Глава VII
Математические основы

§1. Небесная сфера

Так называют сферу произвольного радиуса с центром в глазу наблюдателя. Она вводится для удобства при изучении видимых положений и движений светил. Видимым движением светила называют изменение направления на него с точки зрения наблюдателя. Благодаря введению небесной сферы появляется возможность использовать формулы сферической тригонометрии при решении задач *астрометрии* (раздела астрономии, в котором исследуются видимые положения и движения светил). На Рис.55 показаны основные линии и точки небесной сферы.

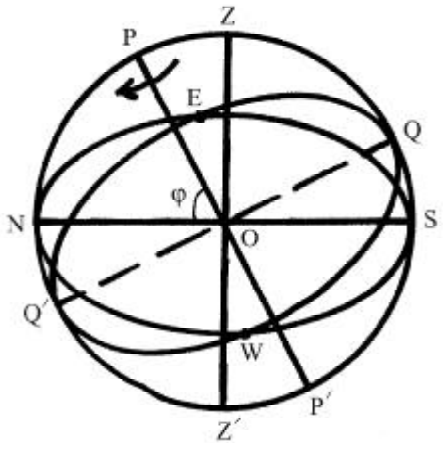

Рис. 55. ZZ' - вертикальная линия, PP' - ось мира, Z - зенит, Z' - надир, P - северный полюс мира, P' - южный полюс мира, S - точка юга, N - точка севера, E - точка востока, W - точка запада, SN - полуденная линия, $WSENW$ - математический горизонт (истинный горизонт), $WQEQ'W$ - небесный экватор, $ZPZ'P'$ - небесный меридиан, Q и Q' - точки пересечения небесного экватора с небесным меридианом.

Вертикальной линией называют диаметр небесной сферы (в дальнейшем н.с.), параллельный направлению силы тяжести; она пересекает н.с. в зените (над головой наблюдателя, расположенного в центре н.с.) и надире. Осью мира называют диаметр н.с., параллельный оси Земли. Она пересекает н.с. в северном полюсе мира (над горизонтом в северном полушарии) и в южном полюсе мира. Большим кругом (б.к.) называют любую окружность на сфере, плоскость которой проходит через центр сферы. Математическим горизонтом называют б.к., перпендикулярный вертикальной линии. Небесный экватор - б.к., плоскость которого перпендикулярна оси мира (он параллелен экватору Земли). Небесный меридиан - б.к., проходящий через зенит и северный полюс мира. Точки севера и юга находятся на пересечениях небесного меридиана с математическим горизонтом; первая из них - ближайшая к северному полюсу мира. Точки востока и запада находятся на пересечениях небесного экватора и математического горизонта (в первой из них восходят светила, движущиеся вдоль небесного экватора). Диаметр н.с., соединяющий точки севера и юга, называют полуденной линией.

В течение суток звёзды движутся против часовой стрелки, если смотреть изнутри н.с. в сторону северного полюса мира P.

Географической широтой пункта называют острый угол между вертикальной линией и плоскостью экватора Земли. Этот угол считается положительным в северном полушарии. На рис.55 угол $\angle QOZ$ - также равен географической широте, так как небесный экватор параллелен земному. Наконец, географической широте равен и угол $\angle PON$ (он, как и угол $\angle QOZ$, дополняет угол $\angle ZOP$ до 90°). Географическую широту обычно обозначают буквой j .

В астрометрии вместо реальных светил рассматривают их проекции на небесную сферу. Чтобы получить проекцию, необходимо провести из центра н.с. луч к светилу и найти точку пересечения этого луча с н.с. Очевидно, направления из центра н.с. на проекцию и на светило всегда совпадают.

§2. Небесные координаты.

В горизонтальной системе координат положение проекции светила определяется углами A и h , показанными на рис.56. Угол A, называемый *азимутом*, измеряется двугранным углом между южной полуплоскостью небесного меридиана и полуплоскостью вертикала светила. Вертикал представляет собой полуокружность с концами в зените и надире и проходящую через проекцию светила. Угол A отсчитывают по математическому горизонту от точки S к точке W (и дальше, если необходимо). Он изменяется от 0 до 360^0. Например, для точек W и P азимуты соответственно равны 90 и 180^0.

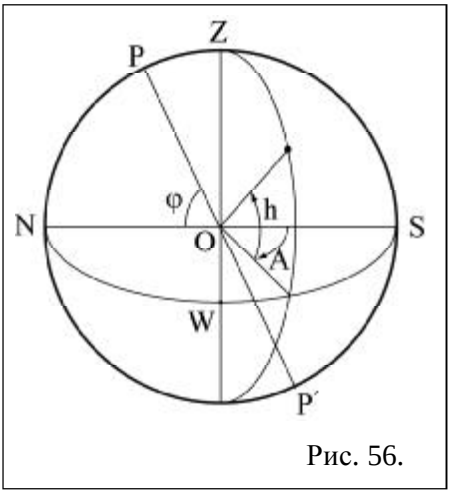

Рис. 56.

Угол h, называемый *высотой*, определяют как острый угол между направлением на светило (из центра н.с.) и плоскостью математического горизонта. Величина h изменяется от -90^0 (в надире) до 90^0 (в зените). Она равна нулю, если проекция светила находится на математическом горизонте. Высоты точек W, N и P соответственно равны 0^0, 0^0 и j .

В *первой экваториальной* системе координат положение светила определяют углами t и d , показанными на рис.57. Угол t, называемый *часовым углом*, измеряется дугой небесного экватора от точки Q на запад до точки пересечения небесного экватора с кругом склонения светила (точнее, его проекции). Круг склонения - полуокружность с концами в полюсах мира и проходящая через светило. Для запоминания полезно заметить, что угол t аналогичен углу A, рассмотренному выше. Однако, в отличие от угла A, единица измерения иная - вместо градуса используют час, равный 15^0 (см. ниже). Угол d аналогичен высоте h и представляет собой острый угол между направлением на

светило (из точки О) и плоскостью небесного экватора. Этот угол называют *склонением* и он, как и угол h, изменяется от -90^0 (в точке P') до +90^0 (в точке Р). Склонение считают отрицательным, если светило находится ближе к южному полюсу мира (чем к северному), равным нулю на небесном экваторе и положительным в остальных случаях.

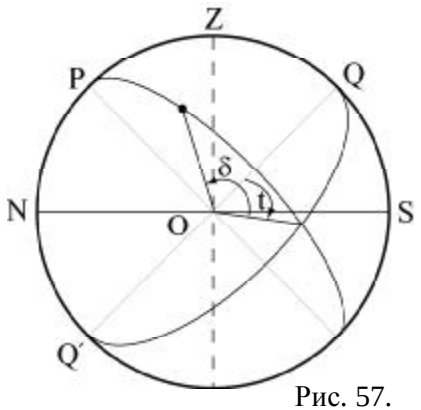

Рис. 57.

В течение суток координаты h, A и t изменяются из-за осевого вращения Земли, отражением которого являются движения светил вдоль суточных параллелей (см. Гл. I, §2) вокруг оси мира. Для составления звёздных карт и каталогов такие координаты непригодны.

Во *второй экваториальной* системе координат положение светила определяют углами a и d. Угол a, называемый прямым восхождением, измеряют дугой небесного экватора от точки Овен (точка весеннего равноденствия) до круга склонения светила навстречу суточному движению его (то есть навстречу направлению отсчёта угла t). Если t_g - часовой угол точки Овен, то справедливо одно из равенств: $t_g = t + a$ или $t_g = t + a - 24^ч$. Берут то из них, при котором $t_g < 24^ч$. Второй угол - d тот же, что и в первой экваториальной системе координат.

У звёзд координаты a и d почти не изменяются в течение суток. Поэтому они являются основными астрономическими координатами, используемыми при составлении каталогов и карт.

Эклиптика и ее замечательные точки. Эклиптику приближённо определяют, как большой круг н.с., по которому в течение года движется Солнце на фоне звёзд (в более точном определении считается, что это движение наблюдают из центра масс системы Земля - Луна). Небесный экватор эклиптика пересекает в точ-

ках равноденствия. Та из них, в которой Солнце бывает около 21 марта - точка весеннего равноденствия (точка Овен). В точке осеннего равноденствия (Весы) Солнце бывает около 23 сентября. Как уже отмечалось, вблизи моментов равноденствий на большей части земного шара день равен ночи (на обоих полюсах Солнце не заходит).

Точки эклиптики, наиболее удалённые от небесного экватора, называют точками солнцестояния. Соответствующие даты - около 22 июня (летнее солнцестояние) и 23 декабря (зимнее солнцестояние).

Точки весеннего равноденствия, летнего солнцестояния, осеннего равноденствия и зимнего солнцестояния обозначают знаками созвездий, в которых они находились около 2000 лет тому назад: ^ (Овен), a (Рак), d (Весы) и g (Козерог), рис.58.

Период времени, по истечении которого Солнце возвращается в точку весеннего равноденствия, называют тропическим годом. Его продолжительность - 365,2422 средних солнечных суток (ввиду небольших изменений продолжительности суток от даты к дате, используют среднюю продолжительность суток в течение года). Из-за медленного движения точки ^ на фоне звёзд (прецессия) тропический год на 20 минут короче сидерического (звёздного) года - периода обращения Земли вокруг Солнца. Но в жизни людей важен именно тропический год - период смены времён года.

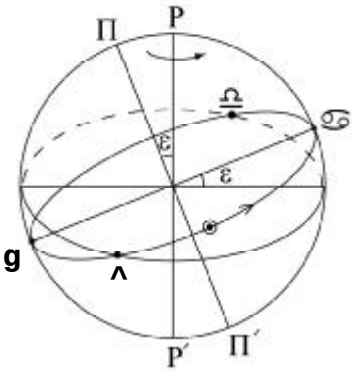

Рис. 58. Эклиптика и небесный экватор. Угол между их плоскостями $\varepsilon = 23^0 26'$. Диаметр ПП′ - ось эклиптики, П и П′ - полюса эклиптики. Солнце движется в течение года по эклиптике навстречу суточному движению звёзд.

В следующей таблице приводятся координаты некоторых точек небесной сферы и указаны названия соответствующих созвездий.

Точка	Прямое восх.	Склонение	Созвездие
Сев. полюс мира	-	$+90^0$	Малая Медведица
Южн. полюс мира	-	-90^0	Октант
Сев. полюс эклиптики	$18^ч$	$66^0 34$	Дракон
Южн. пол. эклиптики	$6^ч$	$-66^0 34$	Золотая Рыба
Овен (^)	$0^ч$	0^0	Рыбы
Рак (**a**)	$6^ч$	$23^0 26$	Близнецы (Телец)
Весы (**d**)	12ч	0^0	Дева
Козерог (**g**)	$18^ч$	$-23^0 26$	Стрелец

Координаты этих точек не изменяются или изменяются очень медленно (причина некоторых изменений - планетные возмущения, влияющие на значение угла e, а также короткопериодические возмущения, связанные с неравномерностью прецессионного движения полюсов мира).

Значительно сильнее изменяются координаты звёзд. Главная причина изменений - прецессия, проявляющаяся в смещении точки Овен на фоне звёзд со скоростью около $50''$ в год.

Пусть даны экваториальные координаты звезды a_0 и d_0 в момент t_0. Требуется вычислить их значения в момент t. Если $|t - t_0|$<100 лет и учитывать только прецессию, то можно воспользоваться приближенными формулами:

$$a = a_0 + p_a (t - t_0),$$

$$d = d_0 + p_d (t - t_0),$$

где $p_a = 3{,}07^C + 1{,}336^S \sin a_0 tg d_0$, $p_\delta = 20{,}05'' \cos\delta_0$.

Например, при

$$t_0 = 2000{,}0,\ \alpha_0 = 18^ч 3{,}8^м \text{ и } \delta_0 = -21^\circ 03' \text{ для } t = 2050{,}0$$

имеем:

$$t - t_0 = 50,\ a_0 = 273{,}45^0,\ d_0 = -21{,}05^0,\ p_a = 3{,}583^C,\ p_d = 1{,}207''$$

и

$$\alpha = 18^ч 13{,}8^м + 3{,}0^м = 18^ч 16{,}8^м, \quad \delta = -21^\circ 03' + 1' = -21^\circ 02'.$$

Прецессия не влияет на значения угловых расстояний между звёздами.

Примечание. При переходе от градусной меры угла к часовой используют соотношения: $15^\circ = 1^ч$, $1^\circ = 4^м$, $15' = 1^м$, $1' = 4^с$ и $15'' = 1^с$, где ч, м и с - сокращенные обозначения часа, минуты времени и секунды времени.

Используя формулы сферической тригонометрии, можно получить следующие формулы, связывающие горизонтальные и экваториальные координаты светила:

$$\sin\delta = \sin\varphi \sin h - \cos\varphi \cos h \cos A, \tag{1}$$

$$\cos\delta \cos t = \cos\varphi \sin h + \sin\varphi \cos h \cos A, \tag{2}$$

$$\cos d \sin t = \cos h \sin A, \tag{3}$$

$$\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t, \tag{4}$$

$$\cos h \cos A = -\cos\varphi \sin\delta + \sin\varphi \cos\delta \cos t. \tag{5}$$

Пример 1. В пункте с географической широтой φ для некоторого светила определены горизонтальные координаты h и A. Требуется найти склонение d и часовой угол t .

По формуле (1) находят $\sin d$, а затем и угол d (известно, что это - острый угол, а знак угла определяется знаком $\sin d$). Затем по формулам (2) и (3) вычисляют $\cos t$ и $\sin t$. После этого однозначно определяют угол t.

Пример 2. Для некоторой звезды надо рассчитать высоту и азимут в пункте с известной географической широтой φ по извест-

ным координатам d и t.

По формуле (4) находят $\sin h$, а затем и угол h (острый угол, положительный или отрицательный). При помощи формул (3) и (5) вычисляют $\sin A$ и $\cos A$, а затем и сам угол A.

Примечание. Если в этой задаче вместо часового угла дано прямое восхождение a, то необходимо ещё знать звёздное время S в момент наблюдений. После задания звёздного времени вычисляют часовой угол по формуле: $t = S - a$.

§3. Время

Звездное время (S) в данный момент принимается равным часовому углу точки весеннего равноденствия:

$$S = t_g = t + a \quad (\text{или } S = t + a - 24^{ч}). \qquad (6)$$

Здесь t или a - координаты любого светила. Время, в течение которого часовой угол точки весеннего равноденствия изменяется на $24^{ч}$ (интервал между последовательными её верхними кульминациями) называют звёздными сутками. За их начало принимают момент, когда t=0. Изменение величины t_g обусловлено вращением Земли относительно направления на точку γ.

Истинное солнечное время ($T_{¤}$) численно равно часовому углу Солнца, увеличенному на $12^{ч}$:

$$T_0 = t_0 + 24^{ч}. \qquad (7)$$

Интервал времени между последовательными нижними кульминациями Солнца называют *истинными солнечными сутками* (понятия верхней и нижней кульминаций определяются в §4). За их начало принимают момент, когда $t_o = 12^{ч}$.

Для определения истинного солнечного времени можно воспользоваться солнечными часами. В них время указывает тень от стержня, параллельного оси мира, на циферблате, форма и ориентировка которого, вообще говоря, могут быть произвольными и определяются из соображения удобства. Чаще всего используют плоские циферблаты, ориентированные горизонтально или вертикаль-

но. Инструкция по изготовлению солнечных часов даётся в Приложении.

Среднее солнечное время равно численно часовому углу “среднего солнца” , увеличенному на $12^{ч}$:

$$T = t_{ср} + 12^{ч}. \qquad (8)$$

“Среднее солнце” - воображаемая точка небесного экватора (не эклиптики!), равномерно движущаяся на фоне звёзд с тем же периодом (равным тропическому году) и в том же направлении, что и Солнце. “Среднее солнце” находится не далее нескольких градусов от проекции центра солнечного диска на небесный экватор. На практике применяют формулу:

$$T = T_O + E, \qquad (9)$$

где Е - “уравнение времени”. В течение года эта величина в среднем равна нулю; всегда выполняется неравенство: $|E| < 16{,}4^{м}$. Величину Е рассчитывают заранее, принимая во внимание неравномерность движения Солнца по эклиптике и наклон последней к небесному экватору (по которому отсчитываются часовые утлы). Как и в случае угла $t_{д}$ причиной изменения угла $t_{ср}$ является вращение Земли вокруг оси и движение её вокруг Солнца.

Время, в течение которого “среднее солнце” совершает полный оборот на н.с. относительно небесного меридиана, называют *средними солнечными сутками*. За их начало принимают момент, когда $t_{ср} = 12^{ч}$. Средние солнечные сутки равны среднему значению истинных солнечных суток в течение года. Последние в середине сентября на $50^{с}$ короче, чем в 20-х числах декабря.

Наблюдения свидетельствуют, что тропический год содержит 365,2422 средних солнечных суток и 366.2422 - звёздных. Отсюда следует, что последние примерно на $4^{м}$ короче первых; соответственно звёздный час на 9,86 секунды короче среднего солнечного часа.

Пример. Определить звёздное время в момент весеннего равноденствия, если известно, что истинное солнечное время было равно $6^{ч}17^{м}12^{с}$.

В этот момент прямое восхождение центра солнечного диска равно нулю. Используя формулу (7), по известному истинному солнечному времени находим часовой угол Солнца: $t_o = -5^ч42^м48^с$ (или $18^ч17^м12^с$). По формуле (6) находим звездное время: $S = t_o + a_o = 18^ч17^м12^с$.

В момент осеннего равноденствия ($a_o = 12^ч$) при том же истинном солнечном времени звёздное время составило бы $6^ч17^м12^с$.

Таким образом, около 23 сентября звёздное время приблизительно совпадает с истинным солнечным, а около 21 марта разность между ними близка к $12^ч$. В каждые следующие сутки звёздное время опережает истинное солнечное приблизительно на $4^м$.

Примечание. В астрометрии рассматривают несколько разновидностей звёздного времени. Различие между ними - незначительное.

Местным называют время (звёздное, истинное солнечное, среднее солнечное), определённое для данного географического меридиана. Плоскость такого меридиана проходит через ось вращения Земли и при пересечении с поверхностью Земли образует линию, близкую к полуокружности, с концами в полюсах, рис.59.

Рис.59.Показаны два географических меридиана: 1 - начальный (нулевой), проходящий через точку в бывшей Гринвичской обсерватории близ Лондона, и 2 - произвольный, проходящий через пункт в восточном полушарии.

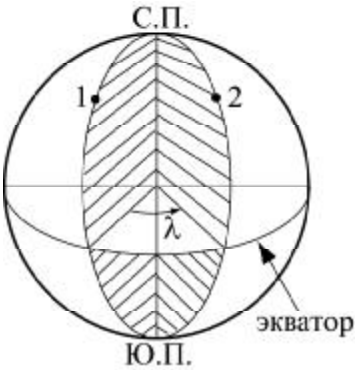

Рис. 59. Показаны два географических меридиана: 1 - начальный (нулевой), проходящий через точку в бывшей гринвичской обсерватории близ Лондона, и 2 - произвольный, проходящий через пункт в восточном полушарии.

Двугранный угол между плоскостями начального меридиана и меридиана данного пункта, отсчитываемый на восток, называют восточной географической *долготой* этого пункта и обозначают буквой l.

Можно доказать, что разность местных времён двух пунктов численно равна разности их географических долгот, выраженной в часовой мере:

$$S'' - S' = T_o'' - T_o' = T'' - T' = l'' - l' . \qquad (10)$$

Из этих равенств не следует, что интервалы солнечных и звёздных времён равны друг другу (следует учесть различие единиц измерения).

Всемирным временем (T_o) называют местное среднее солнечное время, определённое для начального меридиана. Его связь с местным средним солнечным временем пункта с географической долготой l выражается равенством:

$$T = T_o + l . \qquad (11)$$

Пример. Для данного пункта l =28^0. Чему здесь равно среднее солнечное время в 6^ч всемирного времени?

Угол l выражаем в часовой мере:

l =(28/15)^ч=1,8667^ч=1^ч+0,88667 $\times$ 60^м=1^{ч}52^м.

Искомое время равно 6^ч+1^{ч}52^м=7^{ч}52^м.

Поясное время (T_N) в часовом поясе с номером N определяют по формуле:

$$T_N = T_0 + N \times 1^ч . \qquad (12)$$

Теоретический границы N-го часового пояса определяются в неравенствах:

$$(N - 0{,}5) \times 1^ч \le \lambda \le (T + 0{,}5) \times 1^ч$$

или (13)

$$(N - 0{,}5) \times 15^0 \le \lambda \le (T + 0{,}5) \times 15^0 .$$

По практическим соображениям реальные границы несколько отличаются от теоретических.

Летнее время в большинстве стран получают прибавлением к поясному времени одного часа. В России такое время до 1980 года называли декретным, а в настоящее время - *зимним*. Летнее же время в России ещё на один час больше, то есть опережает поясное на два часа.

Московское зимнее и московское летнее время ($T_з$ и $T_л$) связано со всемирным временем равенствами:

$$T_з=T_0+3^ч,\ (T_л=T_0+4^ч). \qquad (14)$$

Пример. Определить летнее московское время в момент истинного полдня (наивысшего положения Солнца) в Москве 1 июля.

В этот момент часовой угол Солнца равен нулю. Следовательно, истинное солнечное время (см. равенство (7)) равно $12^ч$. Уравнение времени в этот день приблизительно равно $E=+3{,}7^м$ (в течение дня оно изменяется незначительно). Местное среднее солнечное время составляет $12^ч03{,}7^м$ (см. формулу (9)). Зная географическую долготу Москвы и используя формулу (11), находим всемирное время: $T_0=T-l=12^ч03{,}7^м-2^ч30^м=9^ч33{,}7^м$. Наконец, по второй формуле (14) находим $T_л=13^ч33{,}7^м$.

Ввиду того, что Москва приписана ко второму часовому поясу, при N>2 время в N-ом часовом поясе опережает московское на $N-2^ч$. Например, для Владивостока (N=9) опережение составит 7 часов.

Линия смены дат (демаркационная линия) - линия, близкая к географическому меридиану с долготой 180^0 и обладающая свойствами: 1 - она нигде не пересекает сушу и архипелаги островов (кроме Антарктиды), 2 - здесь начинается и спустя $48^ч$ заканчивается любая дата на Земле и 3 - на запад от этой линии ***всегда*** дата на одни сутки старше, чем на восток.

§4. Суточные движения

При своём движении вокруг оси мира светило дважды пересекает небесный меридиан. То из пересечений, которое находится ближе к зениту, называют верхней кульминацией, другое - нижней кульминацией. Точка верхней кульминации может располагаться как к югу, так и к северу от зенита, рис.60.

При верхних кульминациях часовой угол t равен нулю, а при нижних - 180^0. Учитывая это, из формулы (4) получаем

$$h_B = 90^0 - |\varphi - \delta|, \qquad (15)$$

и

$$h_H = |\varphi + \delta| - 90^0, \qquad (16)$$

где h_B и h_H - высоты светила в верхней и нижней кульминации соответственно.

Светило окажется незаходящим, если $h_H > 0$ и невосходящим при $h_B < 0$.

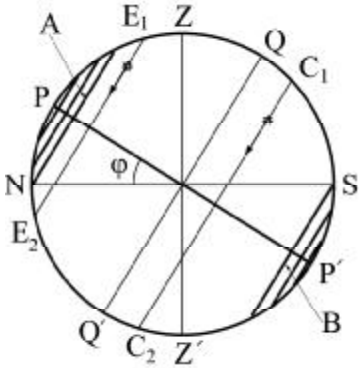

Рис. 60. Точки C_1 и C_2 - верхние кульминации, E_1 и E_2 - нижние кульминации; А - область незаходящих светил, В - область невосходящих светил.

Из формул (15) и (16) следуют условия: $|\varphi + \delta| > 90^0$ (светило не заходит) и $|\varphi - \delta| > 90^0$ (светило не восходит). На экваторе эти условия не выполняются и всё светила восходят и заходят (атмосферная рефракция не учтена). На полюсах светила движутся параллельно математическому горизонту, так как он совпадает с небесным экватором. Из этого правила существуют исключения. Некоторые светила, перемещаясь на фоне звёзд, могут пересекать горизонт: Солнце, Луна, искусственные спутники, планеты и кометы.

Представляет практический интерес определение момента верхней кульминации светила с известным прямым восхождением a по среднему солнечному времени данного пункта, Т. В этот момент

условия для наблюдений наиболее благоприятны, если иметь в виду помехи из-за атмосферного ослабления и преломления света. Чтобы определить искомое время, необходимо учесть, что в момент верхней кульминации часовой угол светила равен нулю и тогда, согласно формуле (6) , местное звёздное время S оказывается равным прямому восхождению a .

Задачу перехода от звёздного времени к среднему солнечному решим приближённо, учитывая то обстоятельство, что согласно данным астрономических справочников прямое восхождение среднего солнца равно нулю около 23 марта. Обозначив $a_{ср}$ и $t_{ср}$ прямое восхождение и часовой угол среднего Солнца и учитывая равенство (8), получаем:

$$S = \alpha_{ср} + t_{ср} = \alpha_{ср} + E - 12^{ч}.$$

Подставив сюда вместо S величину a , получаем выражение для среднего солнечного времени:

$$T = \alpha - \alpha_{ср} + 12^{ч}.$$

Учитывая, что за одни сутки прямое восхождение среднего солнца увеличивается на $3{,}943^{м}$, приходим к приближённой формуле:

$$T \approx \alpha - 3{,}943^{м} \cdot n + 12^{ч},$$

где n - число суток, истекших после 23 марта (в случае оставшихся суток величина n берётся отрицательной). Чтобы определить московское время, необходимо найти всемирное время T_0

$$T_0 \approx \alpha - 3{,}943^{М} \cdot n + 12^{ч} - \lambda \qquad (18)$$

и затем воспользоваться формулами (14).

Пример. Определить момент по зимнему времени верхней кульминации светила с прямым восхождением a =$6^{ч}33^{м}$ для 1 марта. Пункт с географической долготой $4^{ч}15^{м}$ находится в четвёртом часовом поясе.

Число суток, оставшихся до 23 марта равно 22. По формуле (18) находим всемирное время: T_0=$15^{ч}45^{м}$. Зимнее время определяется с учётом номера часового пояса: $T_з$=$15^{ч}45^{м}$+$4^{ч}$+$1^{ч}$= $20^{ч}45^{м}$.

Примечания. **1**. Ошибка подобных расчётов не превысит $6^м$, если в високосные годы вместо 23 марта брать 22-е. **2**. Момент верхней кульминации светила по среднему солнечному времени с ещё меньшей точностью можно определить при помощи подвижной карты звёздного неба, причём положение светила (если его нет на карте) можно найти по его экваториальным координатам. **3**. Момент нижней кульминации, следующей за верхней, наступает позднее на $11^ч58^м$.

Моменты захода и восхода светил. В этом случае необходимо знать географическую широту пункта φ, экваториальные координаты светила a и d, а также географическую долготу l (если требуется определить зимнее или летнее время).

Полагая в формуле (4) h= -0,583^0 (учёт угла атмосферной рефракции на горизонте), находят часовой угол светила в момент его захода:

$$t = arccos\left(\frac{A - sin\varphi\, sin\delta}{cos\varphi\, cos\delta}\right), \qquad (19)$$

где $A = \sinh = -0{,}0102$. Выразив здесь величину t в часовой мере, определяют местное звёздное время $S = t + a$ и подставив его вместо величины a в формулу (18) находят всемирное время (для перехода к зимнему или летнему времени осталось учесть номер часового пояса данного пункта). Для нахождения момента восхода светила величину t в равенстве (19) заменяют на $-t$.

Для приближенного расчёта моментов захода и восхода Солнца величину A в равенстве (19) следует положить равной -0,0148 (надо учесть, что при заходе математического горизонта касается не центр солнечного диска, а его *верхний край*). Моменты восхода и захода по местному среднему солнечному времени находятся по формулам:

$$T_{восх}=12^ч-t+E, \quad T_{зах}=12^ч+t+E, \qquad (20)$$

где E - уравнение времени; оно приводится в астрономических календарях для каждой даты года и не зависит от координат пункта. Для перехода ко всемирному времени, следует из найденных значений вычесть географическую долготу пункта, выраженную в часо-

вой мере. После этого легко рассчитать зимнее или летнее время в данном пункте.

Приближенный характер расчётов определяется тем, что не учитывается изменение в течение суток величин d_o и E.

Приближённое значение продолжительности дня равно величине $2t$.

Вечерние *гражданские сумерки* заканчиваются, а утренние начинаются в момент, когда высота Солнца достирает значения -6^0. Для расчёта соответствующих часовых углов величину A в формуле (19) следует положить равной -0,1045.

Если вечерние гражданские сумерки не закончившись переходят в утренние, то наступают *белые ночи*. Из равенства (16) следует условие для наступления белых ночей: $\varphi > 84^{\circ} - \delta_0$. Южная граница области белых ночей в северном полушарии соответствует значению $d_o = 23^0 26'$ и географической параллели с $\varphi = 60^{\circ}34'$.

Расчёт моментов восхода и захода Луны усложняется двумя обстоятельствами: 1 - очень быстрым изменением склонения и 2 - необходимостью учёта суточного параллакса (угла между направлениями на Луну из данной точки Земли и из её центра). Первое обстоятельство объясняется тем, что на фоне звёзд Луна перемещается в среднем в 13,37 раза быстрее, чем Солнце.

§5. Календарь

Юлианские дни. Под словом “день” здесь подразумеваются средние солнечные сутки. Момент любого события можно определить, задав порядковый номер соответствующего юлианского дня и прибавив к нему величину, равную доле средних солнечных суток, истёкшую с начала юлианского дня до момента события. За начало любого юлианского дня принимается момент $12^ч$ по всемирному времени. В качестве начала отсчёта (нульпункта) берут 1 января 4713 года до н.э.

Пример. 18 часам всемирного времени 1 января 2001 года (дата начала 21-го века и третьего тысячелетия) соответствует юлианский день 2 451 911,25, что принято записывать так: JD 2451911,25. Началу же 1 января этого года соответствует JD 2451910,5.

Зная юлианские дни двух событий, легко определить интервал времени между ними, как разность юлианских дней. Кроме того, прибавив число 1.5 к юлианскому дню, соответствующему $0^ч$ всемирного времени какой-нибудь даты, и разделив результат на число 7, получим в остатке число, определяющее *день недели* (0 - воскресенье, 1 - понедельник, 2 - вторник и т.д.) Например, для 1 января 2001 года при делении числа (2451910,5+1,5) на 7 получим в остатке 1, что соответствует понедельнику. В этот момент ($0^ч$ по всемирному времени) понедельник пришёл уже во все пункты Земли между нулевым меридианом и линией смены дат (восточное полушарие). В стальных местах Земли - еще воскресенье предыдущей даты (и предыдущего столетия).

Переход от обычных дат к юлианским дням можно выполнить при помощи формулы З. Покорного:

$$JD = [365{,}25G] + [30{,}6(m+1)] + d + 1720981{,}5,$$

где G - номер года, m - номер месяца (например, для мая $m = 5$) d - число и его доля (отсчитываемая с момента $0^ч$ всемирного времени). При этом *в январе и феврале* величину G заменяют на $G - 1$, а величину m - на $m + 12$. Здесь через $[x]$ обозначена целая часть числа x.

Пример. Определить день недели начала космической эры.

В качестве начала космической эры принято считать 4 октября 1957 г. Находим юлианский день:

$$JD = [365{,}25 \times 1957] + [30{,}6 \times 11] + 4 + 1720981{,}5 = 2436115{,}5.$$

Остаток от деления числа 243 6117 на 7 равен 5. День недели - пятница.

Система юлианских дней была предложена в 1583 году Жозефом Скалигером и названа им в честь его отца Юлия.

Новый и старый стили. Старый стиль (юлианский календарь) был введён по распоряжению императора Юлия Цезаря в 46 г. до н.э. Новый стиль впервые введён в ряде стран в 1582 году в резуль-

тате реформы, проведенной папой римским Григорием XIII (григорианский календарь).

В этих календарях учитываются два природных процесса: смена дня и ночи и смена времён года. Соответствующие периоды - это средние солнечные сутки и тропический год продолжительностью в 365,2422 средних солнечных суток.

В обоих календарях год бывает простым (365 суток) и високосным (366 суток). В юлианском календаре на три простых года всегда приходится один високосный. Благодаря этому средняя продолжительность календарного года составляет 365,25 суток, что довольно близко к продолжительности тропического года. Високосными считаются годы, порядковый номер которых кратен числу 4, например, 1604, 1900 и 1984 годы.

Григорианский календарь более совершенен, так как средняя продолжительность календарного года (365,2425) здесь только на 0,0003 суток длиннее продолжительности тропического года. Это достигается благодаря меньшему числу високосных лет, чем в юлианском календаре. Если номер года содержит в конце два нуля, то на кратность числу 4 (условие високосного года) проверяют число, составленное из первых двух цифр. Например, год 2000 - високосный, так как 20 кратно 4, а 1900-ый - невисокосный (простой). Но последний год является високосным в юлианском календаре.

В период с 14 марта 1900 года по 14 марта 2100 года (по новому стилю) юлианский календарь “отстаёт” от григорианского на 13 дат.

В обоих календарях год делят на 12 месяцев; в настоящее время началом года считается 1 января. В обоих календарях дни недели всегда совпадают. Приведенное выше правило определения дня недели по дате можно свести к более простой формуле. Вначале определяют вспомогательную величину D:

$$D = [1{,}25G] + [2{,}6(m+1)] + d + 5,$$

где величины G, m и d были введены при расчёте юлианского дня. Номер дня недели определяется как остаток при делении числа D на 7. Дату берут по новому стилю.

Пример. Пусть требуется определить день недели для 1 января 2101 года. Полагая $G = 2100$, $m = 13$ и $d = 1$, находим:

$$D = [1{,}25 \times 2100] + [2{,}6 \times 14] + 1 + 5 = 2625 + 36 + 6 = 2667 .$$

Остаток при делении на 7 равен нулю. Искомый день - воскресенье.

§6. Всемирное тяготение

Закон всемирного тяготения гласит: две материальные точки притягивают друг друга с силами, пропорциональными произведению их масс и обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними. При этом силы определяют относительно центра масс системы этих точек. Они равны по величине и направлены по одной прямой навстречу друг другу (см. рис.61, на котором m_1 и m_2 - массы точек, относительные величины и направления сил указаны стрелками).

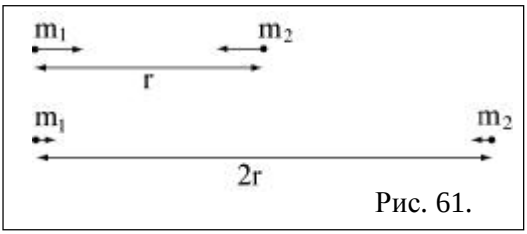

Рис. 61.

При увеличении расстояния в два раза силы уменьшаются в четыре раза.

Математическая запись закона имеет вид:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 = -G\frac{m_1 m_2}{r^3}\vec{r} ,$$

$$\left|\vec{F}_1\right| = G\frac{m_1 m_2}{r^2},\ G \approx \frac{2}{3}\cdot 10^{-10}\,\text{м}^3/(\text{кг}\cdot\text{с}^2) , \qquad (21)$$

где G - гравитационная постоянная, $\vec{r}$ - радиус-вектор с началом в первой точке и концом во второй, $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ векторы сил.

В случае материальных точек, о которых говорилось в формулировке закона, размеры тел пренебрежимо малы в сравнении с расстоянием между ними. Как доказал Ньютон, шары, расстояние между центрами которых больше суммы их радиусов, притягиваются точно так же, как и материальные точки тех же масс, помещённые в центры шаров. При этом предполагается, что либо шары однород-

ны, либо плотность вещества внутри них зависит только от расстояния от центра.

Это замечательное свойство шаров позволяет, например, довольно точно вычислить силу, с которой шарообразная Земля притягивает человека массы m на её поверхности. Ввиду того, что размеры человека пренебрежимо малы в сравнении с радиусом планеты, его можно рассматривать как материальную точку. С другой стороны, огромная Земля, притягивая человека, ведёт себя, как материальная точка той же массы и помещённая в центр Земли. Поэтому искомая сила равна

$$F = G\frac{mm_{\oplus}}{R_{\oplus}^2} = mg\ ,$$

где $m_{\oplus}$ и $R_{\oplus}$ масса и средний радиус Земли, а g - ускорение свободного падения, равное 9,8 м/с^2 (вращение Земли вокруг оси здесь не учитывалось). Учёт некоторой сплюснутости Земли у полюсов и центробежной силы инерции, вызванных вращением Земли, приводит к приближённой формуле:

$$F = m \cdot 9{,}780\left(1 + 0{,}0053\,sin^2\,\varphi\right),$$

где φ - географическая широта пункта. Отсюда следует, что на полюсах вес человека (не гравитационная сила, действующая на него) увеличивается по сравнению с экватором в 1,0053 раза (на 0,53 %).

Приливообразующим ускорением называют разность ускорений к Луне (Солнцу) данной точки Земли и её центра. Например, в случае Луны справедлива формула:

$$g' \approx 2Gm\ R_{\oplus}\ /\ r^3\ ,$$

где g' - приливообразующее ускорение, m и r - масса Луны и расстояние до неё от центра Земли, причём величина g' определяется здесь для точек А и В, показанных на рис.48. Ввиду того, что точка В отстоит от Луны дальше, чем центр Земли, и лунная гравитация там слабее, чем в точке О, приливообразующее ускорение здесь направлено *прочь от Луны*. Величина его почти такая же, как и в точке А.

§7. Законы Кеплера

Первый закон. Планеты движутся по эллипсам, в общем фокусе которых находится Солнце.

Уравнение эллипса в полярной системе координат с полюсом в Солнце и с полярной осью, проходящей через перигелий, имеет вид:

$$r = a\frac{1-e^2}{1+e\cos\vartheta}, \qquad (23)$$

где $e = c/a$ - эксцентриситет. Отсюда следуют выражения для минимального и максимального расстояния планеты от Солнца: $q = a(1-e)$ и $Q = a(1+e)$. Например, для орбиты Земли $a = 149{,}6\times10^6$ км, $e = 1/60$, $q = 147{,}1\times10^6$ км и $Q = 152{,}1\times10^6$ км.

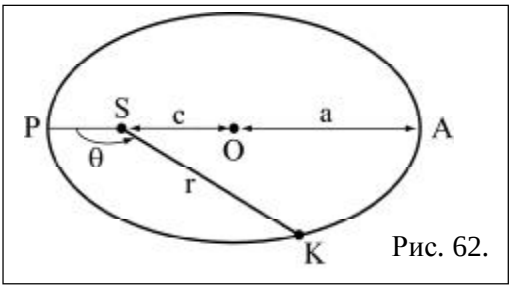

Рис. 62.

Второй закон (закон площадей): за одинаковые промежутки времени радиус-вектор планеты ометает равные площади. На рис.63 точки K_1, K_2, K_3 и K_4 - положения планеты в моменты t_1, t_2, t_3 и t_4 соответственно. Если t_2-t_1=t_4-t_3, то площади секторов K_1SK_2 и K_3SK_4 одинаковы. Из рис.63 видно, что дуга орбиты K_3K_4 длиннее дуги K_1K_2. Следовательно, *чем ближе планета к Солнцу, тем больше ее скорость*.

Второй закон можно записать в виде:

$$r^2\frac{d\vartheta}{dt} = C, \qquad (24)$$

где $C = 2\pi a^2\frac{\sqrt{1-e^2}}{P}$ и угол J выражен в радианах; P - период обращения планеты вокруг Солнца.

Из второго закона Кеплера следует, например, что в перигелии скорость Земли в 1,0339 раз больше, чем в афелии (разность скоростей составляет примерно 1 км/с).

Третий закон: квадраты периодов обращений планет вокруг Солнца пропорциональны кубам больших полуосей их орбит. Его можно записать так:

$$\frac{P^2}{a^3} = const\ . \qquad (25)$$

Если время выражать в периодах обращения Земли вокруг Солнца, а расстояния - в астрономических, единицах (1 а.е.= $149{,}6 \times 10^6$), то третий закон примет особенно простой вид: $P = a^{3/2}$

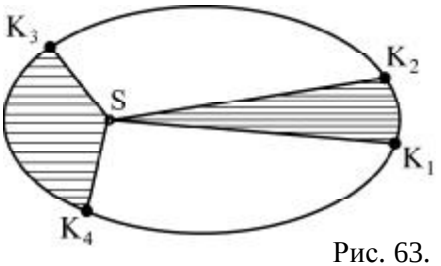

Рис. 63.

Ньютон обобщил (и уточнил) все эти законы на случай двух произвольных материальных точек с массами m_1 и m_2, притягивающихся друг к другу по закону всемирного тяготения (других сил нет). Точки находятся по разные стороны от центра масс их системы, который делит отрезок, соединяющий точки, на части, длины которых обратно пропорциональны массам соответствующих точек. При этом каждая из них движется по эллипсу, в фокусе которого находится указанный центр масс, рис,64.

Однако при достаточно больших скоростях точек орбитами могут быть также парабола или гипербола.

Случаи, рассмотренные Кеплером соответствуют ситуации, когда начало системы отсчёта помещено в Солнце (например, в массу m_1 рис.64). Планета же (масса её - m_2) движется по эллипсу

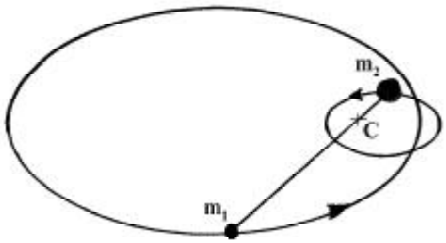

Рис. 64. С - центр масс.

с фокусом в первой точке. Притяжения других планет не учитываются. Математическая запись уточнённого третьего закона Кеплера такова:

$$P^2(m_1 + m_2) / a^3 = 4p^2 / G \ . \qquad (26)$$

В таком виде закон применяют при определении масс двойных звёзд, а также масс планет, у которых имеется спутник. Пусть, например, P и a - период обращения и большая полуось относительной орбиты спутника данной планеты (или звезды). Тогда сумма масс планеты и спутника (или первой и второй звезды) может быть найдена по формуле:

$$m_1 + m_2 = \frac{4p^2 a^3}{GP^2} \ .$$

Как правило, массой спутника планеты можно пренебречь. Чтобы определить отношение масс звёзд, необходимо исследовать их орбиты относительно центра масс системы этих звёзд. Если a_1 и a_2 - большие полуоси соответствующих орбит, то справедливы равенства:

$$m_1 / m_2 = a_2 / a_1 \ .$$

§8. Космические скорости и полеты к планетам

Задачу о расчёте координат и скоростей двух материальных точек, притягивающихся по закону всемирного тяготения, называют задачей двух тел. Поместив начало координат в точку массы m_1 (первая материальная точка) и определив ускорение массы m_2 (второй материальной точки) относительно этого начала, получаем уравнение:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{G(m_1 + m_2)}{r^3}\vec{r}, \qquad (27)$$

где t - время, $\vec{r}$ - вектор с началом в первой точке и концом - во второй. Из этого уравнения следует равенство:

$$V^2 = G(m_1 + m_2) \cdot (\frac{2}{r} + C), \qquad (28)$$

где V - скорость второй точки и C - постоянная, определяющая характер орбиты этой точки.

При $C<0$ орбита - эллипс, причём $C=-1/a$ (a - большая полуось эллипса). При $C=0$ точка движется по параболе и при $C>0$ - по гиперболе. В последних двух случаях вторая точка со временем неограниченно удаляется от первой.

Частным случаем эллипса является окружность (когда эксцентриситет е равен нулю). Поскольку расстояние r здесь постоянно, то из равенства (28) вытекает и постоянство скорости. Последнюю называют *первой космической скоростью* (V_I). При С=0 соответствующую скорость называют параболической или *второй космической* (V_{II}). Справедливы формулы:

$$V_I = \sqrt{G(m_1 + m_2)/r} \qquad (29)$$

и

$$V_{II} = \sqrt{2}V_I \qquad (30)$$

Для космического летательного аппарата (КЛА), летящего параллельно поверхности Земли на высоте 200 км, первая и вторая космические скорости соответственно равны 7,8 и 11,2 км/с. Вторая космическая скорость составляет 2,4 км/с у поверхности Луны и 618 км/с - на границе солнечной фотосферы.

Если объект можно окружить сферой, на поверхности которой вторая космическая скорость равна скорости света, то его называют “*черной дырой*”. Радиус “чёрной дыры” однозначно определяется значением массы объекта:

$$r_g = 2G\mathrm{m}/\mathrm{c}^2 . \qquad (31)$$

Отсюда следует приближенное равенство:

$$r_g \approx 3{,}0m/m_O,$$

где m_O масса Солнца и результат получается в километрах. Для Солнца и Земли значения r_g соответственно равны 3 км и 1 см.

Если у поверхности Земли ракете сообщена скорость $V_O > V_{II}$, то на расстоянии r от центра Земли скорость составит:

$$V = \sqrt{V_0^2 - \left(1 - \frac{R_\oplus}{r}\right) V_{II}^2},$$

где $R_\oplus$ - средний радиус Земли. Атмосферное сопротивление и притяжения Солнца и Луны не учитывались.

Третья космическая скорость (V_{III}) определяется как наименьшая скорость, достаточная для преодоления притяжения Земли, а затем и Солнца и выхода в космическое пространство. КЛА запускают с таким расчётом, чтобы удалившись от Земли на несколько миллионов километров, он летел в том же направлении, в каком движется вокруг Солнца Земля. Кроме того, его скорость относительно Солнца должна при этом составлять 42,1 км/с (вторая космическая скорость на расстоянии в 1 а.е. от Солнца). Это значение будет достигнуто при скорости запуска с Земли 16,7 км/с. Заметим, что последняя скорость берётся относительно Земли. Затем, после преодоления земного притяжения (практически это происходит после удаления на 2 млн. км) уменьшившаяся скорость окажется такой, чтобы сложившись с орбитальной скоростью Земли (около 29,8 км/с) она обеспечила нужное значение суммарной скорости. Сопротивление атмосферы здесь не учитывается.

При полёте КЛА с Земли к другой планете выбирают траекторию, близкую к той, что показана на рис.65 (в случае полёта к Марсу). Это - полуэллипс, касающийся снаружи орбиты Земли и изнутри - орбиты планеты (гомановская траектория).

После запуска с Земли КЛА летит по инерции под действием лишь притяжения Солнца. В случае промаха КЛА вернётся в ту же точку земной орбиты, с которой был запущен (описав полный эллипс). Большая ось эллипса равна сумме $a_\oplus + a$ больших полуосей орбит Земли и Марса. Используя третий закон Кеплера, получаем формулу для времени полёта к Марсу:

$$t = \sqrt{(1 + a)^3} / (4\sqrt{2}), \qquad (33)$$

где величина a = 1,524 а.е., а время t выражено в орбитальных периодах Земли (то есть сидерических годах продолжительностью

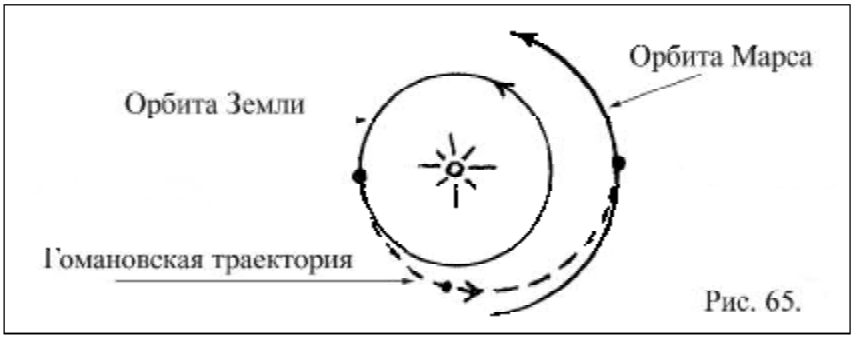

Рис. 65.

365,256 средних солнечных суток). Расчёт дает значение t=0,708 (259 ср. солн. суток). Аналогичные формулы применяют для приближенной оценки времени полёта и к другим планетам. Орбиты планет в этих случаях считаются круговыми.

§9. Видимые и абсолютные звёздные величины

Грубо говоря, видимая звёздная величина охарактеризует в логарифмической шкале количество света звезды, планеты или другого светила, которое регистрирует земной наблюдатель. Она определяется равенством:

$$m = -2{,}5\,lg\,E + \overline{C}\,, \qquad (34)$$

где E - освещённость и $\overline{C}$ - постоянная, значение которой устанавливается по соглашению между астрономами (в основном, из исторических соображений). Освещённостью E называют световую энергию, поступающую от светила за единицу времени на единицу площади, причём площадка перпендикулярна направлению на звезду и вынесена за пределы земной атмосферы. Если E_1 и E_2 соответствуют звёздным величинам m_1 и m_2, то из (34) следует, что:

$$\frac{E_2}{E_1} = 10^{0,4(m_1 - m_2)}\,. \qquad (35)$$

Уменьшение величины m, на единицу приводит к *увеличе-*

нию освещённости E в 2,512 раза. Легко запомнить, что при $m_1 - m_2 = 5$ будет $E_2 / E_1 = 100$.

Создавая одну и ту же освещённость, разные светила могут различаться по их цвету. Представление о цвете можно получить, сравнивая звёздные величины при разных светофильтрах. Например, голубая звезда при её наблюдении сквозь голубой светофильтр (B) останется такой же яркой, а жёлтый светофильтр (V) заметно ослабит свет голубой звезды. В результате, величина $C = m_B - m_V$, называемая показателем цвета, окажется отрицательной (здесь m_B и m_V - звёздные величины одной и той же звезды, соответствующие фильтрам B и V). У белых звёзд $C \approx 0$, у жёлтых и красных - C>0. Показатель цвета определяют для звёзд, планет, галактик и других небесных объектов. Некоторые примеры приводятся в таблице на стр.132.

В этой таблице самая голубая звезда - Спика (в созвездии Дева), самая красная - Проксима Центавра (ближайшая к Солнцу звезда). Землю иногда называют голубой планетой потому, что её показатель цвета наименьший среди планет и меньше, чем у Солнца. Как видно из таблицы, видимая звёздная величина m_V может быть отрицательной. Человеческий глаз обычно различает звёзды с m_V<5,5-6. Современная техника наблюдений позволяет изучать объекты примерно до $m_V = 25$. По создаваемой на Земле освещённости они в 40 млрд. раз слабее Сириуса и в 400 тыс. раз слабее Проксимы Центавра.

Видимая звёздная величина **возрастает** при увеличении расстояния до источника света:

$$m = M + 5\lg r - 5. \qquad (36)$$

Здесь M - *абсолютная* звёздная величина и расстояние выражено в парсеках. Один парсек (пк) равен 206265 астрономическим единицам или $3{,}066 \times 10^{13}$км (парсек - расстояние, с которого средний радиус земной орбиты, перпендикулярный лучу зрения, виден под углом $1''$). Из равенства (36) видно, что при

Объект	Тип объекта	C	m_V	M_V
Спика	звезда	-0,23	0,96	-3,4
Сириус	звезда	0,00	-1,45	1,4
Солнце	звезда	0,65	-26,7	4,8
Бетельгейзе	звезда	1,86	0,8	-6
Проксима Центавра	звезда	1,97	11,0	15,4
Туманность Андромеды	галактика	0,8	3,5	-21,1
Венера[I]	планета	0,79	-4,22	
Марс[II]	планета	1,37	-2,02	
Юпитер[II]	планета	0,8	-2,6	
Земля[III]	планета	0,2	-3,84	

Примечания.

I. Максимальное угловое удаление от Солнца.

II. Противостояние.

III. Наблюдатель находится на Солнце.

$r = 10$ пк окажется, что $m = M$. Таким образом, заменяя видимые звёздные величины на абсолютные, тем самым “выстраивают” все звёзды на одном и том же расстоянии от Солнца (10 пк). Вывод равенства (36) основан на формуле (34) и законе Бугера (освещённость, создаваемая точечным источником, обратно пропорциональна квадрату расстояния до него)

Пусть L - светимость звезды (энергия излучения, испускаемого по всем направлениям за единицу времени), L_o - светимость Солнца, M и M_o - соответствующие абсолютные звёздные величины. Справедлива формула (являющаяся следствием формулы (34)):

$$\frac{L}{L_0} = 10^{0,4(M_0 - M)}. \qquad (37)$$

В данном случае имеется в виду излучение звезды во всем диапазоне электромагнитных колебаний. Соответствующую светимость и соответствующую абсолютную звездную величину называют *болометрическими*. Если же эти характеристики звезды определяют с использованием жёлтого (точнее, жёлто - зелёного) светофильтра, то формула (37) по-прежнему верна, только величины L и M следует заменить на L_V и M_V.

Примеры абсолютных звёздных величин приводятся в последнем столбце предыдущей таблицы. Применяя формулу типа (37), можно сделать вывод, что светимость Туманности Андромеды в $3{,}8 \times 10^{10}$ раз больше светимости Солнца.

Примечание. Отсюда нельзя делать вывод, что эта галактика содержит примерно 4×10^{10} звёзд. Во-первых, благодаря ослаблению света звёзд в межзвёздной среде данной галактики и нашей собственной светимость Туманности Андромеды может оказаться заниженной в 2-3 раза. Во-вторых, Солнце примерно в два раза массивнее типичной звезды, а его светимость превосходит типичное для звёзд значение примерно в 10 раз. Если учесть всё это, то число звёзд в Туманности Андромеды может существенно превысить значение 10^{11}.

Если пренебречь избирательным ослаблением света в межзвездной среде (голубой свет ослабляется сильнее, чем красный), то окажется, что показатели цвета, подобно абсолютным звёздным величинам, не зависят от расстояний и, следовательно, характеризуют физическую природу звезды. Диаграмма показатель цвета С - абсолютная звёздная величина M_V (её называют диаграммой цвет - светимость), построенная для звёзд в окружающем Солнце галактическом поле, имеет вид, показанный схематически на рис.66 (выделены сгущения точек на этой диаграмме).

Вместо показателя цвета С по оси абсцисс иногда откладывают спектральный класс звезды S_p. Спектральные классы обозначают буквами: O, B, A, F, G, K и M (C, S). Именно в этой последовательности значения С возрастают от -0,2 до 2, а температуры фотосфер убывают от 40000 К до 2400 К. Звезды классов С и S в общем похожи на звёзды класса М, но вместо полос поглощения TiO в спектрах обнаруживают

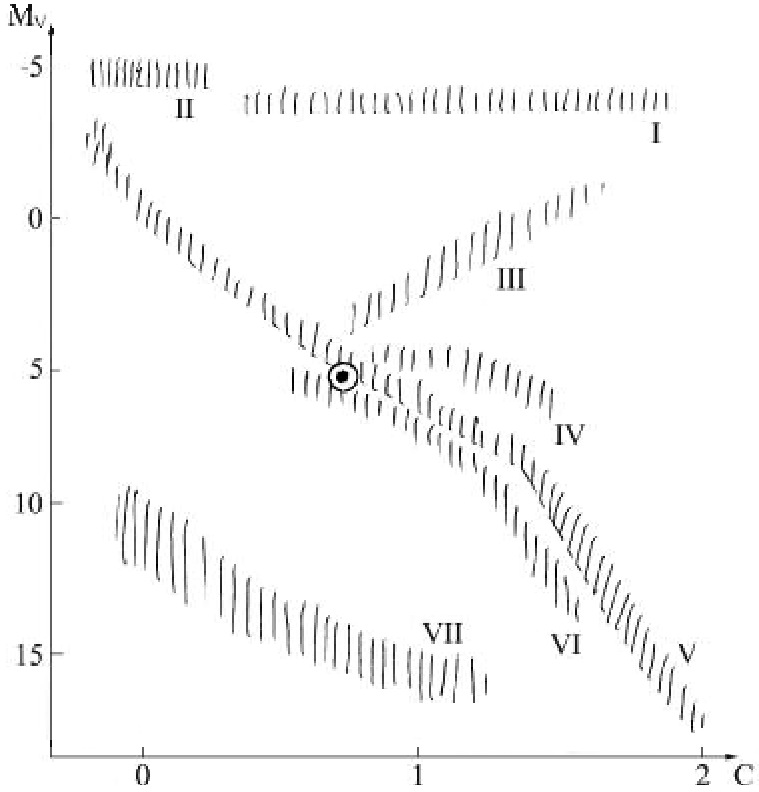

Рис. 66.

полосы, свойственные соединениям углерода и циркония. Существуют и другие, более редкие спектральные классы.

Полосы на диаграмме (рис.66), где сгущаются точки, называют *последовательностями* диаграммы. Каждой из них приписывают “класс светимости”, обозначаемый римскими цифрами от I до VII.

В ходе эволюции звезды, длящейся миллионы и миллиарды лет, точка, изображающая звезду на диаграмме, перемещается с *переменной* скоростью. Там, где эта скорость мала, возникает на диаграмме сгущение точек. Так образуются последовательности, названия которых грубо характеризуют свойства входящих туда звёзд:

I - сверхгиганты,
II - яркие гиганты,
III - гиганты,
IV - субгиганты,
V - звёзды главной последовательности,
VI - субкарлики,
VII - белые карлики.

Анализ расположения разных последовательностей помогает проверить справедливость теорий эволюции звёзд.

Заметим, что в верхней части диаграммы находятся звёзды наиболее высоких светимостей (до $M_V = -6 \div -7$). Их массы в десятки раз больше массы Солнца. В нижней части диаграммы располагаются звёзды с массами, как у Солнца и значительно меньшими. Там же находятся и белые карлики, средние плотности вещества которых составляют порядка тонны на кубический сантиметр.

На главной последовательности находятся Солнце и другие звезды, которые светят за счёт энергии, выделяющейся в процессе превращения водорода в гелий. Ввиду длительности этой фазы, в главную последовательность входит особенно много звёзд.

§10. Движения звезд

Скорость любой звезды *относительно Земли* изменяется непрерывно с периодом в один сидерический год. Причина этого в том, что вектор скорости Земли *относительно Солнца* за это время успевает повернуться на 360^0. На рис.67 показано, как изменяются положение и скорость Земли за полгода.

Если звезда находится в плоскости земной орбиты и неподвижна относительно Солнца, то *относительно Земли* она удаляется со скоростью 30 км/с в случае А и приближается с такой же скоростью - в случае В. Для исключения подобного изменения скорости звезды её определяют относительно Солнца, вводя соответствующую поправку в значение скорости относительно Земли.

Различают лучевую и тангенциальную скорости звезды, рис.68.

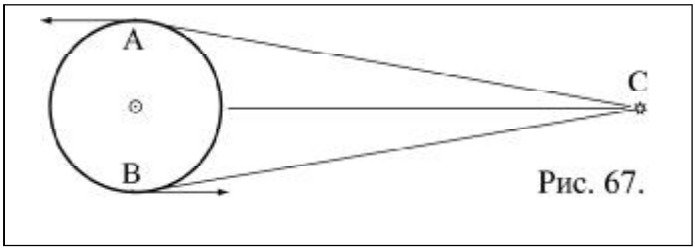

Рис. 67.

Лучевая скорость (V_r) - это проекция полной скорости звезды на луч, проведенный от Солнца к звезде (луч зрения). Эта скорость считается большей нуля, если звезда удаляется от Солнца. Чтобы найти лучевую скорость, исследуют доплеровское смещение линий в спектре. Соответ-ствующая формула имеет вид:

$$V_r = c\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}, \qquad (38)$$

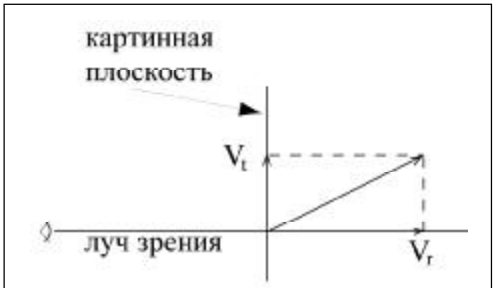

Рис. 68.

где c - скорость света, l и l_o - длины волн одной и той же линии в спектре звезды и лабораторного источника соответственно.

Тангенциальная скорость (V_t) - это проекция полной скорости на картинную плоскость. Картинной называют плоскость, проходящую через звезду перпендикулярно лучу зрения. Очевидно, полная скорость определяется по теореме Пифагора:

$$V = \sqrt{V_r^2 + V_t^2}\ .$$

При этом тангенциальную скорость находят по формуле:

$$V_t = 4{,}74mr\ , \qquad (39)$$

где m - *собственное движение*, выраженное в секундах дуги за год, и r - расстояние, выраженное в парсеках (скорость получается в км/с).

Собственное движение m - это угловое смещение звезды на небе, вызванное её движением в пространстве. Для подавляющего большинства звёзд $m < 0{,}1''$ в год и ни у одной звезды не превышает $11''$ в год. Сравнивая два снимка одной и той же области неба, полученных с интервалом времени в 25-100 лет (в одно и то же время года), измеряют угловое смещение $\mathbf{l}$ данной звезды относительно гораздо более далёких звёзд или ядер галактик. Собственное движение находят по формуле:

$$m = \mathbf{l} / \Delta t ,$$

где Δt - интервал времени от первого снимка до второго. При этом определяют не только величину собственного движения, но и его направление.

Расстояние до звезды определяют прямым или косвенным методом. Один из прямых методов основан на использовании *годичного параллакса,* p . Так называют выраженный в секундах дуги угол, под которым от звезды видели бы средний радиус земной орбиты, перпендикулярный лучу зрения. Связь между параллаксом и расстоянием имеет вид: $r = (1'' / p)$ пк. Для нахождения параллакса фотографируют данную звезду (на фоне гораздо более далёких звёзд) по крайней мере дважды в течение года, когда Земля находится вблизи точек А и В (см. рис.67). Угол между направлениями АС и ВС на рис.67 равен удвоенному годичному параллаксу звезды С. Зная этот угол (по смещению звезды С на фоне гораздо более далёких звёзд) и расстояние между точками А и В (примерно 300 млн .км), можно определить расстояние до звезды.

Как найти скорость самого Солнца? Пусть $\vec{V}_i$ - вектор скорости i - той звезды ($i = 1,2,\ldots, N$) относительно Солнца. Здесь рассматриваются звёзды какого-то определённого вида (например, наблюдаемые невооружённым глазом или какие-то другие) внутри сферы радиуса R с центром в Солнце. Скорость центроида этих звёзд (геометрического центра их совокупности) может быть определена из равенства:

$$\vec{V}_O = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\vec{V}_i \,. \qquad (40)$$

Скорость Солнца относительно совокупности рассматриваемых звёзд, очевидно удовлетворяет условию: $\vec{V}_O = -\vec{V}_O$. Если рассматривать только звёзды солнечного типа, то есть с почти такими же, как у Солнца, массами, светимостями и спектральными классами, то относительно них скорость нашего светила составит около 36 км/с. Вектор этой скорости направлен к созвездию Лира. Но относительно ближайших звёзд, наблюдаемых невооруженным глазом, скорость равна 20 км/с и она направлена к созвездию Геркулес в точку с экваториальными координатами альфа=$18^ч$ и дельта=$+30^0$. Эту точку называют апексом движения Солнца.

Для каждой звезды можно, в принципе, определить остаточную (пекулярную) скорость: $\vec{u}_i = \vec{V}_i - \vec{V}_O$. Это - скорость звезды относительно центроида. Для выборки звёзд со сходными физическими характеристиками распределение остаточных скоростей в проекции на некоторое направление $\mathbf{l}$ (u_l) подчиняется нормальному закону (как и в случае молекул газа):

$$f(u_l) = \frac{1}{\sqrt{2p}\, s_l} e^{-u_l^2/(2 s_l^2)} \,, \qquad (41)$$

где $f(u_l)$ - плотность вероятности и s_l^2 - дисперсия скоростей u_l. В отличие от того, что наблюдается для частичек газа (атомов или молекул), значение s_l зависит от выбранного направления.

Данные наблюдений свидетельствуют, что наибольшее значение s_l получается в направлении приблизительно на центр Галактики, наименьшее в направлении, перпендикулярном к плоскости галактического экватора. Для звёзд с разными физическими свойствами значения s_l изменяются от $5 \div 10$ км/с до $100 \div 200$ км/с.

Скорости звезд изменяются со временем под действием при-

тяжении других звёзд, звёздных скоплений и облаков пыли и газа. При этом растёт дисперсия скоростей.

Выше шла речь о звёздах, не принадлежащих к звёздным скоплениям и кратным системам. В первом случае при случайных сближениях звёзд также дисперсия скоростей постепенно увеличивается, что в конце концов приводит к распаду скоп ления. Во втором случае обычно структура системы обеспечивает её существование на протяжении многих миллиардов лет.

§11. Радиусы звезд

Зная расстояние до звезды и угол, под которым наблюдается её радиус, можно рассчитать длину последнего в километрах. Однако уже на расстоянии в 10 пк радиус Солнца наблюдался бы под слишком малым углом (около $0{,}0005''$). Такой угол в настоящее время измерить очень трудно. Угловые радиусы удаётся измерить только у ближайших к Солнцу звёзд-гигантов и сверхгигантов.

Косвенно линейный радиус R звезды с известной светимостью L и абсолютной температурой T можно оценить, используя соотношение:

$$L = 4pR^2 e,$$

где e - поверхностная яркость звезды. Предположив, что последняя пропорциональна величине T^4 (закон Стефана - Больцмана), получим уравнение:

$$L = constR^2 T^4$$

и аналогичное уравнение можно записать для величин L_o, R_o и T_o. Из этих двух уравнений следует формула:

$$R / R_) = \sqrt{L / L_o} \ / (T / T_o)^2 . \qquad (42)$$

Здесь L - болометрическая светимость (во всём диапазоне длин волн), определяемая по видимой звёздной величине и расстоянию с учётом спектральных особенностей звезды. Температуру оценивают по распределению энергии в спектре излучения звезды. В частности, температуру можно определить по формуле:

$$T = a / (C + b),$$

где C - показатель цвета и a и b - известные постоянные.

Существуют и другие способы определения звездных радиусов. Например, их можно найти по продолжительности затмений в тех двойных звёздах, у которых плоскости орбит образуют достаточно малые углы с лучом зрения наблюдателя.

§12. Принципы построения звёздных моделей

При расчете параметров внутреннего строения звезды необходимо учесть 1 - гравитацию, сжимающую звезду, 2 - давление газа и световое давление, противодействующие сжатию, 3 - химический состав вещества на разных расстояниях от центра, 4 - источники энергии (обычно это - ядерные реакции в центральных областях) и 5 - способы переноса энергии (излучение, теплопроводность и конвекция - локальные движения масс вещества).

Основные уравнения имеют вид:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{Gmr}{r^2}, \quad \frac{dL}{dr} = C_1 r^2 re$$

и

$$\frac{dT}{dr} = C_2 Lr / (r^2 T^3),$$

где G, C_1 и C_2 - постоянные, p, m, r, L, e и T - давление, масса внутри сферы радиуса r, описанной вокруг центра звезды, плотность вещества, поток излучения через упомянутую выше поверхность, количество энергии, вырабатываемой единицей массы, и температура. Все эти параметры являются функциями расстояния от центра. В некоторых случаях приходится ещё учитывать и квантово-механические эффекты, возникающие при достаточно больших плотностях.

Если у звезды нет поблизости другой звезды, с которой может происходить обмен массой, то её состояние в данный момент определяется, в основном, начальными массой и химическим составом, а также возрастом.

Заключение

1. Космос и Земля соединены друг с другом многими цепочками причинно-следственных связей. По-видимому, часть их ещё остаётся за пределами поля зрения современного человечества. Но даже сравнительно поверхностный, беглый обзор известных влияний космоса уже позволяет убедиться в их многообразии, сложности и важности для того, что происходит на Земле.

Взгляд в далёкое прошлое показывает, что корни той жизни, что расцвела на планете Земля, находятся в глубоком космосе. Это - прежде всего те химические элементы, из которых мы все состоим. Углерод, кислород, азот и другие необходимые для жизни элементы были синтезированы в ядерных топках звёздных недр. После этого прошло ещё много миллионов лет прежде, чем упомянутые элементы оказались в межзвёздном пространстве. Там из них и водорода, существовавшего изначально, сформировались газопылевые облака, а из некоторых облаков при определённых условиях под действием гравитации образовались звезды второго поколения. Часть этих звёзд имела в своей окрестности планетные системы, причём к этому времени там уже присутствовали разнообразные органические соединения - кирпичики будущих живых существ.

2. Процесс зарождения жизни до сих пор ещё остаётся тайной. Но жизнь появилась. Затем естественный отбор, мутации и, может быть, ещё какие-то факторы привели к неимоверному усложнению живых организмов и их сообществ. Неотъемлемым качеством жизни стало стремление к выживанию цепи поколений или, иначе говоря, стремление к бессмертию. Возможно, именно это качество предопределит будущее человечества и его взаимоотношения с космическими очагами разума, если таковые существуют.

3. В космосе, как и на Земле, всё находится в состоянии непрерывного изменения, быстрого или медленного. Даже Метагалактика, вбирающая в себя весь наблюдаемый мир, расширяется, подтверждая древний тезис Гераклида Эфесского (“всё течёт”).

Изменяется и человечество. Возможно, важную роль в этом сыграл последний ледниковый период, причины которого, скорее всего, связаны с космосом (см. Гл.4, §5). Проявлениями изменений можно назвать:

- численный рост населения (за последнее тысячелетие - в 20 раз),

- использование всё новых способов передвижения (от телеги и колесницы до автомобиля, самолёта и ракеты),

- развитие способов связи (от гонца и почтового голубя до радио, спутникового телевидения и интернета),

- усиление способности к восприятию окружающего мира (микроскоп, телескоп, радиоинтерферометр и т.д.),

- создание всё новых средств для усиления интеллектуальных возможностей (от счетов и арифмометра до компьютерных систем),

- всё углубляющееся проникновение в тайны материи и жизни (физика, химия, астрономия, генетика, фармацевтика и т.д.).

Весьма существенным условием для такого развития явилось объединение усилий множества людей для решения конкретных научных и технических задач. Трудно представить себе, чтобы один человек или небольшая группа людей смогли от начала и до конца создать современный авиалайнер (электронный калькулятор, телевизор, автомобиль и т.д.).

Ещё одно изменение (возможно, самое важное) состоит в том, что человек всё глубже погружается в искусственную среду, созданную другими людьми (пусть читатель, находящийся в помещении, на время оторвётся от этого текста и попробует найти в окружающей его среде какой-нибудь предмет, которого не касалась бы рука человека, прямо или опосредствованно - при помощи технических устройств).

4. Опасность такого погружения состоит в недооценке возможности постепенной изоляции человека от природной среды и в чрезмерной зависимости от среды искусственной. Последняя для человека является новой, непривычной и зачастую слишком сложной - чтобы ею успешно управлять. Последствия пребывания в этой среде поколений людей трудно предсказуемы.

С другой стороны, постепенное привыкание людей к жизни в искусственной среде имеет и свои плюсы. Окружающий Землю со всех сторон космос враждебен человеку (вакуум межпланетного пространства и неблагоприятные условия на поверхностях планет и их спутников). Поэтому в обозримом будущем жизнь за пределами Земли возможна лишь в искусственной среде обитания.

Создав очаги такой среды вне Земли, человек получит возможность приступить к освоению космоса. Это будет означать, что жизнь начнёт возвращаться к своим космическим истокам.