

#### § 4. Ламповый генератор со смешенной г-характеристикой

В предыдущих двух параграфах мы рассмотрели примеры ламповых генераторов с *мягким* режимом возбуждения. Рассмотрим теперь *жесткий* режим возбуждения автоколебаний на примере лампового генератора с колебательным контуром в цепи анода и с так называемой смешенной г-характеристикой лампы. Именно, мы будем аппроксимировать характеристику лампы (так же как и в § 4 гл. III) г-характеристикой:

$$i_a = \begin{cases} I_s & \text{при } u_g > 0, \\ 0 & \text{при } u_g < 0, \end{cases}$$

но будем считать, что в состоянии равновесия схемы лампа заперта некоторым отрицательным смещением  $\rightarrow E_g$  (рис. 369).

**1. Уравнение колебаний. Фазовая плоскость.** Уравнение колебаний рассматриваемой схемы лампового генератора (при обычных упрощающих предположениях; см., например, § 4 гл. III), как известно (см. (3.15)), записывается в виде:

$$LC \frac{d^2i}{dt^2} + RC \frac{di}{dt} + i = \begin{cases} I_s & \text{при } u_g > 0, \\ 0 & \text{при } u_g < 0, \end{cases}$$

где

$$u_g = -E_g - M \frac{di}{dt}.$$

Ниже мы будем полагать, что  $M < 0$ , ибо, как можно показать, только в этом случае генератор может совершать автоколебания.

Заменой переменных

$$x = \frac{i}{I_s}, \quad t_{\text{нов}} = \omega_0 t^1,$$

где  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , мы приведем уравнение колебаний генератора к виду

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + x = \begin{cases} 1 & \text{при } \dot{x} > b, \\ 0 & \text{при } \dot{x} < b, \end{cases} \quad (8.26)$$

где  $2h = \omega_0 RC$  — затухание колебательного контура и

$$b = \frac{E_g}{\omega_0 |M| I_s}. \quad (8.26a)$$

<sup>1)</sup> Ниже дифференцирование по новому, безразмерному времени будет обозначаться точкой сверху, а само безразмерное время — просто через  $t$ .

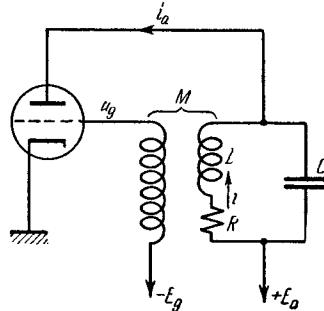


Рис. 369.

Фазовая плоскость  $x, y$  ( $y = \dot{x}$ ) разбивается горизонтальной прямой  $y = b$  на две области линейности: (I), где  $y > b$ , и (II), где  $y < b$  (рис. 370). В каждой из этих областей имеет место свое линейное уравнение. Вдоль прямой  $y = b$  происходит соединение фазовых траекторий в областях (I) и (II) (по закону непрерывности)<sup>1</sup>). Выделим на этой прямой полупрямые  $S: y = b, x = -s$ , где  $s > 2hb - 1$ , и  $S': y = b, x = s' > -2hb$ .

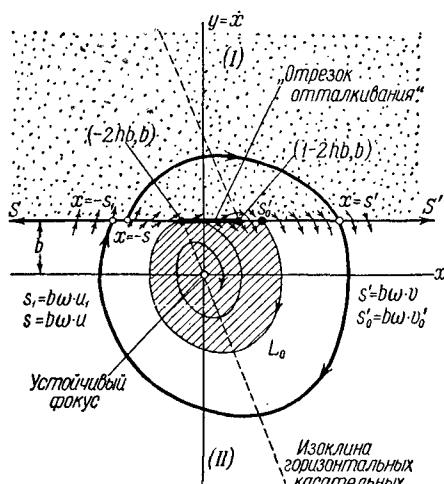


Рис. 370.

видеть, что в последнем случае система не может иметь предельных циклов<sup>3</sup>), и следовательно, все траектории будут стремиться (при  $t \rightarrow +\infty$ ) к устойчивому узлу, т. е. генератор не будет совершать никаких автоколебаний. Поэтому в дальнейшем мы ограничимся рассмотрением лишь случая  $0 < h < 1$ .

<sup>1)</sup> Фазовые траектории должны быть непрерывны всюду и, в частности, на прямой  $y = b$ . Обоснование этого было изложено в § 4 гл. III.

<sup>2)</sup> Для пояснения укажем, что изоклиной горизонтальных касательных  $\left(\frac{dy}{dx} = 0\right)$  является прямая  $y = -2hx$  в области (II) и прямая  $y = 1 - 2hx$  в области (I). Слева от изоклины  $\dot{y} > 0$ , справа  $\dot{y} < 0$ .

Заметим также, что в точках «отрезка отталкивания», равно как и на всей прямой  $y = b$ , движение изображающей точки не определяется уравнением (8.26) и должно быть соответствующим образом доопределено. В точках прямой  $y = b$  вне этого отрезка доопределение тривиально: изображающая точка покидает прямую  $y = b$  по траектории, уходящей в область (I) при  $x < -2hb$  или в область (II) при  $x > 1 - 2hb$ . Доопределение движения изображающей точки в точках «отрезка отталкивания» менее очевидно и будет сделано позже.

<sup>3)</sup> При  $h > 1$  в области (II) имеются две интегральные прямые, идущие из бесконечности и проходящие через узел. Предельный цикл, если бы он существовал, должен пересекаться с этими прямыми, что невозможно.

От первой из них (при  $y = b + 0$ ) фазовые траектории отходят (при возрастающем  $t$ ) в область (I), от второй (при  $y = b - 0$ ) — в область (II). От отрезка ( $y = b, -2hb < x < 1 - 2hb$ ), принадлежащего обеим полупрямым, траектории отходят как в область (I) (при  $y = b + 0$ ), так и в область (II) (при  $y = b - 0$ ). Этот отрезок мы будем называть ниже «отрезком отталкивания»<sup>2</sup>).

Рассматриваемая динамическая система (8.26) имеет единственное (и притом устойчивое) состояние равновесия — начало координат  $(0, 0)$ , которое является фокусом при  $h < 1$  и узлом при  $h > 1$ . Нетрудно

**2. Точечное преобразование.** Предельные циклы, если они существуют, должны охватывать начало координат (единственное состояние равновесия) и, с другой стороны, не могут лежать целиком в области (I) (или в области (II)). Следовательно, они обязательно будут пересекать прямую  $y = b$  и, в частности, выделенную нами полупрямую  $S$ . Поэтому для отыскания предельных циклов уравнения (8.26) нам достаточно рассмотреть точечное преобразование полупрямой  $S$  самой в себя, осуществляемое траекториями этого уравнения (с функцией последования  $s_1 = f(s)$  (см. рис. 370). Обозначим это преобразование через  $\Pi$ . Назовем также преобразованием  $\Pi_1$  переход изображающей точки из точки  $(-s, b)$  полупрямой  $S$  по соответствующей траектории в области (I) в точку  $(s', b)$  полупрямой  $S'$  и преобразованием  $\Pi_2$  — переход из точки  $(s', b)$  по траектории в области (II) обратно на полупрямую  $S$  (в точку  $(-s_1, b)$ ; рис. 370). Тогда, очевидно, «полное» преобразование

$$\Pi = \Pi_1 \cdot \Pi_2.$$

Нетрудно получить параметрические выражения для функций соответствия преобразований  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ . Рассмотрим с этой целью траекторию, выходящую при  $t = 0$  в область (I) из некоторой точки  $(-s, b)$  полупрямой  $S$ . Ее уравнением согласно (8.26) будет

$$x = 1 + e^{-ht} \left[ -(1+s) \cos \omega t + \frac{b-h(1+s)}{\omega} \sin \omega t \right],$$

$$y = e^{-ht} \left[ b \cos \omega t + \frac{1+s-hb}{\omega} \sin \omega t \right],$$

где

$$\omega = \sqrt{1 - h^2}.$$

Изображающая точка, двигаясь по этой траектории, обязательно (через некоторый интервал времени  $t_1$ ) придет на полупрямую ( $S'$ ) в точку  $(s', b)$ <sup>1)</sup>. Для последней, очевидно, имеем:

$$s' = 1 + e^{-ht_1} \left[ -(1+s) \cos \omega t_1 + \frac{b-h(1+s)}{\omega} \sin \omega t_1 \right],$$

$$b = e^{-ht_1} \left[ b \cos \omega t_1 + \frac{1+s-hb}{\omega} \sin \omega t_1 \right].$$

Разрешая эти соотношения относительно  $s$  и  $s'$ , получим функцию соответствия для преобразования  $\Pi_1$ :

$$s = b \omega \frac{e^{\gamma \tau_1} - \cos \tau_1 + \gamma \sin \tau_1}{\sin \tau_1} - 1,$$

$$s' = b \omega \frac{e^{-\gamma \tau_1} - \cos \tau_1 - \gamma \sin \tau_1}{\sin \tau_1} + 1,$$

<sup>1)</sup> Очевидно,  $s' > 1 - 2hb$ , так как фазовые траектории в области (I) отходят от прямой  $y = b$  при  $x < 1 - 2hb$ .

где

$$\gamma = \frac{h}{\omega} = \frac{h}{\sqrt{1-h^2}}$$

и  $\tau_1 = \omega t_1$  — приведенное время пробега изображающей точки в области (I). Если ввести

$$u = \frac{s}{b\omega} \quad \text{и} \quad v = \frac{s'}{b\omega},$$

то функция соответствия для преобразования  $\Pi_1$ , запишется в еще более простой форме:

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{e^{i\tau_1} - \cos \tau_1 + \gamma \sin \tau_1}{\sin \tau_1} - a, \\ v &= \frac{e^{-i\tau_1} - \cos \tau_1 - \gamma \sin \tau_1}{\sin \tau_1} + a, \end{aligned} \right\} \quad (8.27)$$

где

$$a = \frac{1}{b\omega} = \frac{\omega_0 |M| I_s}{E_g \sqrt{1-h^2}}.$$

Аналогичным путем найдем функцию соответствия для преобразования  $\Pi_2$  точек  $(b\omega v, b)$  полуправой  $(s')$  в точки  $(-b\omega u_1, b)$  полуправой  $(s)$ :

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= -\frac{e^{-i\tau_2} - \cos \tau_2 - \gamma \sin \tau_2}{\sin \tau_2}, \\ v &= -\frac{e^{i\tau_2} - \cos \tau_2 + \gamma \sin \tau_2}{\sin \tau_2}, \end{aligned} \right\} \quad (8.28)$$

где  $\tau_2 = \omega t_2$  — приведенное время пробега изображающей точки по траектории в области (II).

Исследование функции соответствия (8.27) полностью аналогично исследованию функции (8.8) (см. § 2). Нетрудно видеть, что параметр преобразования  $\Pi_1$  меняется в интервале  $0 < \tau_1 < \pi$ , причем при изменении  $\tau_1$  от 0 до  $\pi$  и монотонно возрастает от  $u_0 = 2\gamma - a$  до  $+\infty$ , а  $v$  — от  $v_0 = a - 2\gamma$  также до  $+\infty$  (начальные точки кривых (8.27) при различных значениях параметра  $a$  лежат, очевидно, на прямой  $u + v = 0$ ). Далее,

$$\frac{du}{dv} = \frac{1 - e^{i\tau_1} (\cos \tau_1 - \gamma \sin \tau_1)}{1 - e^{-i\tau_1} (\cos \tau_1 + \gamma \sin \tau_1)} > 0$$

и

$$\frac{d^2u}{dv^2} = \frac{2(1+\gamma^2) \sin^3 \tau_1 (\sin \tau_1 - \gamma \cos \tau_1)}{[1 - e^{-i\tau_1} (\cos \tau_1 + \gamma \sin \tau_1)]^3} > 0$$

при  $0 < \tau_1 < \pi$ , т. е. при изменении  $\tau_1$  от 0 до  $\pi$   $\frac{du}{dv}$  монотонно возрастает от  $\left(\frac{du}{dv}\right)_{\tau_1=0} = 1$  до  $\left(\frac{du}{dv}\right)_{\tau_1=\pi} = e^{\gamma\pi} > 1$ . Наконец, кривая (8.27) имеет асимптоту (при  $\tau_1 \rightarrow \pi$ )  $u = e^{\gamma\pi}v - a(1 + e^{\gamma\pi})$ . На рис. 371 изображено семейство кривых (8.27) для некоторого фиксированного значения  $\gamma$  и при различных значениях параметра  $a \geq 0$  (кривая (8.27) для  $a > 0$  получается из кривой для  $a = 0$  смещением ее вправо и вниз на  $a$ ):

Переходя к исследованию функции соответствия (8.28), следует сразу же отметить, что изображающая точка, двигаясь по траектории (по спирали) в области (II), что соответствует преобразованию  $\Pi_2$  полуправой  $S'$  в полуправую  $S$ , совершает более половины, но менее целого оборота вокруг устойчивого фокуса  $(0, 0)$  (радиус-вектор  $r$  изображающей точки поворачивается на угол, больший  $\pi$ , но меньший  $2\pi$ , причем этот угол тем меньше, чем больше размеры соответствующей траектории, чем больше  $s'$  и  $s_1$ ). Поэтому (см. § 4 гл. I) параметр  $\tau_2$  преобразования  $\Pi_2$  заведомо будет заключен в интервале  $\pi < \tau_2 < 2\pi$ , причем убывающим значениям  $\tau_2$  соответствуют монотонно возрастающие значения  $v$  и  $u_1$  (при  $\tau_2 \rightarrow \pi + 0$   $v, u_1 \rightarrow +\infty$ ). Однако не все точки полуправой  $S'$  преобразуются траекториями в области (II) в точки полуправой  $S$ . Если мы проведем в области (II) фазовую траекторию  $L_0$ , проходящую через точку  $(-2hb, b)$ , то она выделит такую область (на рис. 370 эта область заштрихована), что траектории, попавшие в нее, уже не могут прийти на прямую  $y = b$ , а будут накручиваться на устойчивый фокус. Обозначим через  $s'_0$  абсциссу точки пересечения траектории  $L_0$  с полуправой  $S'$  (рис. 370); тогда, очевидно, точки полуправой  $S'$ , для которых  $-2hb < x < s'_0$ , уже не преобразуются траекториями в области (II) в точки полуправой  $S$ . Приведенное время пробега  $\tau_2^0$  для точки

$s' = s'_0$  (или  $v = v^0 = \frac{s'_0}{b\omega}$ ) определяется уравнением

$$-s_1(\tau_2^0) = -2hb \quad \text{или} \quad u_1(\tau_2^0) = 2\gamma,$$

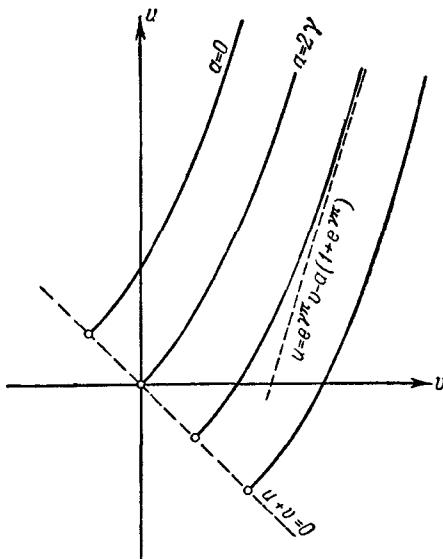


Рис. 371.

или же, наконец,

$$1 - e^{i\tau_2^0} (\cos \tau_2^0 - \gamma \sin \tau_2^0) = 0.$$

Ясно, что  $\pi < \tau_2^0 < 2\pi$  (графическое решение этого уравнения приведено на рис. 372).

Таким образом, изменяя параметр преобразования  $\tau_2$  от  $\tau_2^0$  до  $\pi$ , мы переберем все множество точек полупрямой  $S'$ , связанных пре-

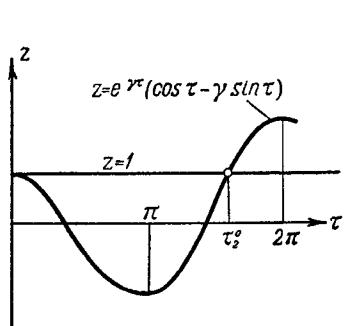


Рис. 372.

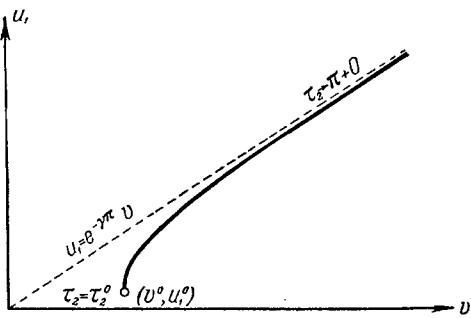


Рис. 373.

образованием  $\Pi_2$  с точками полупрямой  $S$ . При этом при уменьшении  $\tau_2$  от  $\tau_2^0$  до  $\pi$   $u_1$  монотонно возрастает от  $u_1^0 = 2\gamma$  до  $+\infty$ ,  $v$  — от  $v^0 = v(\tau_2^0) = -2 \frac{\sin \tau_2^0}{\sin \tau_2^0} > 0$  также до  $+\infty$ ,

$$\frac{du_1}{dv} = \frac{1 - e^{-\gamma\tau_2}(\cos \tau_2 + \gamma \sin \tau_2)}{1 - e^{i\tau_2}(\cos \tau_2 - \gamma \sin \tau_2)} > 0$$

и монотонно убывает от  $+\infty$  (при  $\tau_2 = \tau_2^0$ ) до  $e^{-\gamma\pi}$  (при  $\tau \rightarrow \pi$ ), поскольку при  $\pi < \tau_2 < \tau_2^0$

$$\frac{d^2u_1}{dv^2} = \frac{2(1 + \gamma^2) \sin^3 \tau_2 (\sin \gamma\tau_2 - \gamma \sin \tau_2)}{|1 - e^{i\tau_2}(\cos \tau_2 - \gamma \sin \tau_2)|^3} < 0.$$

При  $\tau_2 \rightarrow \pi$  кривая (8.28) имеет асимптоту  $u_1 = e^{-\gamma\pi}v$ . График функции соответствия (8.28) преобразования  $\Pi_2$  приведен на рис. 373.

**3. Неподвижные точки и предельные циклы.** Для отыскания неподвижных точек преобразования  $\Pi = \Pi_1 \cdot \Pi_2$  (а следовательно, и предельных циклов), а также для исследования их устойчивости построим на одной плоскости графики функций соответствия (8.27) и (8.28) (по одной оси будем откладывать  $v$  и по другой —  $u$  и  $u_1$ ) и рассмотрим полученные диаграммы Ламерей (рис. 374) при некотором фиксированном  $\gamma$  и различных значениях параметра  $a \geqslant 0$ .

При  $a \leq 2\gamma$  кривая (8.27) расположена над биссектрисой  $u = v$ , в то время как кривая (8.28) всегда лежит ниже своей асимптоты  $u_1 = e^{-\gamma\tau}v$ , следовательно, под биссектрисой  $u_1 = v$ .

Точки пересечения кривых (8.27) и (8.28) (обозначим их координаты через  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  и значения  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  для них через  $\bar{\tau}_1$ ,  $\bar{\tau}_2$ ), очевидно, определяют неподвижные точки преобразования  $\Pi$  и, тем самым, предельные циклы рассматриваемой нами динамической системы на ее фазовой плоскости<sup>2)</sup>. Аналитически неподвижные точки определяются следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{e^{\gamma\tau_1} - \cos \tau_1}{\sin \tau_1} - a &= \frac{\cos \tau_2 - e^{-\gamma\tau_2}}{\sin \tau_2}, \\ \frac{e^{-\gamma\tau_1} - \cos \tau_1}{\sin \tau_1} + a &= \frac{\cos \tau_2 - e^{\gamma\tau_2}}{\sin \tau_2} \end{aligned} \right\} \quad (8.29)$$

$$(0 < \bar{\tau}_1 < \pi, \pi < \bar{\tau}_2 < \tau_2^0 < 2\pi),$$

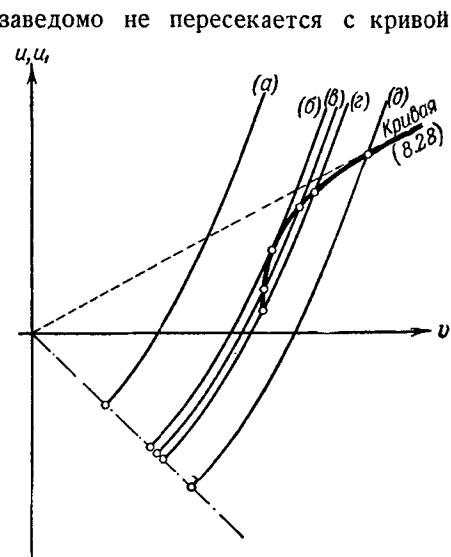


Рис. 374.

которая получается из параметрических выражений функций соответствия (8.27) и (8.28), если приравнять в них  $v$  ( $v = \bar{v}$ ) и положить  $u_1 = u$ .

<sup>1)</sup> При  $a \leq 2\gamma$  кривая (8.27) расположена над биссектрисой  $u = v$ , в то время как кривая (8.28) всегда лежит ниже своей асимптоты  $u_1 = e^{-\gamma\tau}v$ , следовательно, под биссектрисой  $u_1 = v$ .

<sup>2)</sup> Нетрудно видеть, что кривые (8.27) и (8.28) не могут иметь более двух точек пересечения. В самом деле, если бы число точек пересечения этих кривых было более двух, то для второй и третьей точек пересечения (считая в направлении возрастания  $\bar{v}$ ) имели бы место неравенства:

$$\left( \frac{du_1}{dv} \right)_{v=\bar{v}_2} < \left( \frac{du}{dv} \right)_{v=\bar{v}_2} \quad \text{и} \quad \left( \frac{du_1}{dv} \right)_{v=\bar{v}_3} > \left( \frac{du}{dv} \right)_{v=\bar{v}_3},$$

что невозможно, поскольку при увеличении  $v$   $\frac{du_1}{dv}$  убывает, а  $\frac{du}{dv}$  возрастает.

Если имеются две неподвижные точки (см. случай (в) на рис. 374), то для первой из них (с меньшими  $\bar{u} = \bar{u}^{(1)}$ ,  $\bar{v} = \bar{v}_1$ ,  $\bar{\tau}_1$  и большим  $\bar{\tau}_2$ )

$$\left(\frac{du_1}{dv}\right)_{v=\bar{v}_1} = \left(\frac{du_1}{dv}\right)_{v=\bar{v}_1} : \left(\frac{du}{dv}\right)_{v=\bar{v}_1} > 1$$

и для второй ( $\bar{u} = \bar{u}^{(2)} > \bar{u}^{(1)}$ ,  $\bar{v} = \bar{v}_2 > \bar{v}_1$ )

$$0 < \left(\frac{du_1}{dv}\right)_{v=\bar{v}_2} = \left(\frac{du_1}{dv}\right)_{v=\bar{v}_2} : \left(\frac{du}{dv}\right)_{v=\bar{v}_2} < 1,$$

т. е. первая из них является неустойчивой, а вторая — устойчивой. Если же имеется только одна неподвижная точка преобразования II (случай (д) на рис. 374), то она всегда устойчива, так как для нее выполнено условие устойчивости:

$$0 < \left(\frac{du_1}{dv}\right)_{v=\bar{v}} < 1.$$

Различные возможные типы разбиения на траектории фазовой плоскости лампового генератора со смещенной  $\Gamma$ -характеристикой, соответствующие случаям (а), (б), (в), (г) и (д) диаграммы Ламерей (рис. 374), изображены на рис. 375—379. На рис. 380 изображена

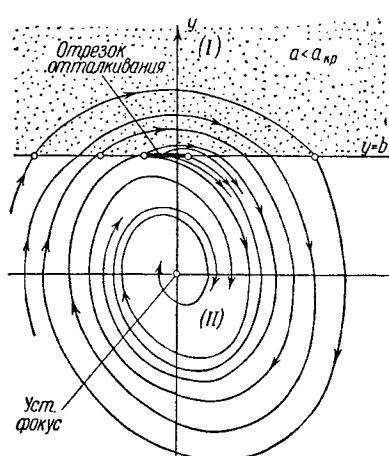


Рис. 375.

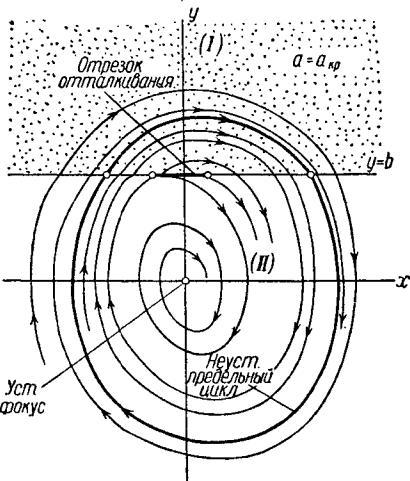


Рис. 376.

плоскость параметров генератора  $\gamma$  и  $a$ , разбитая на области существования указанных выше режимов генератора. Если в генераторе имеет место небольшая обратная связь — такая, что точка  $(\gamma, a)$  лежит в незаштрихованной области плоскости параметров (рис. 380), соответствующей случаю (а) диаграммы Ламерей, то фазовые траектории идут к устойчивому состоянию равновесия  $(0,0)$ , которое, следовательно,

устанавливается при любых начальных условиях (рис. 375). При некоторой критической связи (при  $a = a_{kp} = f(\gamma)$ ) на фазовой плоскости

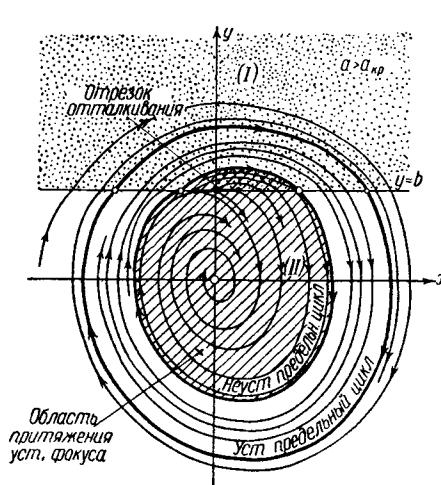


Рис. 377.

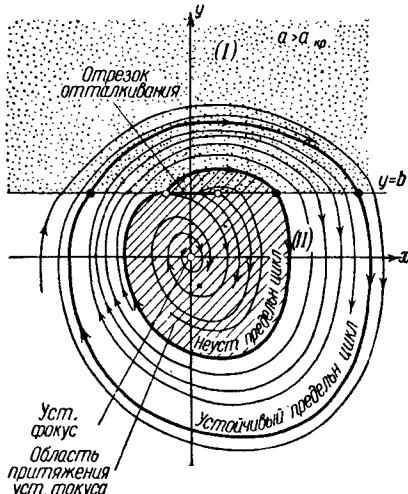


Рис. 378.

появляется полуустойчивый предельный цикл (рис. 376), который соответствует точке касания кривых на диаграмме Ламерая в случае (б) рис. 374. Этот предельный цикл при сколь угодно малом увеличении обратной связи (при сколь угодно малом увеличении параметра  $a$ ) распадается на два предельных цикла, один из которых устойчив, а другой неустойчив (рис. 377). При дальнейшем увеличении параметра  $a$  размеры неустойчивого предельного цикла уменьшаются, и при некотором втором бифуркационном значении этого параметра ( $a = a_{kp}^{(2)} = f_1(\gamma)$ ), соответствующем кривой (г) на рис. 380 и случаю (г) диаграммы Ламерая, неустойчивый предельный цикл попадает на отрезок отталкивания (рис. 378). Наконец, на рис. 379 приведено разбиение фазовой плоскости на траектории для  $a > f_1(\gamma)$ , когда точка  $(\gamma, a)$  лежит

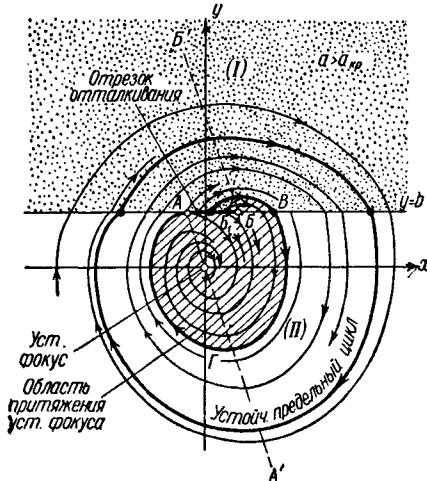


Рис. 379.

в области (д) рис. 380 и точечное преобразование имеет единственную неподвижную точку (случай (д) диаграммы Ламерея).

Таким образом, при  $a < a_{kp} = f(\gamma)$  генератор не может совершать никаких автоколебаний, а при  $a > a_{kp} = f(\gamma)$ , соответствующих заштрихованной области на

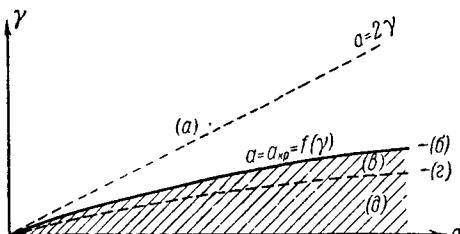


Рис. 380.

рис. 380, в генераторе имеет место **жесткий режим возбуждения** автоколебаний: в генераторе устанавливается периодический (автоколебательный) режим только при тех начальных условиях, которые соответствуют изображающим точкам вне неустойчивого предельного цикла (рис. 377) или вне области, заштрихованной на рис. 379<sup>1)</sup>.

Период устойчивых автоколебаний, очевидно, равен

$$\tau = \frac{1}{\omega} (\bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2),$$

где  $\bar{\tau}_1$  и  $\bar{\tau}_2$  определяются решением системы (8.29)<sup>2)</sup>.

Пограничная кривая  $a_{kp} = f(\gamma)$  на плоскости параметров генератора, отделяющая область невозбуждаемого генератора (область (а)) от области жесткого режима возбуждения (остальная часть первого квадранта), очевидно, определяется уравнениями (8.29) и условием, что при  $a = a_{kp}$  кривые (8.27) и (8.28) касаются друг друга, т. е.

$$\left( \frac{du_1}{dv} \right)_{v=\bar{v}} = \left( \frac{du}{dv} \right)_{v=\bar{v}}$$

или

$$\frac{1 - e^{i\bar{\tau}_1} (\cos \bar{\tau}_1 - \gamma \sin \bar{\tau}_1)}{1 - e^{-i\bar{\tau}_1} (\cos \bar{\tau}_1 + \gamma \sin \bar{\tau}_1)} = \frac{1 - e^{-i\bar{\tau}_2} (\cos \bar{\tau}_2 + \gamma \sin \bar{\tau}_2)}{1 - e^{i\bar{\tau}_2} (\cos \bar{\tau}_2 - \gamma \sin \bar{\tau}_2)}.$$

<sup>1)</sup> Замкнутую кривую  $A_1B_1GA$  на рис. 379, являющуюся границей области притяжения устойчивого фокуса  $(0, 0)$ , также можно считать неустойчивым предельным циклом, если сделать следующее доопределение закона движения изображающей точки на «отрезке отталкивания»  $AB$ : изображающая точка движется вдоль этого отрезка вправо во всех точках, кроме  $B_1$ , где она переходит на траекторию  $B_1BGA$ . В пользу такого доопределения говорит следующее обстоятельство: на фазовой плоскости генератора с характеристикой лампы, аппроксимируемой гладкой непрерывной кривой, сколь угодно близкой к  $\Gamma$ -характеристике, изоклиной горизонтальных касательных будет непрерывная кривая, близкая к ломаной  $A'ABB'$ , а неустойчивый предельный цикл будет близок к замкнутой кривой  $A_1B_1GA$ .

<sup>2)</sup> Если система имеет два решения для  $\bar{\tau}_1$  и  $\bar{\tau}_2$ , удовлетворяющих неравенствам  $0 < \bar{\tau}_1 < \pi$ ,  $\pi < \bar{\tau}_2 < \bar{\tau}_2^0 < 2\pi$  (случай (8) рис. 374), то, очевидно, для подсчета периода периодических колебаний генератора нужно брать большее из двух значений  $\bar{\tau}_1$  (и соответственно меньшее для  $\bar{\tau}_2$ ).

Можно показать, что эта пограничная кривая (кривая (б) на рис. 380) проходит через начало координат плоскости параметров  $a, \gamma$  и что  $a_{kp}$  монотонно возрастает при увеличении  $\gamma$ .

**4.** Случай малых  $a$  и  $\gamma$ . Найдем приближенные выражения для периода и амплитуды автоколебаний в случае достаточно малых  $a$  и  $\gamma$  ( $a, \gamma \ll 1$ ). Запишем уравнения (8.29) в виде:

$$\frac{\operatorname{ch} \gamma \tau_1 - \cos \tau_1}{\sin \tau_1} = - \frac{\operatorname{ch} \gamma \tau_2 - \cos \tau_2}{\sin \tau_2}, \quad \frac{\operatorname{sh} \gamma \tau_1}{\sin \tau_1} - a = \frac{\operatorname{sh} \gamma \tau_2}{\sin \tau_2}.$$

Тогда для случая  $\gamma, a \ll 1$  имеем:

$$\frac{1 - \cos \tau_1}{\sin \tau_1} = - \frac{1 - \cos \tau_2}{\sin \tau_2}, \quad \frac{\gamma \tau_1}{\sin \tau_1} - a = \frac{\gamma \tau_2}{\sin \tau_2},$$

откуда  $\bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2 = 2\pi$  (следовательно, период автоколебаний равен приближенно  $2\pi$ ), а  $\bar{\tau}_1$  определяется уравнением

$$\sin \bar{\tau}_1 = \frac{2\pi\gamma}{a},$$

которое имеет действительные решения (и притом два:  $0 < (\bar{\tau}_1)_1 < \frac{\pi}{2}$  и  $\frac{\pi}{2} < (\bar{\tau}_1)_2 < \pi$ ) только при  $\frac{2\pi\gamma}{a} < 1$ ; отсюда

$$a_{kp} = 2\pi\gamma.$$

Радиусы предельных циклов (они близки к окружностям), как несложно подсчитать, равны:

$$R = \frac{b}{\cos \frac{\bar{\tau}_1}{2}} = \frac{\sqrt{2} b}{\sqrt{1 + \cos \bar{\tau}_1}} = \frac{\sqrt{2} b}{\sqrt{1 \mp \sqrt{1 - \left(\frac{2\pi\gamma}{a}\right)^2}}},$$

причем устойчивому предельному циклу соответствует большее из двух решений для  $\bar{\tau}_1$  ( $\frac{\pi}{2} < \bar{\tau}_1 < \pi$ ) и знак минус в выражении для радиуса предельного цикла.

## § 5. Ламповый генератор с двухзвенной $RC$ -цепочкой

Две схемы генератора с двухзвенной  $RC$ -цепочкой (с двойным триодом с катодным сопротивлением и с пентодом в транзитронном режиме) изображены на рис. 381<sup>1</sup>). Исследование автоколебаний в них методом изоклинов было проведено в § 12 гл. V. Эти же схемы, если считать емкости  $C_a$  и  $C_g$  малыми, паразитными емкостями, являются схемами мультивибратора с одной  $RC$ -цепью (см. § 7 гл. IV).

<sup>1)</sup> Одна из емкостей  $C_a$  или  $C_g$  может отсутствовать.