

кажения. Так как методы регистрации ν_e и $\bar{\nu}_e$ сильно отличны, для наблюдательных предсказаний очень важно установить, для каких частиц ν_e или $\bar{\nu}_e$ происходит усиление осцилляций в веществе. Несмотря на большую степень правдоподобия, существование вакуумных нейтринных осцилляций окончательно не доказано, а без них отсутствуют и осцилляции в веществе.

§ 38. Магниторотационная модель взрыва сверхновой

Энергия вращения нейтронной звезды, образующейся в результате коллапса, с помощью магнитного поля может быть преобразована в кинетическую энергию оболочки и привести к вспышке сверхновой и в том случае, когда рассмотренные выше механизмы взрывов оказываются неэффективными. Магниторотационная модель взрыва предложена в работе [31]*). Численные расчеты данной модели в цилиндрическом приближении сделаны в [291, 12], в сферически-симметричном приближении в [490] и в упрощенном варианте двумерной постановки в [516]. Результаты всех расчетов качественно согласуются и приводят к превращению $\sim 3\%$ энергии вращения в кинетическую энергию выброса. При $E_{\text{rot}} = 10^{53}$ эрг имеем $E_{\text{kin}} = 3 \cdot 10^{51}$ эрг, что достаточно для объяснения взрыва сверхновой.

а) Механизм магниторотационного взрыва. При быстром вращении предсверхновой в результате коллапса образуется быстровращающаяся нейтронная звезда, окруженная дифференциально вращающейся оболочкой, в которой центробежные силы сравнимы с гравитационными. Дифференциальное вращение в результате закручивания силовых линий приводит к линейному росту со временем магнитного поля, начальная энергия которого $\epsilon_M \ll \epsilon_G$. Когда поле в оболочке вырастает до величины $\epsilon_M \sim \epsilon_G$, магнитное давление выталкивает вещество наружу. Образующаяся волна сжатия распространяется по среде со спадающей плотностью, усиливается, превращается в ударную и приводит к мощному взрыву. В процессе движения волны сжатия и ударной волны наружу энергия ее продолжает возрастать за счет энергии вращения, извлекаемой посредством магнитного поля. С помощью магнитного поля внешним слоям передается также существенная часть вращательного момента системы. Качественная картина взрыва изложена в [31, 291, 280, 451]. Ранее [123] закручивание магнитных силовых линий применялось для объяснения передачи энергии от нейтронной звезды в Крабовидную туманность и поддержки ее свечения. Отметим работу [467], в которой сделан численный расчет коллапса вращающейся звезды с очень сильным начальным магнитным полем $\epsilon_M \sim \epsilon_G$. Полученная там картина взрыва в виде направленных выбросов вдоль оси диполя отличается от магниторотационного взрыва, в котором выброс происходит, в основном, в экваториальной плоскости. Начальные магнитные поля в [467] значительно превышают реально наблюдаемые.

б) Основные уравнения. Уравнения магнитной гидродинамики (МГД) с гравитацией в цилиндрических зйлеровых координатах (r, φ, z) при бес-

*). Косвенным свидетельством существенной роли магнитного поля при взрыве сверхновой являются наблюдения радиоизлучения на сравнительно ранних стадиях вспышки, начинающегося по прошествии примерно года после максимума блеска [619]. Радиоизлучение наблюдалось у СНИ, где предполагается рождение пульсара и в небольшой доле СНИЦ в которых также возможно рождение нейтронной звезды [582].

конечной проводимости, наличии плоскости симметрии $z = 0$ и аксиальной симметрии ($\partial/\partial\varphi = 0$) имеют вид [146]

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} - \frac{\partial \varphi_G}{\partial r} + \frac{1}{c} (j_\varphi B_z - j_z B_\varphi), \quad (38.1)$$

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} + \frac{v_r v_\varphi}{r} = \frac{1}{c} (j_z B_r - j_r B_z), \quad (38.2)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial \varphi_G}{\partial z} + \frac{1}{c} (j_r B_\varphi - j_\varphi B_r), \quad (38.3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (r v_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] = 0, \quad (38.4)$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} (v_z B_r - v_r B_z), \quad (38.5)$$

$$\frac{\partial B_\varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} (v_\varphi B_z - v_z B_\varphi) - \frac{\partial}{\partial r} (v_r B_\varphi - v_\varphi B_r), \quad (38.6)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(v_z B_r - v_r B_z)], \quad (38.7)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_r) + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0, \quad (38.8)$$

$$j_r = -\frac{c}{4\pi} \frac{\partial B_\varphi}{\partial z}, \quad (38.9)$$

$$j_\varphi = \frac{c}{4\pi} \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right), \quad (38.10)$$

$$j_z = -\frac{c}{4\pi r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\varphi), \quad (38.11)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi_G}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \varphi_G}{\partial z^2} = 4\pi G \rho, \quad (38.12)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + v_r \frac{\partial E}{\partial r} + v_z \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{P}{\rho} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (r v_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] = -f_\nu, \quad (38.13)$$

$$P = P(\rho, T), \quad E = E(\rho, T), \quad f_\nu = f_\nu(\rho, T), \quad \text{см. гл. 1 и § 19.} \quad (38.14)$$

Здесь уравнения (38.1)–(38.3) – уравнения движения с магнитными полями, (38.4) – уравнение неразрывности, (38.5)–(38.7) – уравнения замороженности поля ($\partial \vec{B}/\partial t = \text{rot}(\vec{v} \times \vec{B})$), (38.8) – уравнение бездивергентности поля ($\text{div} \vec{B} = 0$), (38.9)–(38.11) – уравнения генерации поля электрическими токами (без токов смещения, $\text{rot} \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}$), (38.12) – уравнение Пуассона, (38.13) – уравнение энергии, $\vec{v}(v_r, v_\varphi, v_z)$ – скорость, $\vec{B}(B_r, B_\varphi, B_z)$ – магнитная индукция, $\vec{j}(j_r, j_\varphi, j_z)$ – плотность тока, c – скорость света, φ_G – гравитационный потенциал.

Решение системы (38.1)–(38.14) ищется для звезды массы M при следующих граничных условиях

$$\begin{aligned}
 \text{а) } P = \rho = T = B_\varphi = 0 & \quad \text{на внешней границе,} \\
 \text{б) } v_r = j_r = B_r = 0 & \quad \text{при } r = 0, \\
 \text{в) } v_\varphi = j_\varphi = B_\varphi = 0 & \quad \text{при } r = 0, \\
 \text{г) } v_z = 0, \frac{\partial j_z}{\partial z} \text{ или } j_z = 0, \frac{\partial B_z}{\partial z} \text{ или } B_z = 0 & \quad \text{при } z = 0.
 \end{aligned} \tag{38.15}$$

При расчетах пренебрегается диссипативными процессами, учитывается нейтринное излучение в f_ν , для расчета ударных волн используется искусственная вязкость. В [13], где использовались лагранжевы координаты, ведение искусственной вязкости состояло в замене P в уравнениях движения (38.1)–(38.3) и энергии (38.13) на величину

$$P + \omega_1 = P - \nu \operatorname{div} \vec{v} = P - \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right], \tag{38.16}$$

ν – коэффициент вязкости.

В начальный момент задаются распределения $\rho(\vec{r})$, $T(\vec{r})$, $\vec{B}(\vec{r})$, причем последнее распределение должно удовлетворять условию отсутствия магнитных зарядов (38.8), а также приводить к конечным значениям $\vec{j}(\vec{r})$ по всей звезде, согласно (38.9)–(38.11). Поверхностные и линейные токи, связанные с сингулярностями $\vec{j}(\vec{r})$, в расчетах обычно не рассматривают. Если равенство (38.8) справедливо в начале, то оно сохранится со временем, если для определения поля использовать только уравнения (38.5) – (38.7).

в) Цилиндрическое приближение. В одномерной постановке рассматривается однородный по оси z цилиндр с $v_z = B_z = j_r = j_\varphi = 0$. Это соответствует пренебрежению движением вдоль оси z в реальной звезде. Основные уравнения с лагранжевой независимой переменной

$$s = \int_0^r \rho' r' dr' \tag{38.17}$$

запишутся в виде [291, 12]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial s} (rv_r), \quad \frac{\partial r}{\partial t} = v_r, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{v_\varphi}{r}, \tag{38.18}$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} - \frac{v_\varphi^2}{r} = -r \frac{\partial P}{\partial s} - \frac{1}{8\pi r} \frac{\partial}{\partial s} (rB_\varphi)^2 + g. \tag{38.19}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (rv_\varphi) = \frac{rB_r}{4\pi} \frac{\partial}{\partial s} (rB_\varphi), \tag{38.20}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{B_\varphi}{\rho r} \right) = rB_r \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v_\varphi}{r} \right), \quad rB_r = A = \text{const}, \tag{38.21}$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -P \frac{\partial}{\partial s} (rv_r) - f_\nu, \tag{38.22}$$

$$g = -2G \frac{2\pi(M_0 + s)}{r}. \tag{38.23}$$

Здесь M_0 — масса единицы длины однородно твердотельно вращающегося ядра, проходящаяся на один радиан, g — гравитационное ускорение. В [291, 12] использовалось приближенное уравнение состояния в виде

$$P = \begin{cases} 3,09 \cdot 10^{12} \rho^{5/3} \frac{1 + 1,59 \cdot 10^{-3} \rho^{1/3}}{(1 + 3,18 \cdot 10^{-3} \rho^{1/3})^2} + 6,5 \cdot 10^4 \rho^2 + \\ + aT^4/3 + \rho \mathcal{R}T \text{ при } \rho < 3 \cdot 10^9 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3} \\ 2,04 \cdot 10^{27} + 6,5 \cdot 10^4 \rho^2 + aT^4/3 + \rho \mathcal{R}T \text{ при } \rho \geq 3 \cdot 10^9 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}, \end{cases} \quad (38.24)$$

$$E = \begin{cases} \frac{4,635 \cdot 10^{12} \rho^{2/3}}{1 + 3,18 \cdot 10^{-3} \rho^{1/3}} + 6,5 \cdot 10^4 \rho + \frac{aT^4}{\rho} + \frac{3}{2} \mathcal{R}T \\ \text{при } \rho < 3 \cdot 10^9 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3} \\ 5,19 \cdot \frac{10^{27}}{\rho} + 2,41 \cdot 10^{18} (\rho - 3 \cdot 10^9) / \rho + 6,5 \cdot 10^4 \rho + \frac{aT^4}{\rho} + \frac{3}{2} \mathcal{R}T \\ \text{при } \rho \geq 3 \cdot 10^9 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}. \end{cases} \quad (38.25)$$

Здесь приближенно учтен переход от нерелятивистских к релятивистским электронам при сильном вырождении. После начала нейтронизации давление электронов принималось постоянным. Функция нейтринных потерь за счет урка-процессов принималась в виде (19.35)–(19.36) с функцией

$$\phi(\rho/T_9^3) = [1 + (7,1 \cdot 10^{-5} \rho/T_9^3)^{2/5}]^{-1}. \quad (38.26)$$

Помимо искусственной вязкости (38.16), в [291, 12] для описания вращательных разрывов рассматривался еще один ее вид:

$$\omega_2 = \mu \rho r^2 \frac{\partial}{\partial s} (v_\varphi/r), \quad (38.27)$$

так что член $\partial \omega_2 / \partial s$ добавлялся к правой части уравнения (38.20), а член $\omega_2 \frac{\partial}{\partial s} (v_\varphi/r)$ — к правой части уравнения энергии (38.22).

В начальный момент $t = 0$ принималось $T = 0$, а распределение плотности задавалось в виде [12]

$$\rho(s, 0) = a \exp[-b(r - R_0)^2]; \quad a, b = \text{const}. \quad (38.28)$$

Здесь $R_0 = R(0, t)$ — радиус ядра; M — масса оболочки на единицу длины и один радиан. Принималось $v_r(s, 0) = 0$, $B_\varphi(s, 0) = 0$ и использовались граничные условия (38.15а). Задавались также константа A из (38.21) и начальное распределение $v_\varphi(s, 0)$ из радиального уравнения равновесия (38.19) при $\partial v_r / \partial t = 0$:

$$\frac{v_\varphi^2(s, 0)}{r(s, 0)} - r(s, 0) \frac{\partial}{\partial s} P(s, 0) + g(s) = 0. \quad (38.29)$$

В процессе счета предполагалось сохранение вращательного момента системы ядро + оболочка, которое благодаря непрерывности v_φ на границе

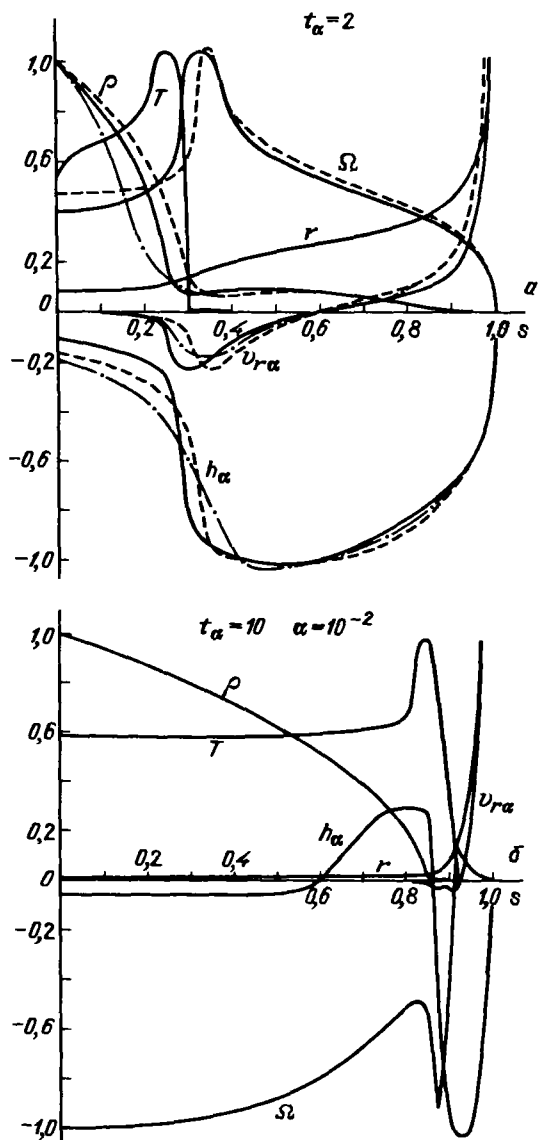


Рис. 98. *a* – распределение по безразмерному параметру s функций ρ , T , r , Ω , $v_{r\alpha}$, h_α для случаев $\alpha = 0,01$ (сплошная линия), функций ρ , $v_{r\alpha}$, h_α , Ω для $\alpha = 10^{-4}$ (штриховая линия), функций ρ , $v_{r\alpha}$, h_α для $\alpha = 10^{-8}$ (штрих-пунктир) на момент времени $t_\alpha = 2$. Все величины нормированы к максимальным значениям, которые в безразмерных переменных равны $\rho^* = 1,2$; $T^* = 60$; $r^* = 11,6$; $\Omega^* = 0,772$; $v_{r\alpha}^* = 6,04$; $|h_\alpha|^* = 0,513$, *b* – то же, что на *a* для $\alpha = 10^{-2}$ на момент времени $t_\alpha = 10$ ($\rho^* = 2,11$; $T^* = 42,1$; $r^* = 114$; $\Omega^* = 0,332$; $v_{r\alpha}^* = 15,6$; $|h_\alpha|^* = 0,42$) (из [12]).

ядра записывалось в виде граничного условия

$$\frac{M_0}{2} \frac{\partial h}{\partial s} - h = 0 \text{ при } s = 0, \quad (38.30)$$

$$h = rB_\varphi.$$

г) Результаты расчетов. Решение задачи проводилось численно в области $t > 0$, $0 < s < M$ ($R_0 < r < R(t)$). (38.31)

Ввиду отсутствия вращательных разрывов в [12] оказалось возможным ограничиться искусственной вязкостью ω_1 из (38.16), а коэффициент ν подбирался так, чтобы эффективная ширина размазывания ударной волны составляла несколько интервалов массовой сетки. Основными безразмерными параметрами задачи являются

$$\alpha = \frac{A^2}{4\pi M V_0^2} \quad (V_0 = \sqrt{2\pi G M_0}), \quad \beta = \frac{M_0}{M}. \quad (38.32)$$

Решение в [12] было получено для $\beta = 1, \alpha = 10^{-2}, 10^{-4}, 10^{-8}$. При переходе к безразмерным величинам все переменные представлялись в виде $F = F_0 \tilde{F}$ со следующими масштабными переменными F_0 :

$$\begin{aligned} v_0 &= V_0, \quad r_0 = R_0, \quad t_0 = R_0/V_0, \quad h_0 = A, \quad \rho_0 = M/R_0^2, \\ P_0 &= M V_0^2/R_0^2, \quad E_0 = V_0^2, \quad \Omega_0 = V_0/R_0 \quad (\Omega = v_\varphi/r), \\ s_0 &= M, \quad T_0 = V_0^2/10^3 R, \quad f_{\nu 0} = V_0^3/R_0 \end{aligned} \quad (38.33)$$

при $R_0 = 10^6$ см, $2\pi M_0 = 0,5 \cdot 10^{-6} M_\odot$.

С уменьшением параметра α характерные времена процессов растут $\sim \alpha^{-1/2}$. При $\alpha \rightarrow 0$ удобно ввести безразмерные функции

$$t_\alpha = t \alpha^{1/2}, \quad v_{r\alpha} = v_r \alpha^{-1/2}, \quad h_\alpha = h \alpha^{1/2}, \quad f_{\nu\alpha} = f_\nu \alpha^{-1/2}, \quad (38.34)$$

связи между которыми оказываются одинаковыми при всех малых α . Для остальных функций $F_\alpha = F$. Результаты численных расчетов представлены на рис. 98–102 из [12]. На рис. 98 и 99 видно распространение медленной ($v < v_A = B/\sqrt{4\pi\rho}$) ударной МГД волны по оболочке. Область резкого пика температуры за фронтом разрыва является главным источником нейтринного излучения (рис. 101). Из рис. 98, 101, 102 видно, что зависимости между переменными (38.34) слабо меняются при уменьшении α . Увеличение характерного времени $\sim \alpha^{-1/2}$ связано с ростом числа оборотов $\sim \alpha^{-1/2}$ магнитных силовых линий для достижения условия $\epsilon_M \sim \epsilon_G$, при котором начинается разлет. Из рис. 100 видно увеличение числа оборотов с уменьшением α для того же момента t_α . Рис. 102 иллюстрирует переход энергии вращения в другие виды энергии.

Оценки, основанные на учете сферического гравитационного потенциала реальной звезды и проведенных численных расчетов, дают для массы и энергии улетевшего вещества

$$M_B \approx 0,13 M, \quad \epsilon_B \approx 0,035 \epsilon_{\text{rot}}. \quad (38.35)$$

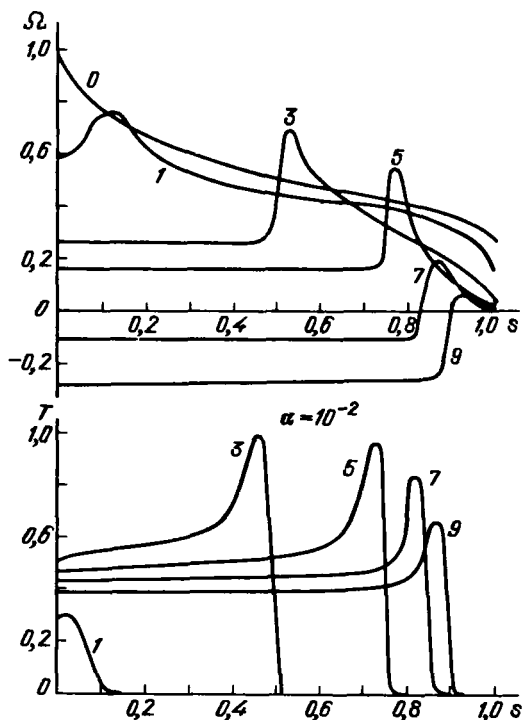


Рис. 99. Распределение по безразмерному параметру s температуры T и угловой скорости Ω , нормированных к максимальным безразмерным значениям $T^* = 64.6$ и $\Omega^* = 1$ на разные моменты времени для $\alpha = 0,01$. Возле каждой кривой указан момент времени t_α , которому она соответствует (из [12])

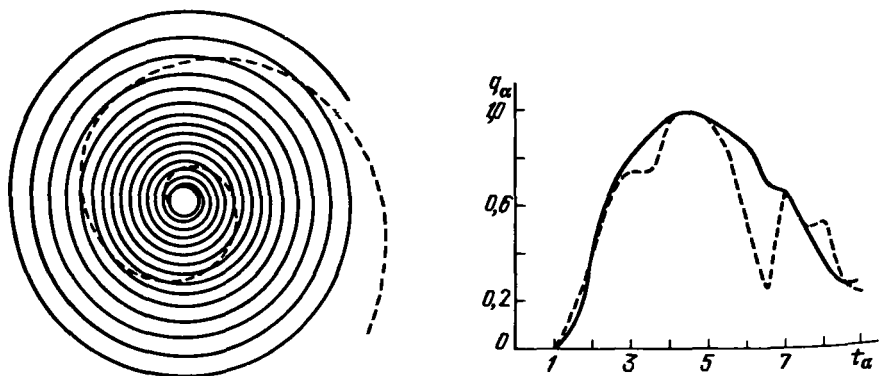


Рис. 100. Форма силовых линий магнитного поля в области вблизи ядра на момент времени $t_\alpha = 7$ для $\alpha = 0,01$ (штриховая линия) и $\alpha = 10^{-4}$ (сплошная линия) (из [12])

Рис. 101. Нейтринная светимость $q_\alpha = \frac{1}{0} \int f_{\nu\alpha} ds$ как функция времени t_α , нормированная к максимальному безразмерному значению $q_\alpha^* = 1,4$ для случаев $\alpha = 0,01$ (штриховая линия) и $\alpha = 10^{-4}$ (сплошная линия) (из [12])

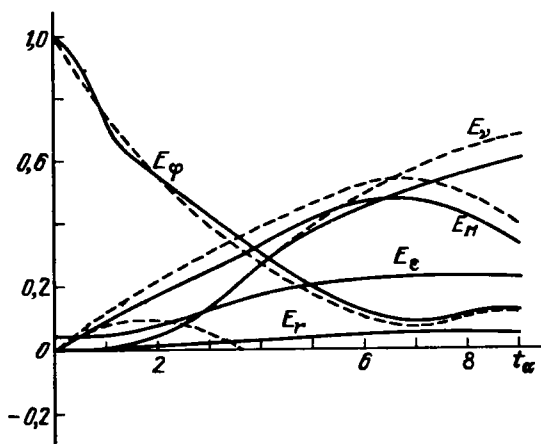


Рис. 102. Изменение со временем t_α вращательной E_φ , радиальной кинетической E_r , внутренней тепловой E_e и магнитной E_M энергий, полных потерь энергии за счет излучения нейтрино E_ν для $\alpha = 0,01$ (сплошная линия) и $\alpha = 10^{-4}$ (штриховая линия). Все величины нормированы к максимальному значению вращательной энергии $E_\varphi^* = 10^{47}$ эрг/см на единицу длины цилиндра (из [12])

причем эти цифры справедливы для малых α ; для $\alpha = 10^{-2}$ получается $\epsilon_v \approx 0,08 \epsilon_{\text{rot}}$. Основная часть оболочки присоединяется к ядру и вращается вместе с ним твердотельно. Угловая скорость результирующей модели составляет $\sim 0,1 V_0/R_0$, т.е. уменьшается в ~ 10 раз по сравнению с начальной. Основная доля начальной энергии вращения уносится в виде нейтринного излучения, а большая часть вращательного момента уносится выброшенной оболочкой. Интегральный нейтринный поток $Q_\nu = \int_0^t \int_0^M f_\nu ds dt = \int_0^t \int_0^M f_{\nu\alpha} ds dt_\alpha$ слабо зависит от α .

Интересным результатом расчетов является возможная стадия магниторотационных колебаний системы ядро—оболочка, в процессе которых угловая скорость меняет знак. В результирующем ядре угловая скорость может иметь направление, противоположное начальному. В результате магниторотационного взрыва возможно образование молодых пульсаров, угловая скорость которых в примерно десять раз меньше скорости предельного вращения.

После сброса оболочки остается молодой пульсар, продолжающий поддерживать ускорение оболочки давлением своего излучения в виде частиц высоких энергий или дипольного электромагнитного излучения [518, 304]. Действие магнитогидродинамического ротационного механизма сброса оболочки и следующая за ним активность молодого пульсара, видимо, проявлялись при взрыве и формировании кривой блеска сверхновой SN 1987A [596].