

Увеличение нейтринной светимости за счет урка-оболочек (см. § 19) может существенно изменить характер развития неустойчивости. Согласно упрощенной модели [349] урка-оболочки могут привести к истощению углерода в центре вырожденного ядра звезды спокойным образом.

В заключение главы приведем рис. 89, взятый из [421], где дана полусхематическая общая картина эволюции звезд различной массы от главной последовательности до образования белого карлика, или взрыва сверхновой.

ГЛАВА 10

КОЛЛАПС И СВЕРХНОВЫЕ

Взрывы сверхновых являются самыми грандиозными событиями в мире звезд. Время выделения основной доли энергии (≤ 1 с) очень мало не только по меркам звездной, но и человеческой жизни, а количество ее на порядок и более превышает энергию, излученную звездой за все время ее существования, достигающего $\sim 10^{10}$ лет для звезд типа Солнца. При образовании нейтронной звезды основная доля ($\geq 99\%$) энергии вылетает в виде труднонаблюдаемых нейтрино.

Вспышкой сверхновой заканчивают существование большинство массивных звезд с $M > 8 M_{\odot}$. Сама вспышка является результатом либо развития тепловой неустойчивости в вырожденном ядре, либо результатом выделения гравитационной и части ядерной энергий при коллапсе с образованием нейтронной звезды. Существенную роль в преобразовании гравитационной энергии в энергию наблюдаемой вспышки может играть вращение и магнитное поле. Небольшая часть звезд (наиболее массивные) видимо заканчивает свое существование коллапсом с образованием черной дыры. В этом случае коллапс может быть "беззвучным" и не сопровождаться вспышкой сверхновой.

Исследованию сверхновых, как наблюдательному, так и теоретическому, посвящена огромная литература, охватить которую здесь не представляется возможным. Наблюдения различают сверхновые I типа (СН I), в спектре которых не видно водорода, а имеются многочисленные линии поглощения различных тяжелых элементов, и сверхновые II типа (СН II), в которых много водорода и химический состав близок к нормальному. Установлено также, что СН II являются результатом эволюции массивных звезд, а прародителями СН I были звезды менее массивные, многие вспышки СН I, возможно, происходят в двойных системах. Считается, хотя и не с полной достоверностью, что пульсары рождаются в результате вспышек СН II, а СН I сопровождается полным разлетом звезды. Такое положение позволяет допустить, что СН I являются продуктом ядерного взрыва, а СН II — результатом гидродинамического коллапса.

Наличие водорода в спектрах СН II свидетельствует о том, что взрыв произошел до потери звездой водородной оболочки. Форма кривой блеска указывает на то, что перед взрывом эта оболочка была чрезвычайно протяженной, $10^3 - 10^4 R_{\odot}$ [116]. Наблюдения СН 1987А в Большом Магелла-

новом Облаке, первой за более чем 300 лет видимой простым глазом, показывают возможность взрыва СНИ в достаточно компактной звезде, являющейся голубым сверхгигантом. Кривая блеска СНИ987А требует продолжительного выделения энергии после основного взрыва. Разнообразие кривых блеска СНИ существенно больше, чем у СНИ [596].

Отсутствие водорода в спектрах СНИ указывает на потерю звездой водородной оболочки в процессе эволюции до взрыва и на компактность предсверхновой звезды. Форма кривой блеска у СНИ объясняется, если излучаемая энергия обеспечивается радиоактивным распадом ${}^{56}_{28}\text{Ni} \rightarrow {}^{56}_{27}\text{Co} \rightarrow {}^{56}_{26}\text{Fe}$, причем для обеспечения энергетики свечения требуется $M_{{}^{56}\text{Ni}} = 0,3 - 1,1 M_{\odot}$ [640]. Медленное выделение энергии в течение двух – двадцати дней обеспечивает длительную фазу максимума блеска (10 – 20 дней) в компактной звездной модели [116].

Точная связь СНИ и СНИ с массами исходных звезд, с механизмами взрыва и с результирующими остатками надежно не установлена. Новые наблюдательные данные могут заставить нас изменить сложившиеся на сегодня модельные представления. Различные аспекты проблемы сверхновых, связанные с наблюдениями и их интерпретацией изложены в книге [234].

Изложенный в данной главе материал в какой-то мере субъективен и связан с научными интересами автора.

Рассмотренные в 1-й части настоящей книги физические процессы – ядерные реакции, нейтринные процессы и т.д. – протекают при взрыве сверхновой и при коллапсе, как и на спокойных эволюционных фазах. Отличие теории сверхновых от теории эволюции состоит в использовании нестационарных гидродинамических уравнений вместо уравнений гидростатики, в продвижении в область более высоких значений температуры и плотности, решающей роли нейтринных процессов. Несмотря на большие усилия, теория сверхновых даже в сферически-симметричном приближении еще далека от завершения, ввиду больших численных трудностей и трудностей принципиального характера, связанных с нестационарной конвекцией и уравнением состояния вещества при плотностях, больше ядерной.

§ 34. Модели предсверхновых

Как уже отмечалось выше, сверхновая есть результат развития гидродинамической или тепловой неустойчивости.

а) Звездные ядра на пороге гидродинамической устойчивости. Энергетический метод. Рассмотрим политропные звезды с $P = K\rho^{\gamma}$. Из уравнений равновесия (22.1) и неразрывности (22.2) получаем уравнение для функции $\rho(r)$:

$$\frac{d}{dr} \left[K \gamma r^2 \rho^{\gamma-2} \frac{d\rho}{dr} \right] = -4\pi G \rho r^2. \quad (34.1)$$

Вводя безразмерные переменные θ и ξ

$$\rho = \rho_c \theta^n, \quad r = \alpha \xi, \quad \alpha = \left[\frac{(n+1)K}{4\pi G} \rho_c^{\frac{1}{n}-1} \right]^{1/2}, \quad (34.2)$$

$$\gamma = 1 + \frac{1}{n},$$

получим уравнение равновесия Лэна-Эмдена (см. [218])

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right) = -\theta^n \quad (34.3)$$

с граничными условиями

$$\theta = 1, \quad \frac{d\theta}{d\xi} = 0 \quad \text{при } \xi = 0. \quad (34.4)$$

Граница звезды соответствует $\xi = \xi_1$, так что $\theta(\xi_1) = 0$. Масса звезды M выражается через переменные (34.2) в виде

$$\begin{aligned} M &= 4\pi \int_0^R \rho r^2 dr = 4\pi \rho_c \alpha^3 \int_0^{\xi_1} \theta^n \xi^2 d\xi = \\ &= 4\pi \left[\frac{(n+1)K}{4\pi G} \right]^{3/2} \rho_c^{2n} \frac{1}{2} \int_0^{\xi_1} \theta^n \xi^2 d\xi. \end{aligned} \quad (34.5)$$

Из (34.3) следует соотношение

$$\int_0^{\xi} \theta^n \xi^2 d\xi = -\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi}, \quad -\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \Big|_{\xi=\xi_1} = M_n. \quad (34.6)$$

Очевидно, что при $n = 3$, $\gamma = 4/3$ масса звезды не зависит от ρ_c и однозначно определяется константой K в уравнении состояния. При $\gamma > 4/3$ масса звезды растет с ростом ρ_c , а при $\gamma < 4/3$ — падает. Если показатель политропы совпадает с показателем адиабаты $\gamma = \gamma_{ad}$, то при $\gamma > 4/3$ звезда устойчива, при $\gamma < 4/3$ неустойчива, а случай $\gamma = 4/3$ является граничным и соответствует безразличному равновесию.

Реальная звезда не является политропной, но на границе устойчивости приближенно сохраняется условие $\gamma = 4/3$, если под γ понимать соответствующим образом усредненную по звезде величину показателя адиабаты.

Строгий вывод условий устойчивости проводится с помощью вариационного метода в гл. 13. Равенство нулю первой вариации приводит к уравнению равновесия, а для устойчивости необходима положительность второй вариации. В политропной изэнтропической звезде с $\gamma = 4/3$ ρ_c произвольно, а распределение плотности $\theta(\xi)$ инвариантно относительно гомологического сжатия или расширения. Будем считать эти свойства приближенно справедливыми и в том случае, когда $\gamma = 4/3$ лишь в среднем. Выведем тогда условия равновесия и устойчивости с помощью упрощенного вариационного метода в предположении гомологичности и сохранении структуры звезды при вариациях плотности [109], который обычно называется энергетическим. Запишем полную энергию мгновенно статической звезды, являющейся аналогом потенциальной энергии консервативной механической системы:

$$\epsilon = \int_0^M E(\rho, T) dm - \int_0^M \frac{G m dm}{r} - 5,06 \frac{G^2 M^3}{R^2 c^2}, \quad (34.7)$$

$$dm = 4\pi \rho r^2 dr.$$

Здесь первый член есть внутренняя энергия $\epsilon_{\text{вн}}$, второй — ньютоновская гравитационная ϵ_G , а третий $\epsilon_{\text{ОТО}}$ — малая ($\frac{r_g}{r} = \frac{2Gm}{c^2 r} \ll 1$ — параметр малости) поправка за счет общей теории относительности (ОТО), вычисленная для распределения вещества по политропе $n = 3$ в [109] (см. § 42).

Член с ньютоновской гравитационной энергией равновесной звезды вычисляется явно для произвольного уравнения состояния [145]. Из уравнения равновесия (22.1) следует

$$\epsilon_G = -G \int_0^m \frac{mdm}{r} = 4\pi \int_{P_c}^0 r^3 dP = -12\pi \int_0^R Pr^2 dr = -3 \int_0^M \frac{P}{\rho} dm. \quad (34.8)$$

Формальное интегрирование уравнения равновесия

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} + \frac{d\varphi_G}{dr} = 0 \quad (34.9)$$

приводит к интегральному соотношению

$$(n+1) \frac{P}{\rho} + \varphi_G = -\frac{GM}{R}. \quad (34.10)$$

Константа справа следует из условия $P/\rho = 0$ на границе звезды и нормировки $\varphi_G = 0$ при $r = \infty$. Вычислим ϵ_G из другой формы записи, учтя (34.8)–(34.10):

$$\begin{aligned} \epsilon_G &= \frac{1}{2} \int_0^M \varphi_G dm = -\frac{GM^2}{2R} - \frac{n+1}{2} \int_0^M \frac{P}{\rho} dm = \\ &= -\frac{GM^2}{2R} + \frac{n+1}{6} \epsilon_G. \end{aligned} \quad (34.11)$$

Из (34.11) следует

$$\epsilon_G = -\frac{3}{5-n} \frac{GM^2}{R}. \quad (34.12)$$

Для адиабаты с $\gamma = \gamma_{\text{ад}}$ имеем $E = n \frac{P}{\rho}$ и из (34.8)–(34.12) для звезды в равновесии следуют равенства

$$\epsilon_{\text{вн}} = -\frac{n}{3} \epsilon_G = \frac{n}{5-n} \frac{GM^2}{R}, \quad (34.13)$$

$$\epsilon_{\text{н}} = \epsilon_{\text{вн}} + \epsilon_G = \frac{n-3}{5-n} \frac{GM^2}{R},$$

где ϵ_H — полная энергия ньютоновской звезды. Полная энергия устойчивой звезды отрицательна, поэтому для устойчивости необходимо $n < 3$, $\gamma > 4/3$. Радиус политропной звезды с учетом (34.2), (34.5), (34.6) равен

$$R = \alpha \xi_1 = \left[\frac{(n+1)}{4\pi G} K \right]^{1/2} \rho_c^{-1} \frac{(1-n)}{2n} \xi_1 = \\ = \left(\frac{\xi_1^3}{4\pi M_n} \right)^{1/3} M^{1/3} \rho_c^{-1/3} = \frac{M^{1/3} \rho_c^{-1/3}}{0,426}. \quad (34.14)$$

Здесь использованы значения для политропы $n = 3$ (см. [218] и задачу к данному §): $\xi_1 = 6,89685$, $M_3 = 2,01824$. При этом отношение ρ_c к средней плотности $\bar{\rho} \left(M = \frac{4\pi}{3} \bar{\rho} R^3 \right)$ есть

$$\frac{\rho_c}{\bar{\rho}} = \frac{4\pi}{3} \frac{1}{(0,426)^3} = 54,18.$$

Из (34.14) и (34.12) следует [109]

$$\epsilon_G = -0,639 GM^{5/3} \rho_c^{1/3}, \quad (34.15)$$

а из (34.7) получаем

$$\epsilon_{\text{ОТО}} = -0,918 \frac{G^2 M^{7/3}}{c^2} \rho_c^{2/3}. \quad (34.16)$$

При гомологических вариациях меняется только один параметр, $\rho_c^{1/3}$ или R :

$$\rho = \rho_c \varphi \left(\frac{m}{M} \right), \quad \varphi \left(\frac{m}{M} \right) - \text{неизменная функция}, \quad (34.17)$$

поэтому вариации энергии сводятся к обыкновенным производным. С учетом (34.15) — (34.17) имеем из (34.7) условие равновесия, считая энтропию при вариациях постоянной

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho_c^{1/3}} = 3 \rho_c^{-4/3} \int_0^M P \frac{dm}{\varphi \left(\frac{m}{M} \right)} - 0,639 GM^{5/3} - \\ - 1,84 \frac{G^2 M^{7/3}}{c^2} \rho_c^{1/3} = 0. \quad (34.18)$$

На границе устойчивости обращается в нуль вторая производная от энергии

при $S = \text{const}$:

$$\frac{\partial^2 \epsilon}{(\partial \rho_c^{1/3})^2} = 9 \rho_c^{-5/3} \int_0^M \left(\gamma - \frac{4}{3} \right) P \frac{dm}{\varphi(m/M)} - 1,84 \frac{G^2 M^{7/3}}{c^2} = 0. \quad (34.19)$$

Здесь использованы термодинамические соотношения (см. § 1)

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \rho_c^{1/3}} &= \left(\frac{\partial E}{\partial \rho} \right)_S \frac{\partial \rho}{\partial \rho_c} \cdot 3 \rho_c^{2/3} = \frac{P}{\rho^2} \varphi(m/M) 3 \rho_c^{2/3} = \\ &= 3 \frac{P}{\varphi\left(\frac{m}{M}\right)} \rho_c^{-4/3}, \end{aligned} \quad (34.20)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \rho_c^{1/3}} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_S \varphi\left(\frac{m}{M}\right) 3 \rho_c^{2/3} = 3 \gamma P \rho_c^{-1/3}, \quad \gamma \equiv \gamma_1 = \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho} \right)_S.$$

Уравнения (34.18), (34.19) получены в работе [24] и использовались для определения границы устойчивости различных звездных моделей.

Для холодных звезд критическая масса минимальна. При малой температуре электроны вблизи критической точки близки к вырождению и ультрарелятивизму. Ядра при этом можно считать невырожденными. Температура по звезде близка к постоянной, ввиду большой теплопроводности вырожденных электронов (см. § 8). Такие звезды называются белыми карликами (см. § 40). Используя (2.33), запишем уравнение состояния в виде (без учета кулоновских поправок)

$$\begin{aligned} P &= \frac{m_e^4 c^5}{12 \pi^2 \hbar^3} y^4 \left(1 - \frac{1}{y^2} + \frac{2\pi^2}{3\alpha^2 y^2} + \frac{4}{Z\alpha y} \right), \\ y &= \left(\frac{3\pi^2 \rho}{\mu_Z m_u} \right)^{1/3} \frac{\hbar}{m_e c}, \quad \alpha = \frac{m_e c^2}{kT} \end{aligned} \quad (34.21)$$

Здесь учтено давление невырожденных ядер. Для звезды, состоящей из железа ^{56}Fe при $\rho_c = 1,15 \cdot 10^9$ ($1,24 \cdot 10^9$) г · см⁻³ начинается нейтронизация (см. § 4, пп. а и д), ведущая к увеличению μ_Z при $A = \text{const}$ (см. (2.17)). С учетом последовательных электронных захватов при равновесной нейтронизации железа ^{56}Fe приближенно получаем [79, 55]

$$\mu_Z = \frac{56}{26} (1 + \nu y), \quad \nu = 6 \cdot 10^{-3}. \quad (34.22)$$

Вычисляя γ ($\equiv \gamma_1$ из (1.11)), получаем [24, 79, 55]

$$P(\gamma - 4/3) = \frac{m_e^4 c^5}{9 \pi^2 \hbar^3} \left[\frac{y^2}{2} - \frac{\nu y^5}{3} + \frac{y^3}{Z\alpha} - \frac{\pi^2 y^2}{2\alpha^2} \left(\frac{3}{2} + \frac{\pi^2 Z}{\alpha y} \right)^{-1} \right]. \quad (34.23)$$

При этом изменение μ_Z учтено только в первом, основном члене давления в (34.21). Ввиду того что основной член в давлении соответствует $\gamma = 4/3$, нахождение критических параметров из уравнений (34.18), (34.19) является в данном случае асимптотически точной процедурой. Эволюционная последовательность $T(\rho_c)$ при данной массе M для излучающих сжимающихся изотермических звезд находится из (34.18) с учетом (34.21), а для нахождения критических параметров $\rho_{c,cr}$ и T_{cr} дополнительно используется (34.19) и (34.23). Без учета нейтронизации ($\nu = 0$) решение этих уравнений получено в [24]. Эволюционные кривые и критическая кривая для этого случая приведены на рис. 90. Учет нейтронизации сделан в [79, 55]. Равновесная нейтронизация приводит к потере устойчивости при плотности, примерно на порядок меньшей, чем ОТО, т.е. является основной причиной потери устойчивости. В реальности скорость электронно-нейтральных захватов достаточно мала, а нейтронизация протекает неравномерно (см. § 20), с характерным временем, которое вблизи границы устойчивости много больше гидродинамического и которое определяет скорость сжатия [56], (см. подробнее § 36). Неустойчивость за счет эффектов ОТО сразу ведет к гидродинамическому коллапсу. Для достаточно холодных звезд $\pi^2 Z/6\alpha u \ll 1$ уравнения (34.18), (34.19) при $\nu = 0$ решаются приближенно аналитически с точностью $\sim 1\%$ [24, 56]

$$\rho_{c,cr} = 6,7 \cdot 10^9 \mu_Z^2 \left(1 + 17 \frac{\mu_Z^{4/3}}{\alpha A} \right) \text{ г} \cdot \text{см}^{-3},$$

$$M_{cr}/M_\odot = \frac{5,83}{\mu_Z^2} \left(1 - \frac{0,046}{\mu_Z^{2/3}} + \frac{0,53 \mu_Z^{2/3}}{\alpha A} \right), \quad \alpha \gg 0,087 Z \mu_Z^{1/3}. \quad (34.24)$$

Критическая масса железных звезд при $T = 0$ из-за ОТО ($1,222 M_\odot$) несколько больше, чем при учете нейтронизации ($1,16 M_\odot$)*). Из сравнения плотности начала нейтронизации различных ядер с (34.24) видно (табл. 44), что углеродные и гелиевые белые карлики теряют устойчивость за счет эффектов ОТО. Влияние ОТО на устойчивость белых карликов впервые исследовано С.А. Капланом [121].

С ростом температуры, ввиду стабилизирующего действия нерелятивистских ядер, растут M_{cr} и $\rho_{c,cr}$. При $T = 1,4 \cdot 10^{10}$ К имеем $M_{cr} = 1,4 M_\odot$ для ^{56}Fe в ОТО. величина $\rho_{c,cr}$ достигает максимума $\sim 5,2 \cdot 10^{10} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ и уменьшается с дальнейшим ростом критической массы (рис. 90) [24].

Когда звезда становится невырожденной, будем рассматривать вместо изотермической звезды адиабатическую, возможно из-за действия конвекции. С ростом массы критическая энтропия звезды S_{cr} растет,

*) Это значение получается из (36.1) энергетическим методом при $T = 0$, $\rho_c = 1,24 \cdot 10^9 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$. Точный расчет без кулоновских поправок в [56] приводит к критической массе холодного белого карлика из ^{56}Fe , равной $1,181 M_\odot$ для начала нейтронизации при $\rho_c = 1,15 \cdot 10^9 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$. При этом ядро новой фазы имеет конечную массу $m_{я} = 1,4 \cdot 10^{-3} M$. Увеличение массы ядра новой фазы от нуля до $m_{я}$ сопровождается увеличением массы звезды $\Delta M = 0,15 m_{я}$ (см. (39.11)).

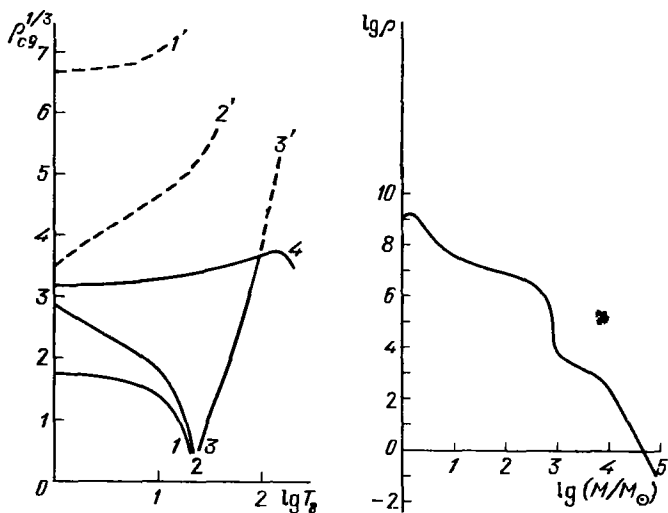


Рис. 90. Эволюционные кривые и критические состояния на плоскости $(\rho_{c9}^{1/3}, \lg T_8)$ с эффектами ОТО без нейтронизации, из [24]; 1, 2, 3 – эволюционные кривые для $M = 1,19, 1,20$ и $1,36 M_\odot$ соответственно. Штриховыми линиями $1', 2'$ и $3'$ даны неустойчивые равновесные состояния этих звезд, 4 – кривая критических состояний, последняя точка на ней соответствует $M = 1,7 M_\odot$.

Рис. 91. Зависимость центральной плотности в критическом состоянии от массы звезды по [46] для $M \geq 5 M_\odot$ и с учетом нейтронизации для малых масс

но центральная температура $T_{c,cr}$ падает. Численные расчеты критических параметров изэнтропических звезд проведены в [46] на основе решения уравнений (34.18), (34.19). В квадрате $10^5 \leq \rho \leq 10^{10} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, $10^9 \leq T \leq 2 \cdot 10^{10} \text{ К}$ термодинамические функции брались из [114], где рассматривалось ядерное равновесие с учетом ${}^56\text{Fe}$, α , n , p и приближение $\mu_{\nu_e} = 0$ для нейтрино (см. § 3). Слева и снизу от этого квадрата термодинамические функции рассчитывались в [46] по формулам (2.9)–(2.14), (2.58)–(2.60), см. рис. 3–6. Приближенные параметры изэнтропических звезд различной массы в критических состояниях приведены в табл. 45 и на рис. 91 из [46]. Полная энергия равновесной звезды, согласно (34.7), (34.15)–(34.18) равна

$$\epsilon_{eq} = \int_0^M \left(E - 3 \frac{P}{\rho} \right) dm + 0,918 \frac{G^2 M^{7/3}}{c^2} \rho_c^{2/3} \quad (34.25)$$

и рассчитана в [46]. Удельные энергии связи звезд из табл. 45 в критическом состоянии существенно меньше, чем выделение энергии при сгорании грамма водорода ($\sim 6 \cdot 10^{18} \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-1}$), гелия ($\sim 5,8 \cdot 10^{17} \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-1}$) и углерода ($\sim 5,6 \cdot 10^{17} \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-1}$), см. § 14, 15.

Критические параметры для $M = 1,5 M_\odot$ по расчетам (34.18)–(34.23) неплохо согласуются с соответствующими параметрами в точке начала коллапса для звезд с $M = 15$ и $25 M_\odot$ из табл. 39. Массы железных ядер звезд

Плотности начала нейтронизации ρ_n различных ядер и критические плотности холодных звезд $\rho_{c,OTO}$ за счет эффектов ОТО [110]

Элемент	$\epsilon_\beta = \epsilon_{Fe}$, МэВ	$\rho_n, 10^9 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$	$\rho_{c,OTO}, 10^9 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$
${}^{56}\text{Fe} \rightarrow {}^{56}\text{Mn}$	3,7 (3,81)	1,15 (1,24)	31
${}^{32}\text{S} \rightarrow {}^{32}\text{P}$	1,7	0,15	27
${}^{28}\text{Si} \rightarrow {}^{28}\text{Al}$	4,64	1,97	27
${}^{24}\text{Mg} \rightarrow {}^{24}\text{Na}$	5,5	3,2	27
${}^{20}\text{Ne} \rightarrow {}^{20}\text{F}$	7,03	6,2	27
${}^{16}\text{O} \rightarrow {}^{16}\text{N}$	10,4	19	27
${}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{12}\text{B}$	13,4	39	27
${}^4\text{He} \rightarrow {}^3\text{H} + n$	20,6	137	27

В скобках для ${}^{56}\text{Fe}$ даны значения ϵ_β и ρ_n при захвате на первый возбужденный уровень конечного ядра 109 кэВ, так как захват на основной уровень сильно запрещен правилами отбора.

для этих масс в критическом состоянии равны $1,56 M_\odot$ для $15 M_\odot$ и $1,61 M_\odot$ для $25 M_\odot$, (см. рис. 60, 62).

Причины потери устойчивости для железных ядер различных масс различны. При $M > 1,2 M_\odot$ нейтронизация, как причина неустойчивости, постепенно уступает место диссоциации железа, которая остается основной причиной неустойчивости вплоть до $\sim 500 M_\odot$. При $M = 500 \div 10^4 M_\odot$ неустойчивость вызвана рождением пар, а при $M > 10^4 M_\odot$ главную роль играют эффекты ОТО. Для таких сверхмассивных звезд энтропии в критическом состоянии столь велика, что основную роль в давлении играет излучение с небольшой примесью плазмы, важной для устойчивости. Согласно [109] зависимость $\rho_{c,cr}(M)$ определяется формулой

$$\rho_{c,cr} = 2,4 \cdot 10^{17} \frac{1}{\mu^3} \left(\frac{M_\odot}{M} \right)^{7/2} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}, \mu \text{ дано в (1.6)}. \quad (34.26)$$

В имеющихся расчетах эволюции одиночных звезд с постоянной массой [626, 633, 640] массы железных ядер на пороге устойчивости $M_{Fe,cr}$ не

Параметры ядер звезд в критическом состоянии

M/M_\odot	$\rho_c, \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$	$T_c, \text{ К}$	$S, \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$	$\epsilon, \text{ эрг}$	$\epsilon/M, \text{ эрг} \cdot \text{с}^{-1}$
5	1,0 (8)	6,7 (9)	2,1 (8)	-1,3 (51)	-1,3 (17)
10	4,2 (7)	6,4 (9)	3,2 (8)	-1,9 (51)	-9,4 (16)
50	1,0 (7)	6,0 (9)	6,8 (8)	-	-
100	9,4 (6)	6,4 (9)	9,9 (8)	-	-
500	3,1 (6)	6,0 (9)	2,1 (9)	-	-
1000	6,3 (3)	1,1 (9)	2,8 (9)	-3,7 (51)	-1,8 (15)

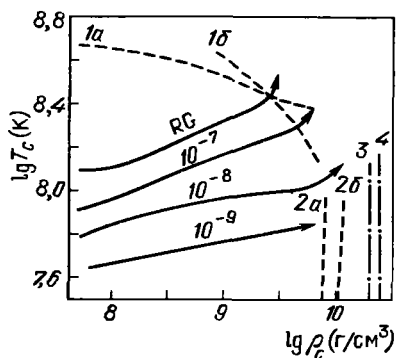
превышают $2,45 M_{\odot}$. Ввиду имеющихся неопределенностей*), а также необходимости учета потери массы и различных видов перемешивания (перехлест конвекции, меридиональная циркуляция) результаты этих расчетов не вполне надежны и не исключено, что значения $M_{\text{Fe, cr}}$ у звезд могут быть значительно больше.

б) Звездные ядра на пороге тепловой неустойчивости. В работе Арнетта [255] было впервые предположено, что тепловая неустойчивость, развивающаяся в вырожденном углеродном ядре с массой $1,4 M_{\odot}$, приведет к взрыву сверхновой и сделан модельный расчет взрыва. Модель предсверхновой была получена из грубого эволюционного расчета, давшего на границе устойчивости параметры С-О ядра: $M_{\text{core}} = 1,37 M_{\odot}$, $\rho_c = 1,7 \cdot 10^9 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$. Начальная температура для гидродинамических расчетов $T_c = 3,5 \cdot 10^8 \text{ К}$ ненамного превышала граничную температуру начала развития тепловой неустойчивости, когда $\epsilon_{\nu} = \epsilon_{\text{CC}}$ (см. § 33, п. з), но ввиду очень резкой зависимости скорости ядерной реакции (15.1) от T возмущение оказалось большим, приведшим сразу к детонации и полному разлету. О дальнейших расчетах моделей сверхновых на основе данного механизма см. § 35. Более точный расчет эволюции в [524] привел к критическим параметрам С-О ядра: $M_{\text{core}} = 1,39 M_{\odot}$, $\rho_c = 2,68 \cdot 10^9 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, $T_c = 2,77 \cdot 10^8 \text{ К}$ (табл. 43). Особенность предсверхновых данного типа состоит в универсальности критической модели для широкого интервала масс ($3 - 8 M_{\odot}$ в [524]). Только наиболее массивные звезды из этого интервала могут взорваться как сверхновые, так как из-за потери вещества масса С-О ядра не вырастает до граничного значения и оно остается в виде белого карлика.

Модели на границе тепловой устойчивости, отличные от модели в табл. 43, могут появиться при эволюции в парах. Упрощенные эволюционные расчеты при росте С-О ядра за счет аккреции в двойных системах сделаны в [350]. Помимо величины \dot{M}_c , критическая модель существенно зависит от формы кривой $\epsilon_{\nu} = \epsilon_{\text{CC}}$, которая в области больших плотностей определяется эффектами экранирования и функцией нейтринных потерь (см. § 17, 19). В [593] отмечалось, что учет нейтральных токов в функции охлаждения ([336, 496], см. § 19) мало меняет ее по сравнению с [268] для заряженных токов. Изменение за счет различных вариантов экранирования существенно сильнее. На рис. 92 из [593] приведены треки эволюции С-О ядер на АВГ и при аккреции в паре, согласно [350]. Приведены критические кривые $\epsilon_{\nu} = \epsilon_{\text{CC}}$ для экранирования по [557] и [433, 434]. Как видно из рис. 92, критическая плотность растет с уменьшением \dot{M}_c и максимальна в пикноядерном пределе с $\rho_{c, \text{max}} = (0,7 \div 1) \cdot 10^{10} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ для $\dot{M}_c \leq 10^{-9} M_{\odot}/\text{год}$. Таким образом, для малых \dot{M}_c при аккреции в двойной системе критическая плотность может увеличиться в 3–4 раза по

*) Ср. рис. 60–63, взятые из [626], и результаты последующих расчетов [633, 640]. Более точный учет нейтринных процессов на ядрах [367–370], пересмотр скорости реакции $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$, приведший к ее увеличению в ~ 3 раза для условий в массивных звездах по сравнению с (14.41) из [361], другие поправки изменили массы железных ядер перед потерей устойчивости от 1,56 до 1,33 M_{\odot} для 15 M_{\odot} и от 1,61 до 2,22 M_{\odot} для 25 M_{\odot} . При этом центральная энтропия уменьшилась для 15 M_{\odot} и увеличилась для 25 M_{\odot} .

Рис. 92. Эволюция вырожденных C–O ядер на плоскости $\lg T_c - \lg \rho_c$, RG – эволюция ядра гиганта на АВГ стадиях $\dot{M}_c = 6 \cdot 10^{-7} M_\odot/\text{год}$, цифры на эволюционных треках задают \dot{M}_c в $M_\odot/\text{год}$. 1 – кривые $\epsilon_\nu = \epsilon_{\text{CC}}$, 1а – для экранирования по работе [433, 434], 1б – по работе [557], 2 – кривые $\epsilon_\nu = \epsilon_{\text{CC}}$ для пикноядерного режима, 2а – по статическому, 2б – по приближению полной релаксации решетки из [557], см. (17.37), (17.38), 3 – критические состояния для потери динамической устойчивости из-за нейтронизации кислорода, 4 – то же из-за эффектов ОГО, из [593]



сравнению с одиночной звездой. В [507] показано, что для малых \dot{M}_c при аккреции равенство $\epsilon_\nu = \epsilon_{\text{CC}}$ может быть достигнуто впервые вне центра, приводя к нецентральному взрыву.

В звездах с $M > 8 M_\odot$ загорание углерода происходит в отсутствие вырождения, но образующееся ядро из ^{16}O , ^{20}Ne и ^{24}Mg оказывается полностью или частично вырожденным при $M < 13 M_\odot$ [506]. Для звезд с $M = 8 \div 10 M_\odot$ образуется вырожденное $^{16}\text{O} + ^{20}\text{Ne} + ^{24}\text{Mg}$ ядро, температура которого недостаточна для загорания ^{20}Ne . Когда масса ядра достигнет $1,37 M_\odot$, начинается нейтронизация (см. табл. 44), которая определяет начальную скорость сжатия [56, 398]. Кислородная O + O вспышка происходит на стадии сжатия, когда ρ_c достигнет $\sim 2 \cdot 10^{10} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ [593, 398].

Звезды с массами $10 - 13 M_\odot$ в результате горения ^{12}C образуют $^{16}\text{O} + ^{20}\text{Ne}$ ядро с массой $1,37 - 1,5 M_\odot$. Ввиду роста скорости плазменных нейтринных потерь с плотностью (см. § 19), центральные области охлаждаются сильнее и максимум температуры достигается вне центра при массовой координате $m < 0,8 M_\odot$, уменьшающейся с ростом массы. При $M = 13 M_\odot$ инверсия температуры исчезает. Инверсия приводит к нецентральной неонно-кислородной вспышке*). Зона горения распространяется внутрь и наружу и достигает центра. В результате вспышки образуется невырожденное ядро, эволюционирующее спокойным образом до образования в нем элементов железного пика. Динамическое влияние вспышки существенно только для $M = 10 - 11 M_\odot$, когда возможен сброс гелиевой оболочки. Для $M = 11 M_\odot$, $M_{\text{He}} = 2,8 M_\odot$, $M_{\text{ONe}} = 1,42 M_\odot$, M_{He} – масса ядра, окруженного гелиевым слоем.

Расчеты эволюции гелиевых звезд с массами $M_{\text{He}} = 8, 3, 3, 3, 0, 2, 8, 2, 2 M_\odot$ приведены на рис. 93 из [508]. Исходные массы звезд составляли при этом 25, 13, 12, 11, 9 M_\odot соответственно. Из рис. 93 видно, что звезда с $M_{\text{He}} = 2,2 M_\odot$ пересекает плотность нейтронизации ^{24}Mg и ^{20}Ne до неонной и кислородной вспышки, у звезд с $M_{\text{He}} = 3 M_\odot$ загорание ^{16}O и ^{20}Ne происходит на границе сильного вырождения, что приводит к слабой вспышке, снимающей вырождение, а при $M_{\text{He}} = 3, 3$ и $8 M_\odot$ загорание неона и кислорода происходит, когда вырождение слабо.

*) Горение неона начинается с фотоотщепления α -частицы, которая затем захватывается. В результате неонного горения увеличивается концентрация ^{16}O и образуются ^{24}Mg и ^{28}Si .

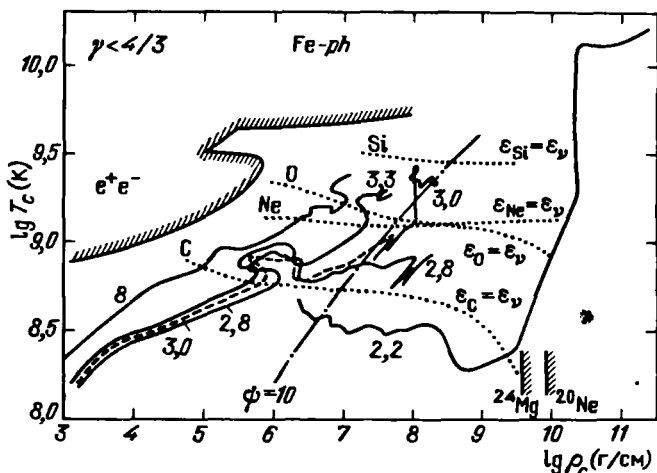


Рис. 93. Эволюционные кривые гелиевых звезд с $M_\alpha = 8; 3,3; 3,0, 2,8$ и $2,2 M_\odot$ на диаграмме $(\lg T_c, \lg \rho_c)$. Соответствующие массы указаны цифрами у треков. Массы исходных звезд равны 25, 13, 12, 11 и $9 M_\odot$, соответственно. Даны примерные линии загорания ^{12}C , ^{20}Ne , ^{16}O и ^{28}Si , где скорости горения равны скорости нейтринных потерь. Справа внизу отмечены плотности начала нейтронизации ^{24}Mg и ^{20}Ne , а в левом верхнем углу выделена область с $\gamma_1 < 4/3$ (γ_1 из (1.11)) за счет рождения пар (e^+e^-) и фотодиссоциации элементов железного пика ($\text{Fe}-p\text{h}$). Штрих-пунктирная линия $\psi = \mu_{\text{e}^+}/kT = 10$ (см. (2.2)) указывает область сильного вырождения (справа) (из [508])

Отметим, что на рис. 93 область с $\gamma < 4/3$ немного отличается от рис. 6 из [46, 114]. Это связано, видимо, с различиями в выборе продуктов фотодиссоциации железа при термодинамических расчетах.

Задача. Вычислить интегралы типа

$$I_{lk} = \frac{1}{M} \int_0^M \varphi^l(m/M) \xi^k(m/M) dm \quad (1)$$

для политропы $n = 3$, получающиеся после подстановки (34.21) – (34.23) в (34.18), (34.19).

Решение. С учетом (34.6), имеем

$$dm/M = \theta^3 \xi^2 d\xi / M_3. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1) и учитывая по (34.17), (34.2), что $\varphi\left(\frac{m}{M}\right) \equiv \theta^3(\xi)$, получим

$$I_{lk} = \frac{1}{M_3} \int_0^{\xi_1} \theta^{3l+3} \xi^{k+2} d\xi = \frac{J_{pr}}{M_3} = \frac{J_{pr}}{J_{23}}, \quad (3)$$

$$p = 3l + 3, \quad r = k + 2,$$

Интегралы

$$J_{pr} = \int_0^{\xi_1} \theta^p \xi^r d\xi, \quad \xi_1 = 6,897 \quad (4)$$

Интегралы J_{pr}

r	p							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	4,848	2,132	1,293	0,9144	0,7043	0,5718	0,4809	0,4148
2	14,19	4,327	2,018	1,181	0,7881	0,5709	0,4372	0,3482
3	52,47	11,67	4,224	2,037	1,170	0,7517	0,5216	0,3823
4	222,8	37,94	10,85	4,318	2,127	1,207	0,7559	0,5080

вычисляются после численного интегрирования уравнения (34.3) для нахождения $\theta(\xi)$. Результаты численного расчета интегралов даны в таблице 46.

Дополнение. В энергетическом методе исследования устойчивости вращающихся звезд в ОТО встречаются двойные интегралы [292] типа

$$I_{mn,pq} = \int_0^{\xi_1} \theta^m \xi^n d\xi \int_0^{\xi} \theta^p \xi^q d\xi, \quad I_{mn,(pq)^2} = \int_0^{\xi_1} \theta^m \xi^n d\xi \left(\int_0^{\xi} \theta^p \xi^q d\xi \right)^2, \dots$$

которые для встречающихся в [292] значений равны

$$\begin{aligned} I_{3-1,12} &= 0,4745 & I_{31,74} &= 0,4117 \\ I_{31,34} &= 2,096 & I_{4-4(12)^2} &= 0,08089 \\ I_{31,42} &= 0,6609 & I_{5-1,12} &= 0,2139 \\ I_{31,52} &= 0,5161 & I_{71,52} &= 0,09474. \end{aligned}$$

§ 35. Взрывы при развитии тепловой неустойчивости вырожденных углеродных ядер

а) Основные уравнения. В сферически-симметричном случае уравнения динамики звезд с учетом тепловых процессов имеют вид (см. § 26, п. б)

$$\frac{\partial r}{\partial t} = v, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -4\pi r^2 \frac{\partial P}{\partial m} - \frac{Gm}{r^2}, \quad \frac{\partial r^3}{\partial t} = \frac{3}{4\pi\rho}, \quad (35.1)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + P \frac{\partial}{\partial t} (1/\rho) = \epsilon_n - \epsilon_\nu + \epsilon_{\nu d} - \frac{\partial L_{\text{conv}}}{\partial m}, \quad (35.2)$$

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = -\sum_j \frac{\epsilon_{nj}}{E_{ij}}, \quad E_{ij} = \frac{Q_j}{a_{ij} A_i m_u}. \quad (35.3)$$

Здесь в уравнении энергии (35.2) ϵ_n — скорость энерговыделения, ϵ_ν — скорость нейтринных потерь, $\epsilon_{\nu d}$ — скорость нагрева из-за взаимодействия с нейтрино, идущими из внутренних областей звезды. Последний процесс был назван депозитией в первых расчетах гидродинамического коллапса железного ядра [331]. При учете этого нагрева, способствующего поджиганию ядерного топлива в расчетах теплового взрыва [325] он был назван игнитацией. В (35.2) оставлен только конвективный тепловой поток