

ЭНТРОПИЯ И ЕЕ РОЛЬ В НАУКЕ

А. И. ОСИПОВ, А. В. УВАРОВ

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

ENTROPY AND ITS ROLE IN SCIENCE

A. I. OSIPOV, A. V. UVAROV

The fundamental physical quantity – entropy is discussed. The thermodynamical definition of entropy is presented and the physical meaning of entropy is illustrated with the help of Boltzmann principle. Application of entropy in various areas of science is illustrated with examples from physics, astronomy, biology and informatics.

Обсуждается фундаментальная физическая величина – энтропия. Дается термодинамическое определение энтропии. С помощью принципа Больцмана объясняется физический смысл энтропии. Применение энтропии в различных областях науки иллюстрируется примерами из физики, астрономии, биологии и теории информации.

journal.issep.rssi.ru

ВВЕДЕНИЕ

Энтропия принадлежит к числу важнейших понятий физики. Энтропия как физическая величина была введена в термодинамику Р. Клаузиусом в 1865 г. и оказалась настолько важной и общезначимой, что быстро завоевала сначала другие области физики, а затем проникла и в смежные науки: химию, биологию, теорию информации и т.д.

Понятие энтропии с самого начала оказалось трудным для восприятия в отличие, например, от другой физической величины – температуры. Эта трудность сохранилась и для тех, кто впервые знакомится с термодинамикой. Она носит чисто психологический характер и связана с невозможностью непосредственного восприятия энтропии, отсутствием “градусника”, который бы измерял энтропию, как измеряют температуру. Вместе с тем более глубокое понимание температуры, завершившееся формулировкой “нулевого начала”, показывает, что понятие температуры и энтропии одинаковы по сложности. Понятие температуры вводится “нулевым началом”, понятие энтропии – вторым началом [1].

Термодинамика в силу феноменологического характера не может вскрыть физический смысл как энтропии, так и температуры. Эту задачу решает статистическая физика. Статистическая интерпретация энтропии позволила математикам обобщить понятие энтропии и ввести метрическую энтропию как абстрактную величину, характеризующую поведение неустойчивых динамических систем с экспоненциальной расходимостью близких в начальный момент времени траекторий (энтропия Крылова–Колмогорова–Синяя). Метрическая энтропия – абстрактное математическое понятие, слишком далеко находящееся от практических задач, рассматриваемых в настоящей статье, поэтому здесь оно обсуждаться не будет [2].

1. ТЕПЛОТА И ЭНТРОПИЯ

Энтропия вводится вторым началом. В формулировке А. Зоммерфельда оно звучит так: “Каждая термодинамическая система обладает функцией состояния,

называемой энтропией. Энтропия вычисляется следующим образом. Система переводится из произвольно выбранного начального состояния в соответствующее конечное состояние через последовательность состояний равновесия, вычисляются все подводимые при этом порции тепла δQ , делятся каждая на соответствующую ей абсолютную температуру, и все полученные таким образом значения суммируются. При реальных (в современной терминологии – необратимых) процессах энтропия замкнутой системы возрастает”.

Таким образом,

$$S = \sum \frac{\delta Q_i}{T_i} \quad (1)$$

или

$$\Delta S = S_A - S_B = \int_B^A \frac{\delta Q}{T}. \quad (2)$$

Подчеркнем, что выбор отдельных обратимых процессов в (1) или пути интегрирования в (2) могут не иметь ничего общего с тем, каким образом в действительности система переходит из состояния B в состояние A . Реальные процессы, как правило, необратимы. Однако в равенствах (1) и (2) δQ соответствуют обратимым переходам. Поскольку энтропия является функцией состояния, то есть величиной, которая не зависит от того, каким путем было достигнуто это состояние, то выбор пути обратимого процесса не имеет значения.

В качестве примера рассмотрим изменение энтропии при расширении газа в пустоту. Пусть первоначально газ находился в объеме V_1 , объем $V_2 - V_1$ пустой (рис. 1).

После удаления перегородки газ свободно расширяется, занимая весь объем V_2 . Этот процесс является необратимым. Газ самопроизвольно не может вернуться в первоначальное состояние, то есть снова оказаться в объеме V_1 (вероятность такой гигантской флуктуации чрезвычайно мала). В соответствии со вторым началом энтропия в таком процессе должна возрастать. Вместе с тем величина

$$\int_{V_1}^{V_2} \frac{\delta Q}{T} = 0, \quad (3)$$

так как расширение газа происходит без подвода тепла. Ошибка в рассуждении состоит в том, что выражение

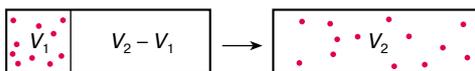


Рис. 1

(3) не является энтропией. В формуле (2) стоит δQ , соответствующее мысленному обратимому процессу. В качестве такого мыслимого процесса удобно выбрать обратимый изотермический процесс расширения с участием поршня и подводом тепла δQ (рис. 2).

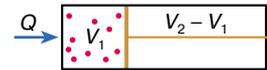


Рис. 2

В этом случае в соответствии с первым началом термодинамики $\delta Q = dU + pdV$. Если ограничиться случаем идеального газа, для которого U зависит только от температуры и поэтому $dU = 0$, то $\delta Q = pdV$ и

$$\Delta S = S_{V_2} - S_{V_1} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{pdV}{T} = R \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (4)$$

Расчет проведен для одного моля газа, поэтому $pV = RT$.

Вернемся к анализу самого понятия энтропии. Второе начало термодинамики вводит энтропию формальным путем как некую новую функцию состояния, не вскрывая ее физического смысла. Термодинамика не устанавливает связи энтропии с внутренними молекулярными свойствами системы и не дает способа, с помощью которого эту связь можно установить. В этом состоит основная трудность для всех начинающих изучать термодинамику.

Свойства и физический смысл энтропии раскрываются, как и в случае с температурой, в рамках статистической физики. Прежде чем обсуждать физический смысл энтропии, ответим на вопрос, зачем потребовалось вводить это понятие. В практике тепловых измерений точно фиксируется количество теплоты, переданное и отнятое у тела в определенном процессе. Например, при нагревании 1 г воды на 1°C необходимо затратить 1 калорию (1 кал = 4,1868 Дж). Однако говорить о количестве теплоты, содержащейся в теле, бессмысленно. Тепло может переходить в работу, создаваться при трении, но не сохраняется. В общем случае можно сказать, что тепло передается, но не сохраняется. Сохраняющейся величиной в определенных условиях является энтропия. Например, энтропия сохраняется при обратимом адиабатическом процессе, когда отсутствует передача тепла. Изменение энтропии при возвращении системы в исходное состояние после произвольного кругового обратимого процесса также равно нулю. Это утверждение следует, например, из

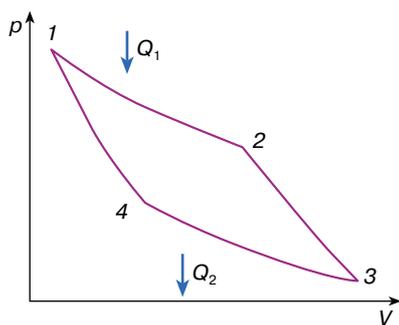


Рис. 3. Цикл Карно, p - V диаграмма. Участки 1-2 и 3-4 – изотермы, 2-3 и 4-1 – адиабаты

анализа цикла Карно [3] (рис. 3). Коэффициент полезного действия в цикле Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (5)$$

откуда следует равенство

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0, \quad (6)$$

имеющее ясный физический смысл. Приращение энтропии на изотерме 1-2 компенсируется убыванием энтропии на изотерме 3-4. Изменение энтропии на адиабатах 2-3 и 4-1 равно нулю.

Из факта возвращения энтропии к своему первоначальному значению после произвольного обратимого кругового процесса следует вывод, что энтропия в данном состоянии не зависит от способа достижения этого состояния, а определяется параметрами этого состояния, то есть является функцией состояния, как утверждает второе начало. Таким образом, можно говорить о количестве энтропии в данном состоянии. В этом принципиальное отличие энтропии от теплоты. В общем случае для энтропии нет закона сохранения. При обратимых процессах энтропия может переходить от системы к окружающей среде и наоборот. При необратимых процессах возникающая в системе энтропия всегда положительна.

Приведем несколько примеров. Пусть между двумя одинаковыми телами, имеющими температуры T_1 и T_2 , устанавливается тепловой контакт. Спустя короткий

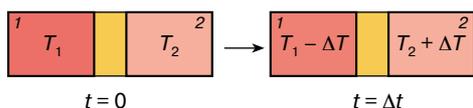


Рис. 4

промежуток времени Δt тепло начинает переходить от одного тела к другому (рис. 4).

Найдем суммарное изменение энтропии. Тело с температурой T_1 за время Δt передает телу с температурой T_2 количество тепла $dQ_1 = -mc\Delta T$ (знак ΔT пока не определен), а тело с температурой T_2 получает $dQ_2 = mc\Delta T$, c – удельная теплоемкость, а m – масса тел.

Изменение энтропии каждого тела $\Delta S_1 = -\frac{mc\Delta T}{T_1}$ и $\Delta S_2 = \frac{mc\Delta T}{T_2}$ (считается, что $\frac{\Delta T}{T_1}, \frac{\Delta T}{T_2} \ll 1$). Суммарное изменение энтропии

$$\Delta S = mc\Delta T \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$$

и изменение температуры

$$\Delta T = \frac{T_1 T_2}{mc} \left(\frac{\Delta S}{T_1 - T_2} \right).$$

Поскольку $\Delta S > 0$, то ΔT будет иметь тот же знак, что и $T_1 - T_2$. Это значит, что тепло будет переходить от горячего тела к холодному, то есть при $T_1 > T_2$ $\Delta T > 0$, при $T_1 < T_2$ $\Delta T < 0$.

Процесс перехода тепла можно сделать обратимым, если теплообмен между телами с температурами T_1 и T_2 осуществлять с помощью цикла Карно. В этом случае за один прямой цикл Карно тело 1 теряет энтропию $\Delta S_1 = \frac{|Q_1|}{T_1}$, а тело 2 приобретает энтропию

$\Delta S_2 = \frac{|Q_2|}{T_2}$, причем в соответствии с формулой (6) $\Delta S_1 = -\Delta S_2$, однако $|Q_2| \neq |Q_1|$. Количество тепла, равное разности $|Q_1| - |Q_2|$, переходит в работу.

Если теперь заставить машину Карно работать в противоположном направлении, то есть не получать выигрыша в виде работы, а затрачивать внешнюю энергию на производство работы, то можно осуществить переход тепла от холодного тела к горячему. Так работает холодильник. Последовательное осуществление прямого и обратного циклов Карно обеспечивает обратимый перенос тепла сначала от горячего тела к холодному, а потом наоборот.

Необходимость введения энтропии не ограничивается потребностью замены количества тепла на новую функцию состояния. Все термодинамические величины образуют пары, их называют парами сопряженных величин, например, давление и объем. Они входят в выражение для работы $\Delta A = p\Delta V$. Какая величина сопряжена температуре? Поскольку выражение для количества тепла, переданного в обратимом процессе, имеет вид $\Delta Q = T\Delta S$, то можно говорить, что сопряженной

величиной для температуры является энтропия. Среди сопряженных величин одна зависит от объема (например, S в паре S и T), другая нет (например, p в паре p и V). Таким образом, с введением энтропии завершился этап формирования основных понятий термодинамики.

2. ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ЭНТРОПИИ. ПРИНЦИП БОЛЬЦМАНА

Физический смысл энтропии выясняется при рассмотрении микросостояний вещества. Л. Больцман был первым, кто установил связь энтропии с вероятностью состояния. В формулировке М. Планка утверждение, выражающее эту связь и называемое принципом Больцмана, представляется простой формулой

$$S = k_B \ln W. \quad (7)$$

Сам Больцман никогда не писал этой формулы. Это сделал Планк. Ему же принадлежит введение постоянной Больцмана k_B . Термин “принцип Больцмана” был введен А. Эйнштейном.

Термодинамическая вероятность состояния W или статистический вес этого состояния — это число способов (число микросостояний), с помощью которых можно реализовать данное макросостояние. На квантовом языке статистический вес — это число различных квантовых микросостояний, реализующих данное макросостояние с данной энергией.

Подчеркнем, что термодинамическая вероятность W отличается от математической вероятности, которая всегда выражается некоторой дробью, меньшей или равной единице. Указанное различие несущественно, поскольку в большинстве практических расчетов вычисляется разность энтропии

$$S - S_0 = k_B \ln \frac{W}{W_0},$$

то есть относительная вероятность W/W_0 .

Установление связи между столь несхожими понятиями, как энтропия и вероятность, является важнейшим научным достижением. Энтропия и вероятность — величины разной природы. Энтропия — величина физическая, а термодинамическая вероятность — математическая. Численное значение физической величины зависит от выбранной системы единиц, математическая величина — это число, число способов. Согласованность левой и правой частей (7) обеспечивается постоянной Больцмана. Эта же постоянная обеспечивает совпадение термодинамической энтропии с энтропией, определяемой из принципа Больцмана.

Покажем это на примере необратимого расширения идеального газа, рассмотренном в предыдущем разделе, то есть получим формулу (4) с помощью формулы (6). Пусть в начальном состоянии B газ занимает

объем V_1 , а в конечном состоянии A — объем V_2 . Рассмотрим сначала одну частицу. Термодинамическая вероятность нахождения одной частицы в произвольном объеме V будет пропорциональна V . Действительно, разобьем мысленно весь объем V на n одинаковых ячеек, каждая из которых соответствует одному состоянию. Чем больше объем V , тем больше ячеек, то есть тем больше возможных равновероятных состояний. Размер ячеек несуществен, поскольку нас интересует отношение вероятностей. Таким образом,

$$\frac{W_B}{W_A} = \frac{V_1}{V_2}. \quad (8)$$

Поскольку в идеальном газе взаимодействием частиц можно пренебречь, то выражение (8) справедливо для любой молекулы, а для всех N частиц

$$\frac{W_B}{W_A} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^N. \quad (9)$$

Поясним формулу (9). Для одной частицы число состояний в B равно n . Для двух частиц число состояний будет n^2 , так как при каждом из n состояний первой частицы возможно n состояний второй и т.д.

Для одного моля ($N = N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$)

$$S_A - S_B = k_B N_A \ln \frac{V_2}{V_1} = R \ln \frac{V_2}{V_1},$$

что совпадает с (4).

Принцип Больцмана позволяет понять причину роста энтропии при необратимых процессах. Предположим, что мы мгновенно убираем перегородку, соединяющую объемы V_1 и $V_2 - V_1$. Перед каждой частицей газа появляется возможность побывать в новых состояниях, содержащихся в объеме $V_2 - V_1$. Вероятность того, что все частицы снова соберутся в объеме V_1 , пропорциональна $\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^N$, то есть ничтожно мала. В принципе она отличается от нуля, но для достижения этого состояния при $N \sim N_A$ потребуется время, значительно превышающее время существования Вселенной. Таким образом, при необратимых процессах эволюция системы идет в сторону освоения новых незанятых состояний, то есть в сторону увеличения вероятности W , а следовательно, и энтропии.

До сих пор речь шла об изменении энтропии при переходе из одного состояния в другое. В каких пределах изменяются абсолютные значения энтропии? В соответствии с третьим началом термодинамики энтропия любой системы при $T \rightarrow 0$ стремится к нулю. В соответствии с принципом Больцмана состояние с $S = 0$ соответствует термодинамической вероятности $W = 1$.

Физически это означает, что рассматриваемая система может находиться только в единственном микроскопическом состоянии. Других микросостояний не существует.

Абсолютной верхней границы энтропии не существует. Значение энтропии зависит от внутренней энергии, объема и других параметров системы. Если мы создадим неравновесное состояние в изолированной оболочке (например, путем взрыва в изолированной от внешней среды бункере), то энтропия такой системы будет со временем возрастать и достигнет максимума в состоянии равновесия. Физически это означает, что в состоянии равновесия система обладает максимально возможным числом микросостояний, с помощью которых реализуется данное макросостояние.

3. ТРИУМФАЛЬНОЕ ШЕСТВИЕ ЭНТРОПИИ

Среди всех физических величин, вошедших в науку в XIX в., энтропия занимает особое место в силу своей необыкновенной судьбы. С самого начала энтропия утвердилась в теории тепловых машин. Однако очень скоро рамки этой теории оказались ей тесны, и она проникла в другие области физики, прежде всего в теорию излучения. Экспансия энтропии этим не ограничилась. В отличие, например, от других термодинамических величин энтропия довольно быстро перешагнула границы физики. Она вторглась в смежные области: космологию, биологию и, наконец, в теорию информации. Триумфальное шествие энтропии продолжается, и в будущем могут быть получены очень интересные результаты. Здесь же мы ограничимся только кратким рассмотрением перечисленных примеров.

3.1. Энтропия и тепловые машины

Основной областью технического применения термодинамики является анализ циклов тепловых двигателей и теплосиловых установок, позволяющих путем использования химической или атомной энергии получить полезную работу или осуществить переход одного вида энергии в другой. Главной характеристикой тепловых машин, определяющей их эффективность, является коэффициент полезного действия (КПД) η . КПД тепловых машин — это отношение полезной работы, совершаемой машиной, к количеству теплоты, отдаваемому нагревателем (см. (5)). Энтропийные представления позволяют просто оценить η и тем самым ответить на вопрос, как оптимизировать процесс, чтобы КПД был наибольшим.

Поясним это на примере цикла Карно (см. рис. 3). Форма цикла Карно на p - V диаграмме зависит от рабочего тела. Действительно, наклон адиабаты на участках 2-3 и 4-1 даже для идеального газа не универсален. Он

зависит от показателя адиабаты γ (уравнение адиабаты $pV^\gamma = \text{const}$). Величина γ определяется молекулярным строением газа и равна 5/3 и 7/5 для газа одноатомных и двухатомных неколеблующихся молекул соответственно.

В переменных S и T цикл Карно имеет более простой вид (рис. 5): отрезки горизонтальных прямых 1-2 и 3-4 соответствуют изотермам, участки 2-3 и 4-1 — адиабатам. Диаграмма процесса в переменных S - T называется энтропийной диаграммой. Ее вид не зависит от рода рабочего тела и позволяет легко вычислить и наглядно пояснить смысл КПД. По определению,

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 — количество теплоты, передаваемое рабочему телу нагревателем, Q_2 — количество теплоты, отдаваемое рабочим телом холодильнику (полезная работа $\Delta W = Q_1 - Q_2$).

На рис. 5 видно, что $Q_1 = T_1(S_2 - S_1)$, а $Q_2 = T_0(S_0 - S_1)$, поэтому $\eta = \frac{T_1 - T_0}{T_1}$. Геометрический смысл η — отношение площадей прямоугольников 1-2-3-4-1 и 1-2-5-6-1.

Преимущество энтропийной диаграммы, позволяющее сравнительно просто вычислять количество теплоты, полученное или отданное рабочим телом, определило ее широкое распространение в технике. КПД существующих тепловых двигателей — примерно 25%. Таким образом, большая часть энергии расходуется на нагрев окружающей среды.

Химическая энергия естественных горючих веществ (нефти, угля, газа) и атомная энергия не единственные источники полезной работы и электроэнергии. Огромный источник энергии — это излучение Солнца, падающее на поверхность Земли. КПД существующих

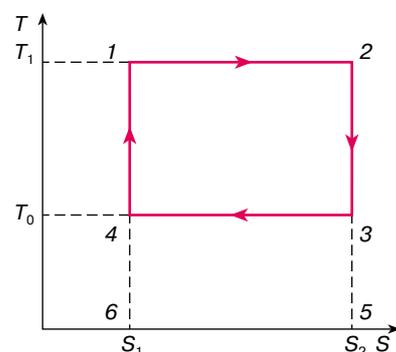


Рис. 5. Цикл Карно, T - S диаграмма

солнечных батарей, преобразующих энергию солнечного излучения в электрическую, примерно равен 20%. Если бы удалось покрыть хотя бы 0,01% поверхности Земли такими батареями, то можно было бы ежегодно получать такое количество энергии, которое соответствует годовому потреблению энергии во всем мире. Причем это был бы экологически чистый метод получения энергии. Двадцатипроцентный КПД солнечных батарей не является верхним пределом. Теоретические оценки показывают, что при прямом превращении солнечного излучения в работу верхний предел КПД

$$\eta = 1 - \frac{4}{3} \left(\frac{T_3}{T_C} \right)^{1/2} + \frac{1}{3} \left(\frac{T_3}{T_C} \right)^2,$$

где T_C и T_3 – температуры поверхностей Солнца и Земли соответственно. При $T_C = 6000$ К, $T_3 = 290$ К величина КПД $\eta = 70\%$.

3.2. Энтропия теплового излучения

Применение термодинамических представлений, в частности энтропии, позволило Планку вывести знаменитую формулу для спектральной плотности энергии теплового излучения. Тепловое (температурное) излучение – это электромагнитное излучение, находящееся в равновесии со стенками сосуда, ограничивающего его объем. Такое излучение существует, например, в топке с постоянной температурой стенок. Основной компонент солнечного излучения – непрерывное излучение фотосферы – приближенно можно также считать равновесным излучением, соответствующим температуре поверхности Солнца, приближенно равной 6000 К (аналог стенок).

В современной физике спектральная плотность энергии теплового излучения $U_\omega(T)$ рассчитывается исходя из представлений об излучении как о совокупности частиц – фотонов, подчиняющихся статистике Бозе–Эйнштейна. В рамках этой статистики $U_\omega(T)$, отнесенная к единице объема, выражается известной формулой Планка

$$U_\omega(T) = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar \omega}{k_B T}\right) - 1}. \quad (10)$$

Сам Планк получил эту формулу в 1900 г. за 24 года до формулировки квантовой статистики Бозе–Эйнштейна, интерпретируя имеющиеся экспериментальные данные о спектральной плотности энергии излучения.

Первоначальный ход рассуждений Планка, приведший его к выводу формулы (10), основан на термодинамических представлениях. Целесообразно привести этот вывод [4]. Планк рассматривает помещенный в поле излучения линейный осциллятор с собственной

частотой ω (диполь Герца), который, взаимодействуя с окружающим его электромагнитным полем, приобретает энергию

$$\mathcal{E} = \frac{\pi^2 c^3}{\omega^2} U_\omega. \quad (11)$$

Планк приписывает осциллятору не только температуру T , но и энтропию S . При постоянном объеме излучения

$$dS = \frac{d\mathcal{E}}{T}$$

(под \mathcal{E} , S и T , как и везде в термодинамике, подразумеваются средние значения. Усреднение ведется по времени для одного осциллятора или по системе невзаимодействующих осцилляторов).

Для U_ω были известны два выражения. В области малых длин волн (больших частот)

$$U_\omega(T) = \frac{\alpha k_B}{2(\pi c)^3} \omega^3 \exp\left(\frac{-\alpha \omega}{2\pi T}\right) \quad (\text{закон Вина}). \quad (12)$$

В области больших длин волн (малые частоты)

$$U_\omega(T) = \frac{\omega^2 k_B T}{\pi^2 c^3} \quad (\text{закон Рэлея–Джинса}). \quad (13)$$

Если из (12) и (13) определить $1/T$ и учесть, что $dS/d\mathcal{E} = 1/T$, то соответственно получается

$$\frac{dS}{d\mathcal{E}} = -\frac{2\pi}{\alpha \omega} \ln\left(\frac{\mathcal{E}}{\alpha k_B \omega}\right) \quad \text{и} \quad \frac{dS}{d\mathcal{E}} = \frac{k_B}{\mathcal{E}}. \quad (14)$$

Аналогичные выражения для вторых производных имеют вид

$$\frac{d^2 S}{d\mathcal{E}^2} = -\frac{2\pi}{\alpha \omega \mathcal{E}} \quad \text{и} \quad \frac{d^2 S}{d\mathcal{E}^2} = -\frac{k_B}{\mathcal{E}^2}. \quad (15)$$

Принимая во внимание (15), Планк предложил интерполяционную формулу

$$\left(\frac{d^2 S}{d\mathcal{E}^2}\right)^{-1} = -\left(\frac{\alpha \omega \mathcal{E}}{2\pi} + \frac{\mathcal{E}^2}{k_B}\right), \quad (16)$$

которая в пределе малых и больших частот переходит в (15).

Если проинтегрировать (16) по \mathcal{E} и учесть, что $dS/d\mathcal{E} = 1/T$, то для энергии осциллятора получается выражение

$$\mathcal{E} = \frac{\alpha \omega k_B}{2\pi} \frac{1}{\exp\left(\frac{\alpha \omega}{2\pi T}\right) - 1}. \quad (17)$$

Постоянная интегрирования определяется из условия, что при $\mathcal{E} \rightarrow \infty$ также $T \rightarrow \infty$, а $dS/d\mathcal{E} \rightarrow 0$. После

подстановки (17) в (11) получается известная формула Планка (10), где $\hbar = \alpha k_B / 2\pi$.

Этот вывод не удовлетворил Планка в силу необоснованности интерполяционной процедуры (16), и он привел новое доказательство справедливости (10). В основе этого доказательства лежали формула Больцмана $S = k_B \ln W$ и явная гипотеза о квантовании энергии осциллятора.

Подчеркнем, что при всех вариантах вывода формулы (10) Планк исходил из термодинамических соображений. Термодинамика в силу своей общности смогла воспринять идею квантования, не изменяя своих основ. Более того, термодинамика оказалась по существу единственной наукой, основные положения которой не поколебала квантовая революция.

3.3. Энтропия черных дыр

Среди небесных тел особое место занимают черные дыры. Этот класс объектов характеризуется тем, что их поле тяготения столь велико, что никакие частицы, включая кванты света, не могут вырваться изнутри такого объекта и уйти на бесконечность. Прямых доказательств существования черных дыр в космосе пока нет. Однако большинство физиков считают, что рентгеновские источники в некоторых двойных системах представляют собой звездные черные дыры. Кроме того, предполагается, что интенсивное излучение ядер галактик и квазаров есть результат существования массивных и сверхмассивных черных дыр в центре этих объектов. Квазары — это внегалактические источники мощного электромагнитного излучения.

С точки зрения классических представлений черная дыра для внешнего наблюдателя — это объект, у которого можно измерить только глобальные характеристики: массу, вращательный момент и полный электрический заряд. Термодинамика, а затем и квантовая механика внесли свои коррективы в эту точку зрения [5].

Рассмотрим простейшую ситуацию. Пусть в поле притяжения черной дыры попало горячее тело с некоторым запасом энтропии. Черная дыра в конце концов поглотит тело. В соответствии со вторым началом термодинамики полная энтропия замкнутой системы (черная дыра + тело) не может уменьшиться. Следовательно, поглощенное тело должно увеличивать энтропию самой черной дыры на величину, не меньшую исходной энтропии тела. Таким образом, черной дыре следует приписать энтропию, которая также должна входить в число наблюдаемых параметров. Приписав черной дыре энтропию, необходимо приписать ей и температуру. В этом случае черная дыра сама выступает как источник излучения.

Физический механизм излучения черной дыры состоит в следующем. В сильном поле тяготения черной дыры на ее поверхности рождаются пары фотонов (и других частиц). Энергия этих пар фотонов равна нулю, поэтому закон сохранения энергии не нарушается. После рождения пары фотонов один из них уходит в черную дыру, приобретая отрицательную (потенциальную) энергию, а другой приобретает освободившуюся положительную энергию и уходит в бесконечность.

Термодинамика позволяет сделать еще один существенный вывод. Согласно современным представлениям, одним из механизмов образования черных дыр является гравитационное сжатие вещества в таких условиях, когда противодействие внутреннего давления сжатию за счет гравитационных сил оказывается недостаточным. Как ведет себя энтропия в процессе сжатия, приводящего к образованию черной дыры?

Энтропия черной дыры массы M по теоретическим оценкам

$$S \sim k_B \cdot 10^{75} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^2,$$

где M_\odot — масса Солнца.

Энтропия такой же сжимающейся массы

$$S \sim k_B \frac{M}{m} \sim k_B \cdot 10^{57} \frac{M}{M_\odot},$$

где $m = 1,6 \cdot 10^{-24}$ г. При написании этой формулы предполагалось, что на каждую частицу массы m приходится энтропия порядка постоянной Больцмана k_B . Напомним, что в соответствии с принципом Больцмана масштаб измерений энтропии служит постоянной k_B .

Из сравнения последних двух формул видно, что процесс коллапса с образованием черной дыры сильно необратим. Энтропия в таком процессе возрастает почти на 20 порядков при $M \sim M_\odot$.

3.4. Энтропия Вселенной, теория тепловой смерти

Наиболее драматическая формулировка второго начала принадлежит Р.Ю.Э. Клаузиусу:

- 1) энергия Мира постоянна;
- 2) энтропия Мира стремится к максимуму.

Из этой формулировки следует, что в конце эволюционного процесса Вселенная должна прийти в состояние термодинамического равновесия (в состоянии тепловой смерти), которому соответствует полная дезорганизация системы.

Представление о тепловой смерти Вселенной, вытекающее из формулировки второго начала, предложенной Клаузиусом, — пример неправомерного перенесения законов термодинамики в область, где она уже не работает.

Законы термодинамики применимы, как известно, только к термодинамическим системам. Одним из обязательных признаков термодинамической системы является аддитивность некоторых ее характеристик, например энергии. Это свойство состоит в следующем. Если равновесную систему разбить на отдельные равновесные макроскопические части, то энергия всей системы будет суммой энергий отдельных ее частей. Таким образом, энергия системы должна быть пропорциональна ее объему. Этим признаком Вселенная не обладает. Причина состоит в том, что гравитационное взаимодействие является дальнедействующим и неэкранируемым, поэтому гравитационная энергия Вселенной непропорциональна ее объему. Полная энергия Вселенной также непропорциональна объему и поэтому не является аддитивной величиной. Кроме того, Вселенная расширяется, то есть она не находится в стационарном состоянии. Таким образом, говорить об энтропии Вселенной в термодинамическом смысле нельзя, поскольку Вселенная не является термодинамической системой.

Однако во Вселенной можно выделить подсистемы, к которым применимо термодинамическое описание. Такими подсистемами являются, например, все компактные объекты (звезды, планеты и др.) или реликтовое излучение (тепловое излучение с температурой 2,73 К). Реликтовое излучение возникло в момент Большого взрыва, приведшего к образованию Вселенной, и имело температуру ~4000 К. В наше время, то есть спустя 10–20 млрд лет после Большого взрыва, это первичное (реликтовое) излучение, прожившее все эти годы в расширяющейся Вселенной, охладилось до указанной температуры.

Расчеты показывают, что полная энтропия всех наблюдаемых компактных объектов ничтожно мала по сравнению с энтропией реликтового излучения. Причина этого прежде всего в том, что число реликтовых фотонов очень велико: на каждый атом во Вселенной приходится примерно 10^9 фотонов.

Энтропийное рассмотрение компонент Вселенной позволяет сделать еще один вывод. По современным оценкам, полная энтропия той части Вселенной, которая доступна наблюдению, порядка $10^{90} k_B$. Кроме того, энтропия вещества этой же части Вселенной, сконденсированной в черную дыру, составляет порядка $10^{124} k_B$. Сравнение этих цифр показывает, насколько далека окружающая нас часть Вселенной от максимально неупорядоченного состояния.

3.5. Энтропия и жизнь

Вопрос об отношении жизни ко второму началу термодинамики — это вопрос о том, является ли жизнь

островком сопротивления второму началу. Действительно, эволюция жизни на Земле идет от простого к сложному, а второе начало термодинамики предсказывает обратный путь эволюции — от сложного к простому. Указанное противоречие объясняется в рамках термодинамики необратимых процессов. Живой организм как открытая термодинамическая система потребляет энтропии меньше, чем выбрасывает ее в окружающую среду. Величина энтропии в пищевых продуктах меньше, чем в продуктах выделения. Иными словами, живой организм существует за счет того, что имеет возможность выбросить энтропию, вырабатываемую в нем вследствие необратимых процессов, в окружающую среду. Именно это обстоятельство дало право Э. Шрёдингеру сказать, что “организм питается отрицательной энтропией”.

Отметим, что для живого организма определение энтропии представляет известные трудности, поскольку в соответствии с термодинамикой, даже если организм считать равновесной структурой, для вычисления энтропии необходимо указать способ создания или уничтожения организма обратимым путем.

Все сказанное относится и к жизни на Земле в целом. Земля получает энергию от Солнца и практически столько же отдает ее в космическое пространство, поскольку энергетическое состояние поверхности Земли в среднем по времени не меняется. Энтропийный баланс Земли за год можно приблизительно оценить следующим образом. Солнце передает Земле количество энтропии, равное U/T_C , где $U \approx \pi R_3^2 n_{\min} \kappa$, R_3 — радиус Земли, κ — солнечная постоянная, равная количеству энергии, переносимому излучением в течение одной минуты через площадку в 1 см^2 , перпендикулярную к солнечным лучам и расположенную вне земной атмосферы на среднегодовом расстоянии от Солнца, $\kappa = 2 \text{ кал} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{мин}^{-1}$, n_{\min} — число минут в году, $U = 4 \times 10^{24} \text{ кал} \cdot \text{год}^{-1}$, $T_C \approx 6000 \text{ К}$ — температура поверхности Солнца. Земля отдает в космическое пространство количество энтропии, равное U/T_3 , где T_3 — температура поверхности Земли, равная примерно 300 К. Таким образом, в целом энтропийный баланс Земли отрицательный, $\Delta S = 4 \cdot 10^{24} \left(\frac{1}{6000} - \frac{1}{300} \right) \approx -10^{22} \text{ кал} \cdot \text{град}^{-1} \cdot \text{год}^{-1}$.

Земля отдает больше энтропии, чем получает. Прирост энтропии обязан производству энтропии за счет неравновесных процессов на Земле. В число неравновесных процессов в первую очередь входят процессы обеспечения жизнедеятельности всего многообразия биологических объектов на Земле. Технический прогресс также приводит к росту энтропии, хотя пока этот вклад составляет лишь доли процента в общем балансе

энтропии. Он станет заметным, если увеличится в сотни раз. Последствия такого увеличения будут катастрофическими. Земля задохнется от избытка энтропии и перейдет в новое состояние, чтобы сбалансировать потоки энтропии [6]. Вместе с тем следует помнить, что индустриальная активность человечества уже сейчас приводит к неблагоприятным последствиям. Достаточно вспомнить угрозу парникового эффекта, заключающегося в повышении температуры внутренних слоев атмосферы и поверхности Земли вследствие выброса вредных веществ в атмосферу. Атмосфера становится более прозрачной для падающего солнечного излучения и менее прозрачной для уходящего теплового излучения Земли.

3.6. Энтропия и информация

Связь между энтропией и информацией можно проследить на следующем примере [7, 8]. Рассмотрим тело при абсолютном нуле температуры, и пусть мы имеем полную информацию о координатах и импульсах каждой частицы. Для простоты положим, что импульсы всех частиц равны нулю. В этом случае термодинамическая вероятность равна единице, а энтропия — нулю. При конечных температурах энтропия в равновесии достигает максимума. Можно измерить все макропараметры, характеризующие данное макросостояние. Однако мы практически ничего не знаем о микросостоянии системы. Точнее говоря, мы знаем, что данное макросостояние можно реализовать с помощью очень большого числа микросостояний.

Таким образом, нулевой энтропии соответствует полная информация (степень незнания равна нулю), а максимальной энтропии — полное незнание микросостояний (степень незнания максимальна).

В теории информации энтропия (информационная энтропия) определяется как количество информации. Пусть P — априорная вероятность некоторого события (вероятность до проведения опыта), а P_1 — вероятность этого события после проведения опыта. Для простоты будем считать, что $P_1 = 1$.

По Шеннону, количество информации I , которое дает точный ответ (после проведения эксперимента),

$$I = K \log P.$$

Например, при игре в орлянку возможны два ответа (монета падает той или другой стороной на пол), то есть $P = 2$. При бросании кости из шести возможных вариантов выпадает 1, то есть $P = 6$.

Если в качестве основания логарифма выбрать 2 и положить $K = 1$, то при бросании монеты мы получаем информацию

$$I = \log_2 2 = 1.$$

Это количество информации, по определению, равно одному биту.

Физический смысл I — это мера нашего незнания. Другими словами, I — это та информация, которую мы можем получить, решив задачу. В рассматриваемом выше примере (тело при абсолютном нуле температуры) мера нашего незнания равна нулю, так как $P = 1$. После проведения опыта мы получаем нулевую информацию $I = 0$, так как все было известно до опыта. Если рассматривать тело при конечных температурах, то до проведения опыта число микросостояний, а следовательно, и P очень велико. После проведения опыта мы получаем большую информацию, поскольку нам становятся известными координаты и импульсы всех частиц.

Аналогия между количеством информации и энтропией S , определяемой из принципа Больцмана, очевидна. Достаточно положить множитель K равным постоянной Больцмана k_B и использовать натуральный логарифм. Именно по этой причине величину I называют информационной энтропией. Информационная энтропия (количество информации) была определена по аналогии с обычной энтропией, и она обладает свойствами, присущими обычной энтропии: аддитивностью, экстремальными свойствами и т.д. Однако отождествлять обычную энтропию с информационной нельзя, поскольку неясно, какое отношение имеет второе начало к информации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Энтропия является фундаментальной физической величиной. С введением энтропии завершился этап формирования основных понятий термодинамики. Следующий этап начался с выяснения физического смысла энтропии. Трактровка энтропии с помощью принципа Больцмана, то есть установление связи между энтропией и вероятностью состояния системы или ее статистическим весом, позволила энтропии выйти за пределы термодинамики и равновесной статистической физики и проникнуть в другие области науки, например в теорию информации.

Научный потенциал энтропии далеко не исчерпан уже существующими приложениями. В перспективе проникновение энтропии в новую область науки — синергетику, которая занимается изучением закономерностей образования и распада пространственно-временных структур в системах различной природы: физических, химических, биологических, экономических, социальных и т.д. Триумфальное шествие энтропии продолжается.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Осипов А.И.* Термодинамика вчера, сегодня и завтра // Соросовский Образовательный Журнал. 1999. № 4. С. 79; № 5. С. 91.
2. Математическая энциклопедия / Гл. ред. И.М. Виноградов. М.: Сов. энциклопедия. 1985. Т. 5.
3. *Сморodinский Я.А.* Температура. М.: Наука, 1981 (Б-ка "Квант"; Вып. 12).
4. *Зоммерфельд А.* Термодинамика и статистическая физика. М.: Изд-во иностр. лит., 1955.
5. *Киржниц Д.А.* Горячие "черные дыры": Новое в понимании природы теплоты // Соросовский Образовательный Журнал. 1997. № 6. С. 84.
6. *Ребане К.К.* Энергия, энтропия, среда обитания. Таллин: Валгус, 1984.
7. *Шамбадаль П.* Развитие и приложения понятия энтропии. М.: Наука, 1967.
8. *Бриллюэн Л.* Наука и теория информации. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1960.

Рецензент статьи Б.А. Струков

* * *

Алексей Иосифович Осипов, доктор физико-математических наук, профессор кафедры молекулярной физики физического факультета МГУ. Автор свыше 200 работ, в том числе десяти монографий.

Александр Викторович Уваров, доктор физико-математических наук, профессор кафедры молекулярной физики физического факультета МГУ. Область научных интересов – физико-химическая кинетика, физическая гидро- и газодинамика. Автор свыше 80 работ, в том числе трех монографий.