Непрерывность производных $dP/d\rho$ в точках $\rho = \rho_k$ из (1) достигается с помощью сглаживания в виде

$$P(\rho) = \begin{cases} P^{(k)}, & \rho \in [\rho_{k-1} + \xi_{k-1},\ \rho_k - \xi_k], \quad k = 1, 2, \ldots 6, \\ \theta_k P^{(k)} + (1 - \theta_k) P^{(k+1)}, & \rho \in [\rho_k - \xi_k,\ \rho_k + \xi_k], \\ \rho_0 + \xi_0 = 0, \end{cases} \tag{2}$$

где

$$\theta_k = \theta_k(\rho) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2\xi_k}(\rho - \rho_k)\right),$$

$$\xi_k = 0{,}01\,\rho_k.$$

ГЛАВА 2

ЛУЧИСТЫЙ ПЕРЕНОС ЭНЕРГИИ. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

Звезда излучает с поверхности энергию, производимую в ее центральных частях за счет ядерных реакций или гравитационного сжатия. Свободный пробег фотонов обычно гораздо больше, чем у частиц. Фотоны определяют лучистую теплопроводность, которая является основным механизмом передачи энергии в звезде в отсутствие конвекции. В очень плотных звездах (белых карликах, нейтронных звездах), где вещество является вырожденным, плотность лучистой энергии относительно мала, а свободный пробег частиц вырожденного газа велик. Поэтому в белых карликах наиболее важна теплопроводность электронов, а в нейтронных звездах важна и теплопроводность нейтронов. *)

Потери энергии звездой происходят за счет выхода фотонов в прозрачные слои и свободного их улета на бесконечность. В переходной области с оптической толщей $\tau = \int_{r_f}^{\infty} \sigma n dr \leqslant 1$ (σ – сечение взаимодействия фотона с частицей вещества, n – концентрация частиц, r_f – радиус фотосферы) формируется спектр излучения звезды. Наиболее общее описание излучения в звездах, как в прозрачных, так и в непрозрачных областях, дает уравнение переноса, которое является кинетическим уравнением для фотонов.

§ 5. Уравнение переноса энергии

Все фотоны движутся со скоростью света c и не подвержены действию внешних сил. Мы не рассматриваем здесь сильных гравитационных полей, приводящих, согласно общей теории относительности (ОТО) к красному смещению и к искривлению траекторий фотонов. Функция распределения фотонов f_ν (см$^{-3}$ · Гц$^{-1}$ · ср$^{-1}$) зависит от времени t, координат x_i, энергии фотона $h\nu$ и направления его движения, определяемого единичным

*) Нейтринные потери энергии, доминирующие при очень высоких температурах, рассмотрены в § 19.

вектором l_i [159, 215]. Число фотонов dn_ν в элементе объема dV в интервале частот $d\nu$, двигающихся внутри телесного угла $d\Omega$ равно

$$dn_\nu = f_\nu(t, x_i, \nu, l_i)\, dV\, d\nu\, d\Omega. \tag{5.1}$$

Так как свободные фотоны движутся прямолинейно с одинаковой скоростью c, количество энергии dE_ν, проходящее за время dt внутри интервала $d\nu d\Omega$ через площадку $d\sigma$, равно энергии фотонов внутри объема

$$dV = (l_i \cdot d\sigma_i)\, c dt, \tag{5.2}$$

$d\sigma_i$ – вектор нормали к площадке длиной $d\sigma$ (рис. 17). Имеем

$$dE_\nu = h\nu\, dn_\nu = f_\nu\, d\nu d\Omega\, h\nu dV = f_\nu c h\nu d\nu d\Omega dt (l_i d\sigma_i). \tag{5.3}$$

В теории переноса излучения вместо функции f_ν, характеризующей концентрацию квантов (5.1), используют спектральную интенсивность излучения I_ν (эрг · см$^{-2}$ · с$^{-1}$ · ср$^{-1}$ · Гц$^{-1}$),

$$I_\nu = c h\nu f_\nu, \tag{5.4}$$

связанную с потоком энергии (5.3). Интенсивность излучения является более естественным способом описания постоянно движущихся фотонов, чем их концентрация.

Проходя слой вещества толщиной ds, интенсивность I_ν уменьшается за счет поглощения:

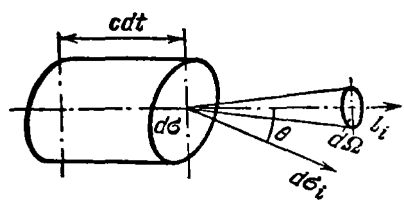
$$dI_\nu |_a = -\alpha_\nu \rho I_\nu ds \tag{5.5}$$

и возрастает за счет собственного излучения среды:

$$dI_\nu |_e = j_\nu \rho ds. \tag{5.6}$$

Здесь α_ν (см^2 · г$^{-1}$) – спектральный коэффициент поглощения, а j_ν (эрг · г$^{-1}$ · с$^{-1}$ · ср$^{-1}$ · Гц$^{-1}$) – коэффициент излучения, отнесенный к единице массы вещества. Часть излучения, потерянная падающим пучком,

Рис. 17. К выводу уравнения переноса



перераспределится по другим направлениям. Если при этом частота сохраняется, то такой процесс называется когерентным рассеянием. Изменение интенсивности за счет рассеяния есть

$$dI|_s = \left[-\sigma_\nu I_\nu + \int_{\Omega'} \sigma_{\nu l}(l'_i \cdot l_i)\, I_\nu(l'_i) \frac{d\Omega'}{4\pi} \right] \rho ds. \tag{5.7}$$

Здесь первый член означает уменьшение интенсивности за счет рассеяния из данного направления l_i, а второй – увеличение интенсивности в направлении l_i за счет прибавки фотонов, рассеянных из направлений l'_i. Сечение зависит от угла между l_i и l'_i, т.е. от $\cos\tilde{\theta} = l_i \cdot l'_i$. Усредненный по направлению коэффициент рассеяния σ_ν (см^2/г) есть

$$\sigma_\nu = \int_0^\pi \sigma_{\nu l}(\cos\tilde\theta)\frac{\sin\tilde\theta\, d\tilde\theta}{2}\left(=\int \sigma_{\nu l}\cdot\frac{d\Omega'}{4\pi} = \int \sigma_{\nu l}\frac{d\Omega}{4\pi}\right), \tag{5.8}$$

а нормировка $\sigma_{\nu l}$ выбрана так, что для изотропного рассеяния $\sigma_{\nu l} = \sigma_\nu$. Приравнивая конвективную часть изменения интенсивности

$$\left(\frac{1}{c}\frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial s}\right)ds$$

к сумме (5.5)–(5.7), получаем уравнение переноса [219]

$$\frac{1}{c}\frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \frac{\partial I_\nu}{\partial s} = -\alpha_\nu\rho I_\nu + j_\nu\rho - \sigma_\nu\rho I_\nu + \rho\int_{\Omega'}\sigma_{\nu l}(\cos\tilde\theta)\, I_\nu(l_i')\frac{d\Omega'}{4\pi}. \tag{5.9}$$

Здесь $\partial I_\nu/\partial s$ – производная по направлению распространения луча. В декартовой системе

$$\partial I_\nu/\partial s = l_i\frac{\partial I_\nu}{\partial x_i}. \tag{5.10}$$

В случае плоской симметрии $I_\nu(z, \theta, \nu, t)$, $\dfrac{\partial I_\nu}{\partial x} = \dfrac{\partial I_\nu}{\partial y} = 0$, $l_z = \cos\theta$, θ – угол между осью z и направлением луча, левая часть (5.9) есть

$$\frac{1}{c}\frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \cos\theta\frac{\partial I}{\partial z}. \tag{5.11}$$

В сферически-симметричном случае $I_\nu(r, \theta, \nu, t)$, θ-меняющийся вдоль пути угол между радиусом-вектором точки и направлением луча $\partial r/\partial s = \cos\theta$, $\partial\theta/\partial s = -\sin\theta/r$ (рис. 18). При этом левая часть (5.9) принимает вид

$$\frac{1}{c}\frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \cos\theta\frac{\partial I_\nu}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r}\frac{\partial I_\nu}{\partial\theta}. \tag{5.12}$$

В локальном термодинамическом равновесии (ЛТР) величины j_ν и α_ν связаны законом Кирхгофа *)

$$j_\nu = \alpha_\nu B_\nu(T), \tag{5.13}$$

где

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (\text{эрг}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{ср}^{-1}\cdot\text{Гц}^{-1}) \tag{5.14}$$

– интенсивность равновесного планковского излучения [145].

*) Для учета вынужденного излучения α_ν в (5.9) нужно заменить (см. § 21) на $\alpha_\nu^* = \alpha_\nu(1 - e^{-h\nu/kT})$ (5.13а).

Угловая зависимость сечения рассеяния задается углом $\tilde{\theta}$, $l_i l_i' = \cos\tilde{\theta}$, который выражается через углы исходного (θ, φ) и рассеянного (θ', φ') луча с помощью соотношения [219]

$$\cos^2\tilde{\theta} = \cos^2\theta\cos^2\theta' + \sin^2\theta\sin^2\theta'\cos^2(\varphi - \varphi') +$$
$$+ 2\cos\theta\,\cos\theta'\sin\theta\,\sin\theta'\cos(\varphi - \varphi'). \qquad (5.15)$$

Когда частота при рассеянии меняется, то оно называется некогерентным.

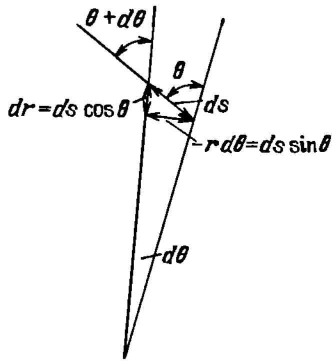


Рис. 18. Перенос излучения в сферической геометрии

В этом случае два последних члена в (5.9) следует заменить на

$$\rho \int \left[\frac{\nu}{\nu'} K(\tilde{\theta}, \nu' \to \nu) I'_\nu \left(1 + \frac{c^2}{2h\nu^3} I_\nu\right) - K(\tilde{\theta}, \nu \to \nu') \times\right.$$
$$\left.\times I_\nu \left(1 + \frac{c^2}{2h\nu'^3} I'_{\nu'}\right)\right] d\nu' \frac{d\Omega'}{4\pi}, \qquad (5.16)$$

$$\int K(\tilde{\theta}, \nu \to \nu') d\nu' \frac{d\Omega'}{4\pi} = \sigma_\nu,$$

где учтены вынужденные процессы рассеяния (см. § 21). Часто вместо реальных угловых зависимостей при рассеянии (см. § 7) используют приближение изотропного рассеяния, для которого последний член в (5.9) после интегрирования по $d\varphi'$ имеет вид

$$\frac{1}{2} \rho\sigma_\nu \int_0^\pi I_\nu(\theta') \sin\theta' d\theta'. \qquad (5.17)$$

§ 6. Эддингтоновское приближение. Лучистая теплопроводность

Свободный пробег фотона внутри звезды обычно много меньше ее размера, поэтому перенос излучения там достаточно рассмотреть в приближении лучистой теплопроводности. Параметры фотосферы, где $\tau \lesssim 1$, входят как граничные условия для уравнений, описывающих строение звезды (см. гл. 6). При этом используются только усредненные свойства поля излучения. Для получения граничных условий часто пользуются прибли-