rho}{m_u} \left(1 - \frac{A}{A_0} \right), \quad m_n \approx m_p \approx m_u. \quad (4.15)$$

Испарение нейтрона из ядра при наличии свободных нейтронов допустимо, если энергия вылетающих нейтронов превышает их энергию Ферми (4.10). Условие испарения после очередного захвата электрона в условиях (4.14) запишется в виде

$$Q_n(A, Z) = B_{A, Z} - B_{A-1, Z} \leq -\epsilon_{Fn}(n_n). \quad (4.16)$$

Ввиду колебания функции $Q_n(A, Z)$ в зависимости от четности A и Z , протекает сразу цепочка реакций

$$(A, Z) + e^- \rightarrow (A, Z - 1) + \nu_e \rightarrow (A - k_1, Z - 1) + k_1 n + \nu_e, \quad (4.17)$$

$$(A - k_1, Z - 1) + e^- \rightarrow (A - k_1, Z - 2) + \nu_e \rightarrow (A - k_1 - k_2, Z - 2) + k_2 n + \nu_e,$$

где $k_1 \approx k_2 = 3 \div 4$ для различных ядер [560]. Расчет неравновесной нейтронизации с испарением нейтронов по системе уравнений (4.12)–(4.16) проводился в [78] с энергией связи по формуле Вейцзеккера, а в [560] с учетом ядерного взаимодействия нуклонов и вычислении энергии связи по методике работы [265] при дополнительном учете влияния ядерных оболочек. Результаты этих расчетов приведены в табл. 10.

В [560] отмечена важность пикноядерных реакций в ходе холодной неравновесной нейтронизации ввиду того, что скорость этих реакций быстро

Свойства вещества при холодной неравновесной нейтронизации ядер железа

$\rho, 10^{11} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$	$A; Z$	$\epsilon_{\text{Fe}}, \text{ МэВ}$	$\epsilon_{\text{Fn}}, \text{ МэВ}$	$P, 10^{30} \text{ дин} \cdot \text{см}^{-2}$	$P_{\text{n}}, 10^{30} \text{ дин} \cdot \text{см}^{-2}$
0,012	56; 24	3,81	0	5,5 (-4)	0
0,14	56; 22	8,83	0	0,014	0
0,57	56; 20	14,0	0	0,080	0
1,6	56; 18	19,3	0	0,28	0
3,098	54; 18	23,84	0,069	0,569	3 (-4) (6,5)
3,9	56; 16	25,2	0	0,73	0
5,01	56; 16	26,98	0	0,933	
6,17	54; 16	28,85	0,09	1,20	
6,233	48; 16	29,52	0,232	1,25	0,0059 (5,7)
7,24	46; 14	29,19	0,26	1,29	
7,664	42; 14	29,66	0,468	1,41	0,0344 (3,6)
9,689	36; 12	30,47	0,693	1,75	0,0921 (4,1)
10,1	56; 14	31,78	0	1,97	0
10,23	40; 12	31,00	0,44	1,66	
12,1	48; 12	32,06	0,43	2,07	0,029
12,88	35; 10	31,60	0,58	1,86	
14,13	32; 9	31,47	0,65	1,86	
14,88	30; 10	31,36	0,987	2,12	0,422 (4,5)
15,0	40; 10	32,35	0,79	2,25	0,13
16,8	36; 9	32,50	0,99	2,38	0,23
17,43	24; 8	32,47	1,41	2,48	0,537 (5,2)
19,2	32; 8	32,64	1,22	2,59	0,39
22,2	28,7	32,78	1,49	2,88	0,65
25,65	18; 6	33,47	2,04	3,57	1,36 (6,0)
26,3	24,6	32,92	1,82	3,35	1,07
44,12	12; 4	35,38	2,52	6,06	3,31 (7,8)

P — полное давление, P_{n} — давление нейтронов; слева в столбцах даны результаты из [78], справа — из [560], где P_{n} не приводится. В середине даны результаты расчета с использованием таблиц [379, 135] до начала испарения нейтронов и формулы (4.20). В последнем столбце в скобках дана температура T (10^9 К) при образовании данного состава за счет неравновесных β -захватов из [78].

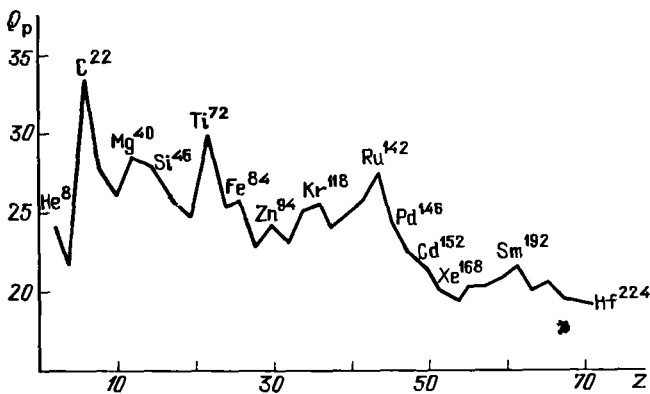


Рис. 11. Энергия отрыва протона Q_p в зависимости от Z для ядер, лежащих на границе существования с $Q_n = 0$. Зависимость построена согласно количественным оценкам П.Э. Немировского

растет с ростом плотности (см. гл. 4). При $\rho = 1,4 \cdot 10^{12}$ г · см⁻³ ядра с $(A, Z) = (32, 9)$, образующиеся из ядер ^{56}Fe , сливаются и после захвата двух электронов и испарения восьми нейтронов, образуются ядра с $(A, Z) = (56, 16)$. В [560] не рассматривался тепловой эффект этой и последующих реакций слияния. Холодная неравновесная нейтронизация доведена до $\rho = 5,13 \cdot 10^{13}$ г · см⁻³ с образованием ядра $(99, 19)$ (ср. с ядром $(375, 74)$ из табл. 8 или $Z = 30 \div 40$ из рис. 7 для равновесного состава при той же плотности). Не исключено, что выделение тепла при пикноядерных реакциях с последующим быстрым неравновесным захватом электронов и испарением нейтронов может достаточно повысить температуру для установления ядерного состава, близкого к равновесному.

Энергия отрыва последнего протона

$$Q_p(A, Z) = B_{A, Z} - B_{A-1, Z-1} = \epsilon_p(A, Z) + Q_n(A, Z-1) - (m_n - m_p)c^2 + m_e c^2 \quad (4.18)$$

на границе $Q_n = 0$ исследовалась П.Э. Немировским, оценки которого приведены на рис. 11. Грубо эта зависимость аппроксимируется формулой [61]

$$Q_p = \left(33 - \frac{Z}{7}\right) \text{МэВ}, \quad A = 4Z \text{ при } Q_n = 0, \quad Z \geq 6. \quad (4.19)$$

Пренебрегая энергией Ферми свободных нейтронов и считая, что нейтронизация с испарением нейтронов идет вдоль линии $Q_n = 0$, получим из (4.14) с учетом (2.21), (4.12) и (4.19) соотношение для определения $Z(\rho)$, $A(\rho)$:

$$\left[1 + \left(\frac{Z\rho}{10^6 A_0}\right)^{2/3}\right]^{1/2} = 1,96 \left(33 - \frac{Z}{7}\right) + 2,53; \quad A = 4Z. \quad (4.20)$$

Здесь учтено, что $m_e c^2 = 0,511$ МэВ, $(m_n - m_p) c^2 = 1,293$ МэВ. Расчеты с использованием (4.20) также приведены в табл. 10, откуда видно, что различие в давлении $P(\rho)$ для всех трех способов не превышает 20%. В то

же время это давление более чем в полтора раза превышает равновесное давление при той же плотности (табл. 7).

е) Неравновесный состав при остывании горячего плотного вещества.

Когда температура в остывающем веществе станет меньше $(4-5) \cdot 10^9$ К, реакции между заряженными частицами резко замедляются и концентрация ядер замораживается. В этих условиях возможно протекание реакций с нейтронами, фотоотщепление и захват нейтронов, e^- распады при $\epsilon_\beta > \epsilon_{Fe}$ и e^- -захваты при $\epsilon_\beta < \epsilon_{Fe}$. В условиях кинетического равновесия по бета-процессам (3.6) с $dN_n/dt = 0$, в веществе имеется большой избыток свободных нейтронов [224]. При конечной температуре ядра могут присоединять нейтроны и отщеплять их, если

$$-\epsilon_{Fn} < Q_n < Q_{nb} \approx 20 kT - \epsilon_{Fn}. \quad (4.21)$$

В условиях избытка нейтронов $x_n > 0,5$ процесс формирования неравновесного химического состава при быстром остывании вещества представлен на рис. 12 из [61, 287]. Плоскость (A, Z) для ядер разбита на три области:

- I область с $Q_n > Q_{nb}$,
- II область с $-\epsilon_{Fn} < Q_n < Q_{nb}$, $\epsilon_\beta > \epsilon_{Fe}$.
- III область с $-\epsilon_{Fn} < Q_n < Q_{nb}$, $\epsilon_\beta < \epsilon_{Fe}$.

При высокой концентрации нейтронов существующие ядра быстро перейдут из области I в области II и III из-за нейтронного захвата. В областях II и III имеется равновесие по отношению к захвату и отщеплению нейтронов. В области II бета-распады приводят к росту Z и ядра переходят в область

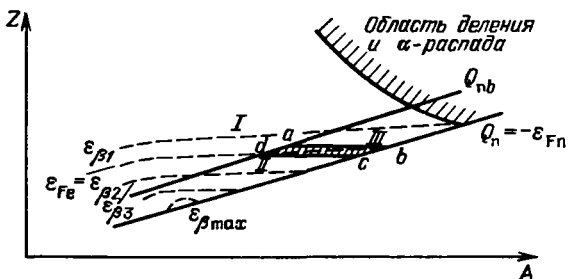
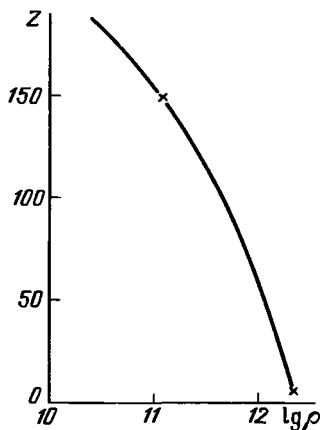


Рис. 12. Образование химического состава при остывании на стадии ограниченного равновесия. Линия $Q_n = -\epsilon_{Fn}$ отделяет область существования ядер. Линия Q_{nb} разделяет область I, где невозможно фотоотщепление нейтронов, и области II и III. Штриховые линии — уровни постоянного ϵ_β : $\epsilon_{\beta 1} < \epsilon_{\beta 2} < \dots < \epsilon_{\beta, \text{max}}$. В области I $Q_n > Q_{nb}$, в области II $Q_n < Q_{nb}$, $\epsilon_{Fe} < \epsilon_\beta$, в области III $Q_n < Q_{nb}$, $\epsilon_{Fe} > \epsilon_\beta$. Линия со штриховкой справа отделяет область деления и альфа-распада. Заштрихованная область $abcd$ определяет границы значений (A, Z) при ограниченном равновесии с данными $Q_{nb}(T)$ и $\epsilon_{Fe}(\rho)$

Рис. 13. Зависимость $Z(\rho)$ из (4.22) для неравновесного состава, образующегося при остывании плотного вещества, для $x_n = 1/2$. Крестиками указаны примерные границы неравновесности



выше линии cd . В области III бета-захваты уменьшают Z и переводят ядра в область ниже линии ab . Таким образом, в условиях ограниченного равновесия при $\epsilon_{Fe} \gg Q_{nb} \gg kT$, когда температурные эффекты не влияют на бета-процессы, ядерный состав определяется узкой областью $abcd$ на плоскости (A, Z) (рис. 12). Выход за пределы этой области не происходит из-за отсутствия допустимых бета-процессов и фотоотщеплений нейтронов. При $T \leq 5 \cdot 10^8$ К остается только одно ядро на границе (4.16).

Если пренебречь ϵ_{Fn} и учесть (4.18) и (4.19), то ядерный состав можно приближенно найти из соотношений, аналогичных (4.20),

$$A = 4Z, \quad Z = 7 \left\{ 33 - 0,511 \left[\left(\frac{\rho}{\mu_Z 10^6} \right)^{2/3} + 1 \right]^{1/2} + 1,293 \right\}. \quad (4.22)$$

Зависимость $Z(\rho)$ при $x_n = 1/2$ приведена на рис. 13. При $\rho = \rho_2 = 2,24 \cdot 10^{12}$ г·см⁻³ образуется ядро с $Z = 6$, обладающее $\epsilon_{\beta, \max}$, а при $\rho = \rho_1 = 1,2 \cdot 10^{11}$ г·см⁻³ образуется ядро с $Z = 150$, для которого $Z^2/A = Z/4 = 37,5$ и [164] время деления, зависящее от Z^2/A , есть $\tau_f = 3 \cdot 10^7$ лет. При $\rho < \rho_1$ величина Z^2/A растет, а время деления уменьшается. Ядерное деление, а также альфа-распад приводят к росту числа зародышевых ядер. Таким образом, при $\rho > \rho_2$ или $\rho < \rho_1$ химический состав может приблизиться к равновесному в состоянии СМЭ. Существенная неравновесность при остывании возможна только при $\rho_1 < \rho < \rho_2$.

Отличие неравновесности, образующейся при остывании, от той, которая образуется при холодной нейтронизации, имеется, в основном, при меньших плотностях, где для горячего случая получаются очень большие Z , см. табл. 10 и рис. 13. В то же время в обоих вариантах имеются принципиальные отличия от СМЭ, где $Z(\rho)$ увеличивается с ростом плотности, в то время как в обоих неравновесных составах $Z(\rho)$ быстро падает с ростом плотности.

ж) Термодинамические свойства вещества при учете кулоновского взаимодействия. Кулоновские взаимодействия в обычном веществе являются основными, определяющими агрегатное состояние, степени ионизации и поправки к термодинамическим функциям. В разреженных газах взаимодействия в основном локализованы внутри атомов и неполностью ободранных ионов. При нахождении степени ионизации по формуле Саха (1.8) происходит приближенный учет этого взаимодействия.

Основным параметром, характеризующим степень ионизации в разреженных газах, является величина $\lambda_{ij} = I_{ij}/kT$ (см. § 1). При уменьшении температуры и росте λ_{ij} газ становится нейтральным, а затем, когда тепловая энергия станет меньше энергии взаимодействия между атомами, превратится сначала в жидкое, а затем в твердое кристаллическое тело с упорядоченной структурой, обладающей минимумом энергии*). При сжатии вещества среднее расстояние между атомами $l = n_A^{-1/3} = Z^{1/3} n_e^{-1/3}$ уменьшается**) и при $\rho = \rho_{11}$ становится порядка размера атома $a_Z = Z^{-1/3} a_0$ в

*) Исключение составляет гелий-3 и 4, которые при нормальном давлении остаются жидкими при абсолютном нуле из-за квантовых эффектов [145].

**) Здесь в n_e включены и связанные электроны.

модели Томаса—Ферми (ТФ) [555], $a_0 = \hbar^2/m_e e^2$ — Борковский радиус. При $\rho = \rho_{i1}$ начинается ионизация давлением. Вещество становится полностью ионизованным при $\rho = \rho_{i2}$, когда межэлектронные расстояния становятся порядка радиуса ближайшей к ядру электронной орбиты $a_{Z0} = a_0 Z^{-1}$ [71]. Плотность ρ_{i1} находится с учетом (2.21) из соотношения

$$\frac{l}{a_Z} = \frac{Z^{2/3}}{n_e^{1/3} a_0} = (3\pi^2)^{1/3} \frac{Z^{2/3} \alpha}{y} = 1, \quad n_e = \frac{y^3}{3\pi^2} \frac{m_e^3 c^3}{\hbar^3}, \quad (4.23)$$

$$\rho_{i1} = \mu_Z m_u \frac{m_e^3 c^3}{\hbar^3} Z^2 \alpha^3 = 3\pi^2 \cdot 10^6 \mu_Z Z^2 \alpha^3 = 11,4 \mu_Z Z^2,$$

$\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$ — постоянная тонкой структуры. Аналогично для плотности ρ_{i2} имеем

$$\frac{Z}{n_e^{1/3} a_0} = (3\pi^2)^{1/3} \frac{Z\alpha}{y} = \theta_{i2}, \quad \theta_{i2} \geq 1 \quad (4.24)$$

$$\rho_{i2} = \frac{\mu_Z m_u}{\theta_{i2}^3} \frac{m_e^3 c^3}{\hbar^3} Z^3 \alpha^3 = \frac{3\pi^2}{\theta_{i2}^3} \cdot 10^6 \mu_Z Z^3 \alpha^3 = \frac{11,4}{\theta_{i2}^3} \mu_Z Z^3.$$

Отметим, что при $Z < \frac{\theta_{i2}}{\alpha(3\pi^2)^{1/3}} \approx 44\theta_{i2}$ полная ионизация давлением происходит при нерелятивистских электронах. Для железа ${}^{56}\text{Fe}$ имеем $\rho_{i1} = 1,7 \cdot 10^4 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, $\rho_{i2} = 4,4 \cdot 10^5 \theta_{i2}^{-3} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$.

Рассмотрим фазовые превращения и кулоновские поправки к термодинамическим функциям в плотном, полностью ионизованном веществе.

В виду малости параметра $\beta_Z = \frac{Z^{2/3}}{n_e^{1/3} a_0} \left(\approx \frac{E_c}{Z \epsilon_{Fe}} \right)$ поправки при $T = 0$

можно находить методом последовательных приближений [3,555]. Основную поправку к кинетической энергии электронов дает электростатическое взаимодействие ионов в решетке и свободных электронов между собой, а также обменное взаимодействие электронов. В первом приближении электроны можно считать расположенными однородно. Энергия электростатического взаимодействия E_c наиболее просто рассчитывается в приближении Вигнера—Зейца (WS), где учитывается только взаимодействие ионов и электронов внутри сферической ячейки радиуса l_{WS}

$$\frac{4\pi}{3} l_{WS}^3 = n_{A,Z}^{-1}, \quad l_{WS} = \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/3} l. \quad (4.25)$$

Энергия на одно ядро E_c в данном приближении есть [3,555]

$$\begin{aligned} E_c &= - \int_0^{l_{WS}} \frac{Ze}{r} dq_e + \int_0^{l_{WS}} \frac{q_e dq_e}{r} = - \frac{9}{10} \frac{(Ze)^2}{l_{WS}} = \\ &= - \frac{9}{10} \left(\frac{4}{9\pi} \right)^{1/3} Z^{5/3} \alpha m_e c^2 y, \end{aligned} \quad (4.26)$$

где $q_e = \frac{4\pi}{3} e n_e r^3$ — суммарный электрический заряд электронов внутри радиуса r , учтено также соотношение $l_{WS} = \left(\frac{9\pi}{4}\right)^{1/3} \frac{\hbar}{m_e c} \frac{Z^{1/3}}{y}$ *).

В [555] учитывается поправка следующего порядка за счет неоднородности электронной плотности внутри ячейки в ТФ приближении. Эта поправка состоит из поправки к энергии Ферми E_{TF} и корреляционной поправки к электростатической энергии E_{cor} :

$$E_{TF} = - \frac{162}{175} \left(\frac{4}{9\pi}\right)^{2/3} \sqrt{1+y^2} Z^{7/3} \alpha^2 m_e c^2, \quad * \quad (4.27)$$

$$E_{cor} = \left[0,031 \ln \left(\frac{e^2 m_e}{\hbar^2} l_{WS} \right) - 0,048 \right] Z \alpha^2 m_e c^2.$$

Последний член становится существенным при уменьшении плотности. Энергия обменного взаимодействия в общем случае есть [555]

$$E_{ex} = - \frac{3Z}{4\pi} \alpha m_e c^2 y \varphi(y),$$

$$\varphi(y) = \frac{1}{4y^4} \left[\frac{9}{4} + 3 \left(\beta^2 - \frac{1}{\beta^2} \right) \ln \beta - 6(\ln \beta)^2 - \left(\beta^2 + \frac{1}{\beta^2} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{8} \left(\beta^4 + \frac{1}{\beta^4} \right) \right], \quad \beta = y + \sqrt{1+y^2}; \quad (4.28)$$

$$\varphi(y) = \begin{cases} 1 & \text{при } y \ll 1 \\ -1/2 & \text{при } y \gg 1. \end{cases} \quad (4.29)$$

В нерелятивистском пределе E_{ex} приведена в [3]. Таким образом, основные поправки к кинетической энергии холодного газа (2.22) за счет кулоновского взаимодействия для единицы массы равны с учетом (2.19)

$$E_q = \frac{1}{Am_u} (E_c + E_{TF} + E_{cor} + E_{ex}) = \\ = \left\{ - \frac{3}{10\pi^2} \left(\frac{4}{9\pi}\right)^{1/3} \alpha Z^{2/3} y - \frac{54}{175\pi^2} \left(\frac{4}{9\pi}\right)^{2/3} \alpha^2 Z^{4/3} \sqrt{1+y^2} + \right. \\ \left. + \frac{0,031\alpha^2}{3\pi^2} \ln \left[\left(\frac{9\pi}{4}\right)^{1/3} \frac{\alpha Z^{1/3}}{y} \right] - \frac{0,016}{\pi^2} \alpha^2 - \right. \\ \left. - \frac{\alpha}{4\pi^3} y \varphi(y) \right\} \frac{m_e^4 c^5}{\hbar^3} \frac{y^3}{\rho}. \quad (4.29)$$

* Точное значение электростатической энергии на ядро W_L из (4.4) в 1,00454 раза меньше, чем E_c из (4.26).

Из термодинамического соотношения $P = \rho^2 \frac{dE}{d\rho}, \frac{dy}{d\rho} = \frac{1}{3} \frac{y}{\rho}$ находим

поправку к давлению

$$\begin{aligned}
 P_q &= P_c + P_{TF} + P_{\text{cor}} + P_{\text{ex}} = \\
 &= -\frac{m_e^4 c^3}{\hbar^3} y^3 \left[\frac{1}{10\pi^2} \left(\frac{4}{9\pi} \right)^{1/3} \alpha Z^{2/3} y + \frac{18}{175\pi^2} \left(\frac{4}{9\pi} \right)^{2/3} \alpha^2 Z^{4/3} \times \right. \\
 &\times \left. \frac{y^2}{\sqrt{1+y^2}} - \frac{0,031}{9\pi^2} \alpha^2 + \frac{\alpha}{4\pi^3} \frac{\chi(y)}{y^3} \right], \quad (4.30)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 \chi(y) &= \frac{y^4}{3} \frac{d}{dy} [y\varphi(y)] = \frac{1}{32} \left(\beta^4 + \frac{1}{\beta^4} \right) + \frac{1}{4} \left(\beta^2 + \frac{1}{\beta^2} \right) - \frac{9}{16} - \\
 &- \frac{3}{4} \left(\beta^2 - \frac{1}{\beta^2} \right) \ln \beta + \frac{3}{2} (\ln \beta)^2 - \frac{y}{3} \left(1 + \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} \right) \left[\frac{1}{8} \left(\beta^3 - \frac{1}{\beta^5} \right) - \right. \\
 &- \left. \frac{1}{4} \left(\beta - \frac{1}{\beta^3} \right) - \frac{3}{2} \left(\beta + \frac{1}{\beta^3} \right) \ln \beta + \frac{3}{\beta} \ln \beta \right], \\
 \chi(y) &= \begin{cases} y^4/3 & \text{при } y \ll 1 \\ -y^4/6 & \text{при } y \gg 1. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Отсюда в предельных случаях имеем с учетом (2.32) и (2.33)

$$\begin{aligned}
 \frac{P_{qr}}{P_e} &= -\frac{6}{5} \left(\frac{4}{9\pi} \right)^{1/3} \alpha Z^{2/3} - \frac{216}{175} \left(\frac{4}{9\pi} \right)^{2/3} \alpha^2 Z^{4/3} - \frac{0,124}{3} \frac{\alpha^2}{y} + \\
 &+ \alpha/2\pi = -4,56 \cdot 10^{-3} Z^{2/3} - 1,78 \cdot 10^{-5} Z^{4/3} - \\
 &- \frac{2,2 \cdot 10^{-6}}{y} + 1,16 \cdot 10^{-3} \quad (4.31)
 \end{aligned}$$

для $y \gg 1$ [555].

$$\begin{aligned}
 \frac{P_{qnr}}{P_e} &= -\frac{3}{2} \left(\frac{4}{9\pi} \right)^{1/3} \alpha \frac{Z^{2/3}}{y} - \frac{54}{35} \left(\frac{4}{9\pi} \right)^{2/3} \alpha^2 Z^{4/3} - \frac{0,155 \alpha^2}{3y^2} - \\
 &- \frac{5\alpha}{4\pi y} = -5,7 \cdot 10^{-3} \frac{Z^2}{y} - 2,23 \cdot 10^{-5} Z^{4/3} - \frac{2,75 \cdot 10^{-6}}{y^2} - \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{y} \quad (4.32)
 \end{aligned}$$

для $y \ll 1$. Формулы (4.30), (4.32) применимы только для значений y , при которых $P_q/P_e \ll 1$. С уменьшением плотности кулоновское взаимодействие качественно меняет вид уравнения состояния. В [647] приведено приближенное аналитическое соотношение для уравнения состояния:

$$\rho = \rho_0 (\zeta + \varphi)^3, \quad \zeta^5 \equiv P/P_0, \quad (4.33)$$

где

$$\rho_0 = \frac{32}{3} \pi^{-3} AZ m_u a_0^{-3} = 3,88 ZA \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}, \quad (4.34)$$

$$P_0 = Z^{10/3} \frac{2^8 (2\pi)^{1/3}}{15\pi^4} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 \frac{m_e c^2}{a_0^3} = 9,52 \cdot 10^{13} Z^{10/3} \text{дин} \cdot \text{см}^{-2}$$

$$\varphi = \frac{1}{20} 3^{1/3} + \frac{1}{8} \left(\frac{3}{4} \pi^{-2} Z^{-2} \right)^{1/3}, \quad a_0 = \hbar^2 / m_e e^2,$$

при $\rho \gg \rho_0$, $\zeta \gg \varphi$ уравнение состояния (4.33) сводится к (39.3).

В силу квантовых свойств вещества ионы в решетке при абсолютном нуле совершают колебания с частотой, определяемой взаимодействием с электронами. В *WS* приближении возвращающая сила, действующая на ион со стороны электронов в ячейке при отклонении от равновесия, есть

$$F(r) = - \frac{Ze q_e}{r^2} = \frac{4\pi}{3} Ze^2 n_e r,$$

что приводит к частоте гармонических колебаний [125, 555]

$$\omega_i^2 = \frac{F(r)}{Am_u r} = \frac{4\pi}{3} \frac{Ze^2 n_e}{Am_u} = \frac{4}{9\pi} \frac{Zy^3}{Am_u} \alpha \frac{m_e^3 c^4}{\hbar^2}. \quad (4.35)$$

Нулевую энергию трехмерного осциллятора $E_{zp} = \frac{3}{2} \hbar \omega_i$ следует сравнивать с E_c из (4.26). Имеем

$$f = \frac{E_{zp}}{E_c} = \frac{5}{3} \left(\frac{4}{9\pi} \right)^{1/6} \left(\frac{m_e}{m_u} \right)^{1/2} \left(\frac{y}{\alpha AZ^{7/3}} \right)^{1/2} = \left(0,11 \frac{y}{AZ^{7/3}} \right)^{1/2} \quad (4.36)$$

При $f \geq 1$ кулоновский кристалл разрушается уже при нулевой температуре за счет квантовых колебаний. При этом необходимы слишком большие плотности $\rho > 7,5 \cdot 10^8 \mu_Z A^3 Z^7$, так что в холодных звездах нулевые колебания не разрушают кристаллической структуры.

Более реальным является разрушение кристалла тепловыми движениями ионов [485, 620]. Плавление кристалла происходит при $T = T_m$, когда кинетическая энергия колебаний kT составляет $\sim 1/150$ от кулоновской энергии *WS* ячейки [544, 245, 578]*). Имеем с учетом (4.26)

$$kT_m = 0,003 \alpha m_e c^2 Z^{5/3} y, \quad (4.37)$$

$$T_m = 1,3 \cdot 10^5 Z^{5/3} \left(\frac{\rho}{\mu_Z 10^6} \right)^{1/3} \text{ К.}$$

* В работе [578] с помощью расчетов по методу Монте-Карло получено $\Gamma = Z^2 e^2 / (kT l_{WS}) = 178 = \Gamma_m$ в точке плавления кристалла, l_{WS} дано в (4.25).

Термодинамические свойства кристаллических тел хорошо известны [145]. При малых температурах возбуждаются только степени свободы, соответствующие длинным волнам (малым частотам). Эти моды колебаний (фононы) обладают свойствами, аналогичными фотонному газу. Напротив, при больших температурах возбуждаются все возможные моды колебаний. При этом энергия колебаний кристалла в два раза больше кинетической энергии вещества в газовом состоянии при той же температуре. В общем случае для тепловой энергии ионной решетки на единицу массы справедлива интерполяционная формула Дебая [145]

$$E_{iT} = \frac{3kT}{Am_u} \mathcal{D}\left(\frac{\theta}{T}\right),$$

$$\mathcal{D}(x) = \frac{3}{x^3} \int_0^x \frac{z^3 dz}{e^z - 1} \quad \text{— функция Дебая,} \quad (4.38)$$

$$\theta = 0,775 \frac{\hbar\omega_i}{k} = \frac{3,5 \cdot 10^3 \sqrt{\rho}}{\mu_Z} \text{ К,}$$

θ — дебаевская температура кулоновской решетки [145, 620]. Здесь ω_i — частота ионных колебаний в кристалле (4.35). В предельных случаях функция $\mathcal{D}(x)$ равна [145] *)

$$\mathcal{D}(x) = \begin{cases} \frac{\pi^4}{5x^3} - 3e^{-x} & \text{при } x \gg 1, \\ 1 - \frac{3}{8}x + \frac{x^2}{20} & \text{при } x \ll 1. \end{cases} \quad (4.39)$$

Энтропия единицы массы и давление, связанные с ионным кристаллом, равны [145]

$$S_{iT} = \frac{k}{Am_u} \left[-3 \ln\left(1 - e^{-\frac{\theta}{T}}\right) + 4 \mathcal{D}\left(\frac{\theta}{T}\right) \right],$$

$$P_{iT} = \frac{3}{2} \frac{\rho k T}{Am_u} \mathcal{D}\left(\frac{\theta}{T}\right) = \frac{\rho E_{iT}}{2}. \quad (4.40)$$

В предельных случаях

$$S_{iT} = \begin{cases} \frac{3k}{Am_u} \left(\ln \frac{\theta}{T} + \frac{4}{3} \right) & \text{при } T \gg \theta, \\ \frac{4}{5} \frac{\pi^4}{Am_u} \frac{kT^3}{\theta^3} & \text{при } T \ll \theta. \end{cases} \quad (4.41)$$

*) В [227] в пределе $\theta \gg T$ энергия принималась в 4/3 раза большей, чем в (4.38), (4.39).

В зависимости от соотношения между температурами T , T_m и θ имеем следующие состояния ионизованного вещества:

$T < \theta < T_m$	$\theta < T < T_m$	$\theta < T_m < T$	$T_m < \theta < T$	$T < T_m < \theta$	$T_m < T < \theta$
Квантовый (вырожденный) кристалл	Классический ионный кристалл	Классическая жидкость (неидеальная плазма)		Квантовая жидкость	

Плавление ионного кристалла при $T > T_m > \theta$ сопровождается выделением тепла, а при дальнейшем росте температуры происходит переход к идеальному газу с $E_{iT} = \frac{3}{2} kT/Am_u$. Согласно [544, 245, 578] приближение идеального газа становится применимым при

$$T_g \approx 150 T_m \approx 2 \cdot 10^7 Z^{5/3} (\rho/\mu_Z 10^6)^{1/3} \text{К.} \quad (4.42)$$

В промежутке $T_m < T < 150 T_m$ можно использовать интерполяцию. Вопрос о теплоте плавления не вполне ясен. В [485] приводятся аргументы в пользу очень малой теплоты плавления при постоянных T и ρ . В [620] из других соображений предполагается, что фазовый переход относится к первому роду и теплота плавления решетки при постоянных T и ρ есть

$$\delta U_{\text{сoul}} \approx -\frac{3}{4} kT_m. \quad (4.43)$$

Строгого решения этой проблемы не сделано.

Наиболее сложен для количественного описания промежуточный интервал плотностей $\rho_{i1} < \rho < \rho_{i2}$, где степень ионизации определяется как тепловой энергией, так и давлением. В ТФ приближении процесс ионизации холодного вещества давлением исследован в [126]. Оболочечные поправки приводят к скачкам давления при каждой последующей ионизации, при плотности

$$\rho_n = \left(\frac{\kappa}{\pi n} \right)^6 \mu_Z m_u \frac{m_e^3 c^3}{\hbar^3} Z^4 \alpha^3, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (4.44)$$

$$\kappa = 3 \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/6} \ln \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \approx 1,56.$$

Зависимость немонотонной поправки к давлению от плотности задается формулой [126]

$$\delta P = -12 \left(\frac{9\pi}{4} \right)^{1/6} \kappa \frac{Z^{5/3} v^{4/3}}{\ln(Z^3 v)} [S_0] \frac{m_e^4 c^5}{\hbar^3} \alpha^5, \quad (4.45)$$

где

$$v = \frac{Am_u}{\rho} \alpha^3 \frac{m_e^3 c^4}{\hbar^3}, \quad S_0 = \kappa Z^{1/2} v^{1/6} - \pi/2, \quad (4.46)$$

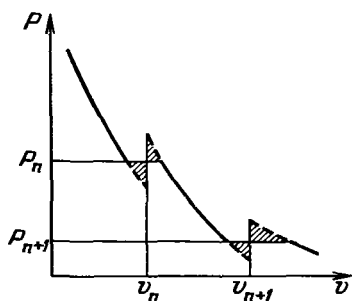
$[f(S_0)] = f(S_0)$ при $-\pi/2 < S_0 < \frac{\pi}{2}$ с периодическим продолжением вне

этой области. Скачки давления (4.45), возникающие при $\rho = \rho_n$ и $v = v_n = \frac{1}{Z^3} \left(\frac{\pi n}{\kappa} \right)^6$, соответствуют фазовым переходам первого рода. В окрестности $\rho = \rho_n$ давление электронов постоянно, причем величина P_n находится по правилу Максвелла (равенство площадей, рис. 14). Оболочечные эффекты исчезают, согласно (4.44), при

$$\rho > \rho_1 = 0,015 \mu_Z m_u \frac{m_e^3 c^3}{\hbar^3} \alpha^3 Z^4, \quad (4.47)$$

когда все уровни энергии уходят в непрерывный спектр. По физическому

Рис. 14. Схематическая зависимость давления от удельного объема при учете оболочечных эффектов. Постоянные уровни давления P_n находятся из равенства заштрихованных площадей



смыслу $\rho_1 \leq \rho_{i2}$ из (4.24). Если принять, что при $\rho_1 = \rho_{i2}$ электроны становятся релятивистскими с $u = 1$, то получаем $\theta_{i2} = 1,11$ и условие $Z \leq 49$ для применимости нерелятивистского ТФ-рассмотрения процесса ионизации [126].

Термодинамические свойства смеси водорода и гелия при конечной температуре с учетом взаимодействия и ионизации давлением изучались в [403]. Учитывались соединения H_2 , H , H^+ , H^- , He , He^+ , He^{++} . Для данной температуры T и полного числа ионов N_i в объеме V вычисляется свободная энергия F в виде

$$F = F_0 + F_c, \quad (4.48)$$

где F_0 соответствует идеальному газу, а F_c отражает кулоновское взаимодействие. Давление P , энтропия S и энергия системы E находятся из соотношений

$$P = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_{T, N_i},$$

$$S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_{V, N_i}, \quad (4.49)$$

$$E = F + TS.$$

Кулоновское взаимодействие учитывается здесь также в виде поправок к идеальному газу

$$P = P_0 + P_c, \quad S = S_0 + S_c, \quad E = E_0 + E_c. \quad (4.50)$$

На основе ТФ теории с дебай-хьюккелевским потенциалом вокруг ядра (ТФДХ) имеем [403]

$$F_c = -\frac{kTV}{12\pi} \kappa_{\mathcal{D}}^3, \quad (4.51)$$

$$\kappa_{\mathcal{D}}^2 = \frac{4\pi e^2}{kT} (n_i + n_e \theta_e), \quad n_i = \frac{N_i}{V}, \quad n_e = \frac{N_e}{V},$$

$$\theta_e = F'_{1/2}(\eta)/F_{1/2}(\eta),$$

где $F_\alpha(\eta)$ — функции Ферми из (2.49), ηkT — химический потенциал свободных электронов, $\kappa_{\mathcal{D}}^{-1}$ — дебаевский радиус (см. также (8.47)), и предполагается, что все ионы имеют одинаковый средний заряд $Z = 1$. Для рассмотренной смеси с $x_H = 0,739$, $x_{He} = 0,261$ величина Z меняется от единицы до 1,0811 при изменении состава от полностью нейтрального до полностью ионизованного, n_e — концентрация свободных электронов. С учетом (4.51), поправки к термодинамическим функциям равны

$$P_c = -F_c \left(\frac{1}{V} + \frac{3}{\kappa_{\mathcal{D}}} \frac{\partial \kappa_{\mathcal{D}}}{\partial V} \right),$$

$$S_c = -F_c \left(\frac{1}{T} + \frac{3}{\kappa_{\mathcal{D}}} \frac{\partial \kappa_{\mathcal{D}}}{\partial T} \right), \quad (4.52)$$

$$E_c = \frac{kT^2}{4\pi} V \kappa_{\mathcal{D}}^2 \frac{\partial \kappa_{\mathcal{D}}}{\partial T}.$$

Результаты ТФДХ рассмотрения верны при

$$\Gamma_e = \frac{e^2}{kT} \left(\frac{4\pi}{3} n_e \right)^{1/3} \ll 1. \quad (4.53)$$

В [403] ТФДХ теория применяется при $\Gamma_e < 0,1$, при $\Gamma_e > 1$ используются результаты расчетов Монте-Карло, а при $0,1 < \Gamma_e < 1$ результаты обоих методов интерполируются.

Для определения степени ионизации используется уравнение Саха, в котором учитывается, в дополнение к (1.8), конечная степень вырождения свободных электронов, влияющая на их химический потенциал. Сдвиг уровней ионов и молекул при учете экранирующего ДХ потенциала приводит к уменьшению числа связанных состояний и уменьшению их глубины. Их учет в формуле Саха отражает ионизацию давлением. В целом, учет ионизации давлением сводится к сложной самосогласованной проблеме, в которой концентрация свободных электронов n_e и ионов n_i определяет ДХ радиус и потенциал, а те, в свою очередь, определяют концентрацию посредством сдвига уровней, входящих в уравнение Саха. Задача осложняется отсутствием аналитических решений для уравнения Шредингера с ДХ потенциалом [240], поэтому необходимы численные расчеты. Результаты таких расчетов, выполненных в [403], представлены на рис. 15 и 16. Таблицы уравнения состояния с учетом кулоновского взаимодействия, рассчитанные аналогичным способом, даны в [358].

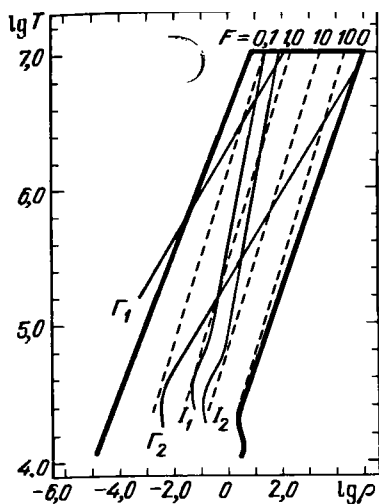


Рис. 15. Область на плоскости $(\lg \rho, \lg T)$, где рассчитывались термодинамические функции [403]. Слева от линии $\Gamma_e = \Gamma_1 = 0,1$ расчеты велись по ТФДХ теории, справа от линии $\Gamma_e = \Gamma_2 = 1,0$ по методу Монте-Карло (см. (4.53)). Слева от линии I_1 водород и гелий частично ионизованы, между линиями I_1 и I_2 водород ионизован полностью, а гелий частично, а справа от линии I_2 оба ионизованы полностью, штрихами указаны линии постоянного значения $F = 4F_{1/2}(\eta)/\sqrt{\pi}$, характеризующие вырождение, в невырожденной плазме $F \ll 1$.

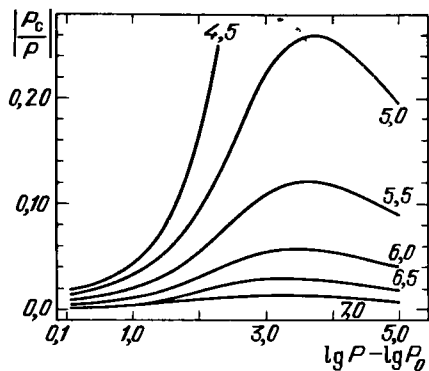


Рис. 16. Отношение кулоновской поправки к давлению к полному давлению при $T = \text{const}$. На каждой кривой указана величина $\lg T$, для которой $\lg P_0 = 2,74118 \lg T - 4,58825$

Задача. Сделать гладкую интерполяцию уравнения состояния холодного вещества нейтронных звезд.

Решение [14]. Гладкая с первой производной интерполяция уравнения состояния $P(\rho)$ из табл. 9 [479] определяется следующими формулами (ρ — полная плотность массы-энергии с учетом взаимодействия):

$$P = \begin{cases} P^{(1)} = b_1 \rho^{5/3} / (1 + c_1 \rho^{1/3}), & \rho \leq \rho_1 \\ P^{(k)} = a \cdot 10^{b_k} (\lg \rho - 8,419)^{c_k}, & \rho_{k-1} \leq \rho \leq \rho_k, \end{cases} \quad (1)$$

$$k = 2, 3 \dots 6.$$

$$\begin{array}{lll} a = 10^{26,1673}, & c_1 = 10^{-2,257}, & \rho_1 = 10^{9,419}, \\ b_1 = 10^{12,40483}, & c_2 = 1,1598, & \rho_2 = 10^{11,5519}, \\ b_2 = 1, & c_3 = 0,356293, & \rho_3 = 10^{12,26939}, \\ b_3 = 2,5032, & c_4 = 1,2972138, & \rho_4 = 10^{14,302}, \\ b_4 = 0,70401515, & c_5 = 2,117802, & \rho_5 = 10^{15,0388}, \\ b_5 = 0,16445926, & c_6 = 1,237985, & \rho_6 \geq \rho_5, \\ b_6 = 0,86746415, & & \end{array}$$

Непрерывность производных $dP/d\rho$ в точках $\rho = \rho_k$ из (1) достигается с помощью сглаживания в виде

$$P(\rho) = \begin{cases} P^{(k)}, & \rho \in [\rho_{k-1} + \xi_{k-1}, \rho_k - \xi_k], \quad k = 1, 2, \dots, 6, \\ \theta_k P^{(k)} + (1 - \theta_k) P^{(k+1)}, & \rho \in [\rho_k - \xi_k, \rho_k + \xi_k], \\ \rho_0 + \xi_0 = 0, & \end{cases} \quad (2)$$

где

$$\theta_k = \theta_k(\rho) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{2\xi_k} (\rho - \rho_k) \right),$$

$$\xi_k = 0,01 \rho_k.$$

ГЛАВА 2

ЛУЧИСТЫЙ ПЕРЕНОС ЭНЕРГИИ. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

Звезда излучает с поверхности энергию, производимую в ее центральных частях за счет ядерных реакций или гравитационного сжатия. Свободный пробег фотонов обычно гораздо больше, чем у частиц. Фотоны определяют лучистую теплопроводность, которая является основным механизмом передачи энергии в звезде в отсутствие конвекции. В очень плотных звездах (белых карликах, нейтронных звездах), где вещество является вырожденным, плотность лучистой энергии относительно мала, а свободный пробег частиц вырожденного газа велик. Поэтому в белых карликах наиболее важна теплопроводность электронов, а в нейтронных звездах важна и теплопроводность нейтронов. *)

Потери энергии звездой происходят за счет выхода фотонов в прозрачные слои и свободного их улета на бесконечность. В переходной области с оптической толщиной $\tau = \int_{r_f}^{\infty} \sigma n dr \leq 1$ (σ — сечение взаимодействия фотона с частицей вещества, n — концентрация частиц, r_f — радиус фотосферы) формируется спектр излучения звезды. Наиболее общее описание излучения в звездах, как в прозрачных, так и в непрозрачных областях, дает уравнение переноса, которое является кинетическим уравнением для фотонов.

§ 5. Уравнение переноса энергии

Все фотоны движутся со скоростью света c и не подвержены действию внешних сил. Мы не рассматриваем здесь сильных гравитационных полей, приводящих, согласно общей теории относительности (ОТО) к красному смещению и к искривлению траекторий фотонов. Функция распределения фотонов f_ν ($\text{см}^{-3} \cdot \text{Гц}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}$) зависит от времени t , координат x_i , энергии фотона $h\nu$ и направления его движения, определяемого единичным

*) Нейтринные потери энергии, доминирующие при очень высоких температурах, рассмотрены в § 19.