

ГЛАВА II

КОНСЕРВАТИВНЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ

§ 1. Введение

При макроскопическом рассмотрении мы встречаемся всегда с не-консервативными системами, т. е. системами, в которых полная энергия не остается постоянной, а рассеивается при движении. Однако во многих случаях этот процесс рассеяния энергии происходит настолько медленно и влияние его на характер движения системы столь незначительно, что на ряд интересующих нас вопросов мы можем ответить, не учитывая этого влияния и считая, что сумма потенциальной и кинетической энергии в системе остается постоянной. В результате такой идеализации мы приходим к представлению о консервативных системах.¹

В других же случаях рассеяние энергии в системе происходит столь быстро, что мы уже не можем пренебречь этим обстоятельством и должны рассматривать систему как неконсервативную, для того чтобы (с заданной степенью точности) ответить на те же самые вопросы, на которые в первом случае мы могли ответить, считая систему консервативной. Как уже неоднократно указывалось, к разделению систем на консервативные и неконсервативные мы приходим в результате идеализации свойств реальных физических систем, а характер допустимой идеализации зависит не только от свойств системы, но и от характера тех вопросов, которые нас интересуют. Так, например, для решения вопроса о движении маятника, испытывающего очень малое трение (маятник подвешен на очень острых призмах и помещен в сосуд, из которого удален воздух), мы можем для не слишком больших промежутков времени (например, сотен периодов) с очень большой точностью рассматривать его как систему консервативную, т. е. считать, что сумма кинетической и потенциальной энергии остается постоянной. Если же нас интересует вопрос о характере движений маятника в течение очень большого промежутка времени, то, рассматривая систему как консервативную, мы уже не сможем получить правильного ответа на данный вопрос. Несмотря на то, что энергия рассеивается очень медленно, за достаточно большой промежуток времени ее рассеется столько, что энергия, оставшаяся

в системе, будет заметно меньше той, которую имела система в начальный момент. Точно так же движение планет, например Земли, мы можем рассматривать как движение консервативное, опять-таки если интересующие нас промежутки времени не слишком велики. При очень больших промежутках времени, охватывающих геологические эпохи, мы для рассмотрения движения Земли должны учитывать так называемое приливное трение, при учете которого мы уже не можем считать систему консервативной.

Допустимость консервативной идеализации, как уже указывалось, зависит как от характера вопроса, так и от свойств системы. На тот же вопрос о движении маятника в течение промежутка времени, равного сотне периодов, мы при консервативной идеализации ничего не сможем ответить, если маятник движется в среде с большим сопротивлением. В этом случае он уже в течение одного размаха расходует значительную долю сообщенной ему вначале энергии, и для промежутка времени, равного 100 периодам, сумму кинетической и потенциальной энергии маятника даже приблизительно нельзя считать постоянной.

Рассмотрение консервативных систем помимо того, что оно может дать непосредственный ответ на ряд вопросов, представляет для нас особый интерес в силу следующих причин. Во-первых, мы здесь получим возможность уже довольно глубоко подойти к выяснению тех понятий (фазовой плоскости, особых точек, периодических движений, устойчивости, зависимости динамической системы от параметра), которые понадобятся для рассмотрения нашей основной задачи — теории автоколебательных систем. Во-вторых, консервативные системы интересны еще и потому, что мы в некоторых случаях сможем изучать автоколебательные системы только постольку, поскольку они близки к консервативным системам.

Заметим, что для физики в целом теория консервативных систем имеет весьма большую самостоятельную ценность¹⁾.

§ 2. Простейшая консервативная система

Рассмотрим простейшую автономную консервативную систему с одной степенью свободы: движение материальной точки по прямой под действием силы, зависящей только от расстояния. Положение материальной точки вполне определяется заданием одного числа — абсциссы x . Механическое *состояние* системы определяется заданием положения

¹⁾ Прежде всего для теории строения материи. Еще со времен Лапласа и в особенности после того, как был открыт закон сохранения энергии, с тех пор как стали рассматривать теплоту как вид кинетической энергии, физики принимали, что в микромире действуют консервативные силы. На этом пути были достигнуты большие успехи кинетической теорией газов, теорией кристаллической решетки и др. Так называемая старая квантовая механика для определения стационарных состояний атома пользовалась консервативной моделью,