§ 21. Нейтринный перенос и нейтринная теплопроводность

В центральных областях горячей нейтронной звезды, образующейся в результате коллапса, температура и плотность столь велики, что нейтрино не вылетают свободно, а находятся в состоянии, близком к термодинамическому равновесию [28, 111]. Если принять нейтрино безмассовыми, то для них в условиях ЛТР справедливо уравнение переноса, аналогичное (5.9) и имеющее вид [115, 430, 301]

$$\frac{1}{c}\frac{\partial I_{\nu\epsilon}}{\partial t}+\frac{\partial I_{\nu\epsilon}}{\partial s}=-\alpha^*_{\nu\epsilon}\rho(I_{\nu\epsilon}-I^{\mathrm{P}}_{\nu\epsilon})+$$

$$+\rho\int\left[\frac{\epsilon_\nu}{\epsilon'_\nu}K_\nu(l_i\cdot l'_i,\,\epsilon'_\nu\to\epsilon_\nu)I'_{\nu\epsilon'}\left(1-\frac{c^2h^3}{\epsilon^3_\nu}I_{\nu\epsilon}\right)-\right.$$

$$\left.-K_\nu(l_i\cdot l'_i,\,\epsilon_\nu\to\epsilon'_\nu)I_{\nu\epsilon}\left(1-\frac{c^2h^3}{\epsilon'^3_\nu}I'_{\nu\epsilon'}\right)\right]d\epsilon'_\nu d\Omega'/4\pi. \qquad (21.1)$$

Здесь индекс ν означает нейтрино, а не частоту, как в (5.9). Интенсивность нейтринного излучения $I_{\epsilon\nu}\equiv I_\nu(l_i,\,\epsilon_\nu)$ эрг · см$^{-2}$ · с$^{-1}$ · стер$^{-1}$ · эрг$^{-1}$ нормирована к единице интервала энергии, а не частоты, как в (5.4). Уравнение (21.1) справедливо и при $m_{\nu 0}\neq 0$, если $\epsilon_\nu\gg m_{\nu 0}c^2$. Левая часть (21.1) равна (5.11) и (5.12) для плоского и сферического случаев, соответственно. Равновесная интенсивность нейтрино $I^{\mathrm{P}}_{\nu\epsilon}$ аналогично (5.14) равна

$$I^{\mathrm{P}}_{\nu\epsilon}=\frac{\epsilon^3_\nu}{c^2h^3}\,\frac{1}{1+\exp\left(\dfrac{\epsilon_\nu-\mu_\nu}{kT}\right)}. \qquad (21.2)$$

Величины l_i, l'_i, μ_ν имеют тот же смысл, что и в § 5. Коэффициент нейтринного поглощения с учетом индуцированных процессов есть [430]

$$\alpha^*_{\nu\mathrm{e}}=\frac{\sigma^a_\nu N_a}{\rho}\left[1+\exp\left(\frac{\mu_\nu-\epsilon_\nu}{kT}\right)\right],\quad \alpha_{\nu\mathrm{e}}=\frac{\sigma^a_\nu N_a}{\rho}, \qquad (21.3)$$

где σ^a_ν – сечение поглощения, N_a – концентрация поглощающих частиц. Таким образом, для фермионов индуцированные процессы усиливают поглощение, в отличие от фотонов (бозонов) в (5.13а).

Выведем формулы (5.13а) и (21.3) для коэффициентов поглощения с учетом вынужденных процессов. Члены, учитывающие излучение и поглощение в правых частях (5.9) и (21.1), соответственно равны

$$\rho\left[j_\nu\left(1+\frac{c^2}{2h\nu^3}I_\nu\right)-\alpha_\nu I_\nu\right] \quad \text{и} \qquad (21.4)$$

$$\rho\left[j_{\nu\epsilon}\left(1-\frac{c^2h^3}{\epsilon^3_\nu}I_{\nu\epsilon}\right)-\alpha_{\nu\epsilon}I_{\nu\epsilon}\right].$$

В условиях ЛТР j_ν и $j_{\nu\epsilon}$ совпадают с равновесными, тогда величины в квадратных скобках равны нулю при $I_\nu=B_\nu, I_{\nu\epsilon}=I^{\mathrm{P}}_{\nu\epsilon}$ из (5.14) и (21.2).

Для равновесных j_ν и $j_{\nu\epsilon}$ имеем

$$j_\nu = \alpha_\nu \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right) B_\nu, \quad j_{\nu\epsilon} = \alpha_{\nu\epsilon}\left(1 + e^{\frac{\mu_\nu - \epsilon_\nu}{kT}}\right) I^{\mathrm{P}}_{\nu\epsilon}. \qquad (21.5)$$

Учет (21.5) позволяет представить (21.4) в искомом виде:

$$\rho\alpha_\nu\left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right)(B_\nu - I_\nu) = \rho\alpha^*_\nu (B_\nu - I_\nu),$$

$$\rho\alpha_{\nu\epsilon}\left(1 + e^{\frac{\mu_{t\nu} - \epsilon_\nu}{kT}}\right)(I^{\mathrm{P}}_{\nu\epsilon} - I_{\nu\epsilon}) = \rho\alpha^*_{\nu\epsilon}(I^{\mathrm{P}}_{\nu\epsilon} - I_{\nu\epsilon}). \qquad (21.6)$$

Последний член с рассеянием в (21.1) выписан с учетом вынужденных процессов для фермионов, аналогично (5.16) для бозонов, при этом

$$\int K_\nu(l_i \cdot l'_i,\ \epsilon_\nu \to \epsilon'_\nu)\, d\epsilon'_\nu \ \frac{d\Omega'}{4\pi} = \sigma_{\nu\epsilon} = \frac{\sigma^s_\nu N_s}{\rho}, \qquad (21.7)$$

где σ^s_ν – сечение рассеяния, N_s – число рассеивающих частиц, $\sigma_{\nu\epsilon}$ – усредненный по углам коэффициент рассеяния нейтрино, аналогично (5.8). Из принципа детального равновесия следует соотношение [430, 301]

$$K_\nu(l_i \cdot l'_i, \epsilon_\nu \to \epsilon'_\nu)\, \epsilon^2_\nu\, e^{-\frac{\epsilon_\nu}{kT}} = K_\nu(l_i \cdot l'_i, \epsilon'_\nu \to \epsilon_\nu)\, \epsilon'^2_\nu\, e^{-\epsilon'_\nu/kT}. \qquad (21.8)$$

Равновесная интенсивность (21.2) обращает в нуль последний член в (21.1) с учетом (21.8). Отметим, что соотношение, аналогичное (21.8) с заменой $\epsilon \to \nu$ справедливо и для рассеяния фотонов, что приводит к занулению (5.16) планковской интенсивностью (5.14).

В отличие от фотонов нейтрино имеет античастицу $\tilde{\nu}$. Для антинейтрино можно также написать кинетическое уравнение, аналогичное (21.1). При большой нейтринной толще, когда функция распределения близка к равновесной, (21.2), справедливо равенство $\mu_{\tilde{\nu}} = -\mu_\nu$ (см. (3.5)), а для нахождения μ_ν нужно использовать первое соотношение (2.56), где в левой части стоит $2(n_\nu - n_{\tilde{\nu}})$. Диффузия нейтрино сопровождается переносом не только энергии, как в случае переноса фотонов, но и лептонного заряда $Q_{\nu e}$, что является аналогом обычной диффузии (см. (8.13)). Систему уравнений переноса энергии и лептонного заряда, полученную в [115] для сферической звезды удобно записать в виде [498]

$$\Lambda = \frac{Q_{\nu e}}{\rho} = \frac{n_\nu + n_{e-} - n_{\tilde{\nu}} - n_{e+}}{\rho},$$

$$\frac{dE}{dt} + P\frac{\partial(1/\rho)}{\partial t} = -4\pi\frac{\partial}{\partial m}(r^2 H), \qquad (21.9)$$

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial t} + 4\pi\frac{\partial}{\partial m}(r^2 F) = 0,$$

$$dm = 4\pi c^2 \rho r^2. \qquad (21.10)$$

Здесь E, P –удельная энергия и давление с учетом вклада нейтрино (см. гл. 1). Величины теплового H и диффузионного F нейтринного потоков записываются в виде [115]

$$H=-\frac{7}{8}\frac{4acT^3}{3}4\pi r^2\rho\left(l_T\frac{\partial T}{\partial m}+Tl_\psi\frac{\partial\beta_\nu}{\partial m}\right),$$

$$F=-\frac{7}{8}\frac{4acT^3}{3k}4\pi r^2\rho\left(\frac{\lambda_T}{T}\frac{\partial T}{\partial m}+\lambda_\psi\frac{\partial\beta_\nu}{\partial m}\right),\qquad(21.11)$$

$$\beta_\nu=\mu_\nu/kT.$$

Усреднение по Росселанду аналогично (6.8) дает для средних пробегов нейтрино

$$l_T=l_{T\nu}+l_{T\tilde\nu},\quad l_\psi=l_{\psi\nu}-l_{\psi\tilde\nu},$$
$$\lambda_T=\lambda_{T\nu}-\lambda_{T\tilde\nu},\quad \lambda_\psi=\lambda_{\psi\nu}+\lambda_{\psi\tilde\nu},\qquad(21.12)$$

где

$$l_{T\nu}=\frac{15}{7\pi^4}\int_0^\infty l_{\nu 0}\frac{x^4\exp[2(x-\beta_\nu)]}{[1+\exp(x-\beta_\nu)]^3}dx,$$

$$l_{\psi\nu}=\lambda_{T\nu}=\frac{15}{7\pi^4}\int_0^\infty l_{\nu 0}\frac{x^3\exp[2(x-\beta_\nu)]}{[1+\exp(x-\beta_\nu)]^3}dx,\qquad(21.13)$$

$$\lambda_{\psi\nu}=\frac{15}{7\pi^4}\int_0^\infty l_{\nu 0}\frac{x^2\exp[2(x-\beta_\nu)]}{[1+\exp(x-\beta_\nu)]^3}dx.$$

Величины $l_{T\tilde\nu}$, $l_{\psi\tilde\nu}$, $\lambda_{T\tilde\nu}$, $\lambda_{\psi\tilde\nu}$ для антинейтрино получаются из (21.13) заменой $\beta_\nu\Rightarrow(-\beta_\nu)$, $l_{\nu 0}\Rightarrow l_{\tilde\nu 0}$. Пробег нейтрино до взаимодействия с ядром $(A, Z-1)$ есть

$$l_{\nu 0}^{A,Z-1}=\frac{1}{\sigma_\nu^{A,Z-1}n_{A,Z-1}},\quad l_{\tilde\nu 0}^{A,Z}=\frac{1}{\sigma_{\tilde\nu}^{A,Z}n_{A,Z}}.\qquad(21.14)$$

Сечение захвата нейтрино, аналогичное захвату электрона (4) задачи 2 § 18 есть

$$\sigma_\nu^{A,Z-1}=\frac{W_\nu^{A,Z-1}}{n_\nu c},\qquad(21.15)$$

а $W_\nu^{A,Z-1}$ получается из вероятности электронного захвата $W_Z^{\text{захв}}$ в (2) задачи 2 § 18, если заменить

$$n_e\Rightarrow n_\nu,\quad \delta(\epsilon_e-\epsilon_\nu-\Delta_{Z-1,Z})\Rightarrow\delta(\epsilon_\nu+\Delta_{Z-1,Z}-\epsilon_e),$$

$$p_\nu^2dp_\nu\Rightarrow(1-f_e)p_e^2\,dp_e=\frac{1}{c^3}(1-f_e)\sqrt{\epsilon_e^2-m_e^2c^4}\;\epsilon_e d\epsilon_e,\qquad(21.16)$$

$$|M|_Z^2\Rightarrow|M|_{Z-1}^2\ {*}).$$

---

*) $W_{\tilde\nu}^{A,Z}$ получается из $W_\nu^{A,Z-1}$ заменой $\nu\Rightarrow\tilde\nu$, $e^-\Rightarrow e^+$ и переменной знака у члена с $\Delta_{Z-1,Z}((A,Z)+\tilde\nu\to(A,Z-1)+e^+)$.

Тогда получим с учетом f_e из (2.2)

$$\sigma_\nu^{A,Z-1} = \frac{1}{4\pi c}\left(\frac{h}{m_e c}\right)^3 \frac{\ln 2}{(Ft_{1/2})_{Z-1}} \frac{\epsilon_e\sqrt{\epsilon_e^2 - m_e^2 c^4}}{(m_e c^2)^2} \exp\left(\frac{\epsilon_e - \mu_{te}}{kT}\right) \times$$

$$\times \left[1 + \exp\left(\frac{\epsilon_e - \mu_{te}}{kT}\right)\right]^{-1} \quad \text{при} \quad \epsilon_e = \epsilon_\nu + \Delta_{Z-1,Z}. \qquad (21.17)$$

Учитывая (21.17) в (21.14), имеем

$$l_{\nu 0}^{A,Z-1} = \frac{(m_e c^2)^2}{\epsilon_e\sqrt{\epsilon_e^2 - m_e^2 c^4}} \frac{1}{\sigma_0 n_{A,Z-1}} \frac{1 + \exp\left(\dfrac{\epsilon_e - \mu_{te}}{kT}\right)}{\exp\left(\dfrac{\epsilon_e - \mu_{te}}{kT}\right)}, \qquad (21.18)$$

$\epsilon_e = \epsilon_\nu + \Delta_{Z-1,Z}$,

$$\sigma_0 = \frac{1}{4\pi c}\left(\frac{h}{m_e c}\right)^3 \frac{\ln 2}{(Ft_{1/2})_{Z-1}}$$ ($\approx 2 \cdot 10^{-44}$ см^2 для $Ft_{1/2}$ из распада нейтрона).

При наличии нескольких сортов ядер имеем

$$l_{\nu 0} = \left(\Sigma \frac{1}{l_{\nu 0}^{A,Z-1}}\right)^{-1}. \qquad (21.19)$$

Если в веществе присутствуют одни нуклоны, то введем, с учетом (3.2), (3.5),

$$\theta = \frac{n_n}{n_p} = \exp\left[(\mu_{te} - \mu_\nu - \Delta_n)/kT\right]. \qquad (21.20)$$

Для ультрарелятивистских электронов и нейтрино, когда $m_e c^2$ и Δ_n пренебрежимо малы по сравнению с $\epsilon_{e,\nu}$ и $\mu_{t\,e,\nu}$, интегралы в (21.13) выражаются аналитически [115, 498]:

$$l_{T\nu} = \frac{15}{7\pi^4}\left(\frac{m_e c^2}{kT}\right)^2 \frac{1}{\sigma_0 n_n} \times$$

$$\times \int_0^\infty \frac{x^2\{\exp[2(x - \beta_\nu)] + \exp(\beta - \beta_\nu)\exp(x - \beta_\nu)\}}{[1 + \exp(x - \beta_\nu)]^3}\, dx =$$

$$= \frac{15}{7\pi^4}\left(\frac{m_e c^2}{kT}\right)^2 \frac{1}{\sigma_0}\left[\frac{F_0(\beta_\nu) + F_1(\beta_\nu)}{n_n} - \frac{F_0(\beta_\nu) - F_1(\beta_\nu)}{n_p}\right]. \qquad (21.21)$$

Аналогично

$$l_{T\tilde{\nu}} = \frac{15}{7\pi^4}\left(\frac{m_e c^2}{kT}\right)^2 \frac{1}{\sigma_0}\left[\frac{F_0(-\beta_\nu) + F_1(-\beta_\nu)}{n_p} - \frac{F_0(-\beta_\nu) - F_1(-\beta_\nu)}{n_n}\right]. \qquad (21.22)$$

Отсюда с учетом (21.12), (2.55) получаем

$$l_T = B(1+\theta)\left[\frac{1+\theta}{2\theta}\left(\beta_\nu^2+\frac{\pi^2}{3}\right)-\frac{\theta-1}{\theta}\beta_\nu\right], \tag{21.23}$$

$$B = \frac{15}{7\pi^4}\left(\frac{m_e c^2}{kT}\right)^2 \frac{m_p}{\sigma_0 \rho}.$$

Остальные коэффициенты из (21.12), (21.13) вычисляются аналогично [115]:

$$\begin{aligned} l_\psi &= \lambda_T = \frac{1}{2}B\frac{(1+\theta)^2}{\theta}\left(\beta_\nu-\frac{\theta-1}{\theta+1}\right), \\ \lambda_\psi &= \frac{1}{2}B\frac{(1+\theta)^2}{\theta}. \end{aligned} \tag{21.24}$$

Учет рассеяния нейтрино на электронах производится добавлением к (21.19) члена $(1/l_{\nu 0}^s)$ под знак суммы, где

$$l_{\nu 0}^s = \frac{1}{\langle \sigma_\nu^s \rangle n_e},$$

а сечения рассеяния с учетом (18.82) берутся усредненными по распределению рассеивающих электронов. Здесь необходимо, согласно (18.82) учесть заполненность фазового пространства рассеянных нейтрино сомножителем $\left(1 - \frac{c^2 h^3}{\epsilon_\nu^3} I_{\nu e}^p\right)$, наряду с $(1-f_e)$ в (21.16). Интегрирование по фазовому пространству усложняется по сравнению с $W_\nu^{A,Z-1}$ из-за необходимости учета релятивизма в величинах, характеризующих e и ν. Аналитических выражений типа (21.23) здесь получить не удается. Ввиду того, что сечение рассеяния с учетом нейтральных токов в несколько раз меньше сечения поглощения на нуклонах, учет рассеяния важен для электронных нейтрино только при столь высоких температурах, когда количество e^+e^- пар значительно превосходит число нуклонов. Для других типов нейтрино, не испытывающих поглощения на нуклонах, учет рассеяния за счет нейтральных токов необходим всегда. При $\tau_\nu > 1$ учет $\nu\nu$-рассеяния столь же важен, как и νe-рассеяния. Приближенный метод учета рассеяния нейтрино при $\tau_\nu \leqslant 1$ развит в [430].