

и, наконец,

$$\begin{aligned} \bar{t}_2 &= \frac{1}{\lambda_2} (\lambda_2 \bar{t}_2) = (1 - \mu) \lambda_2 \bar{t}_2 + O(\mu^2) \quad \text{или} \\ \bar{t}_2 &= \ln(2K-1) + \frac{\mu \ln \frac{1}{\mu}}{(K-1)(2K-1)} + \\ &+ \mu \left[\frac{2K(2K-3)}{(K-1)(2K-1)} + \frac{\ln \frac{2(K-1)^2}{K}}{(K-1)(2K-1)} - \ln(2K-1) \right] + O\left(\mu^2 \ln^2 \frac{1}{\mu}\right). \end{aligned} \quad (8.49)$$

Суммируя с (8.48), мы получим следующее асимптотическое выражение для периода автоколебаний мультивибратора (для периода периодического решения системы (8.39) при малых μ):

$$\begin{aligned} \tau &= 2(\bar{t}_1 + \bar{t}_2) = 2 \ln(2K-1) + \frac{4K}{(K-1)(2K-1)} \mu \ln \frac{1}{\mu} + \\ &+ \left[\frac{4K(2K-3)}{(K-1)(2K-1)} + \frac{4K \ln \frac{2(K-1)^2}{K}}{(K-1)(2K-1)} - 2 \ln(2K-1) \right] \mu + O\left(\mu^2 \ln \frac{1}{\mu}\right). \end{aligned} \quad (8.50)$$

Старший член в этом асимптотическом разложении, как и следовало ожидать, совпадает с предельным (при $\mu \rightarrow +0$) выражением (8.43) для периода мультивибратора.

§ 6. Двухпозиционный авторулевый

В этом параграфе мы рассмотрим динамику судна, снабженного простейшей, так называемой двухпозиционной системой стабилизации курса — двухпозиционным авторулевым.

1. Постановка задачи. Пусть φ — отклонение судна от заданного курса (рис. 392). Составим упрощенное уравнение вращения судна вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр тяжести, пренебрегая боковым сносом судна при разворотах и учитывая как момент сил $M = M(\varphi)$, создаваемый рулём, так и момент сил сопротивления — $H \frac{d\varphi}{dt}$ (H — коэффициент вязкого трения). Если I — момент инерции судна относительно его вертикальной главной оси, то уравнение вращения судна имеет вид:

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} + H \frac{d\varphi}{dt} = M. \quad (8.51)$$

Само по себе судно не обладает устойчивостью на курсе. В самом деле, при $M = 0$ (руль находится в диаметральной плоскости, т. е. в плос-

кости симметрии судна, $\psi = 0$) судно будет приходить к некоторому постоянному курсу $\varphi = \text{const}$, но последний будет зависеть от начальных условий и может быть любым. Для иллюстрации сказанного на рис. 393 приведена фазовая поверхность (развертка фазового цилиндра) судна с рулем в диаметральной плоскости: фазовые траектории составляют семейство прямых, по которым изображающая точка приближается (при $t \rightarrow +0$) к состояниям равновесия, заполняющим всю ось φ .

Устойчивость на заданном курсе может быть придана судну только рулевым, только соответствующими перемещениями руля.

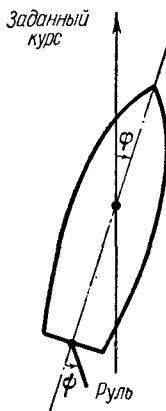


Рис. 392.

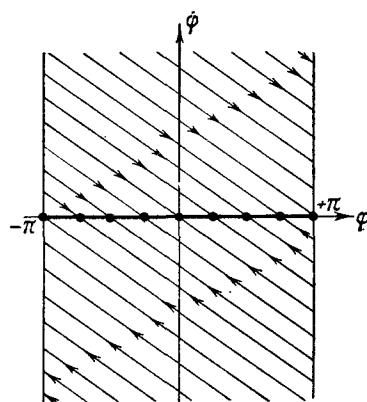


Рис. 393.

На языке разбиения фазовой поверхности на траектории задачей рулевого (безразлично, человека или системы автоматической стабилизации курса — авторулевого) является создание вместо континуума равновесных состояний одного устойчивого *состояния равновесия*, соответствующего заданному курсу ($\varphi = 0$).

Одной из простейших систем автоматической стабилизации курса является так называемый *двуихпозиционный авторулевои*, при котором руль может занимать, как правило, *два положения* $\varphi = \pm\varphi_0$, создавая в каждом из них моменты сил M , равные по величине ($= M_0$), но противоположно направленные. При этом, не входя в рассмотрение динамики собственно авторулевого, мы будем считать положение руля зависящим по определенному закону от состояния судна ($M = \pm M_0$ и является функцией φ и $\frac{d\varphi}{dt}$). Простейшее двуихпозиционное регулирование курса мы будем иметь тогда, когда перекладка руля с одного борта на другой совершается авторулевым при прохождении судном заданного курса (положения $\varphi = 0$). При этом мы примем, что перекладка руля совершается мгновенно. Как мы увидим дальше, такое автоматическое устройство при выполнении

некоторых требований действительно стабилизирует курс судна¹). Однако естественно думать, хотя бы исходя из опыта управления рулем обычной лодки, что стабилизирующее действие устройства было бы более эффективным, если бы перекладка руля совершилась не при прохождении судна через заданный курс, а несколько раньше, когда отклонение от курса уменьшается, но еще не прошло через нуль. Такое «предварение» перестановки руля обычно осуществляется на практике двумя способами: либо при помощи так называемой *коррекции по скорости*, либо путем введения так называемой *жесткой обратной связи*²⁾.

В случае коррекции по скорости применительно к рассматриваемому простейшему двухпозиционному авторулевому перестановка руля происходит не при прохождении судном заданного курса (при $\varphi = 0$), а при обращении в нуль некоторой линейной комбинации отклонения от курса и скорости изменения этого отклонения:

$$\sigma = \varphi + b \frac{d\varphi}{dt}$$

(нетрудно видеть, что при $b > 0$ перестановка руля будет совершаться с *опережением*, т. е. до прохождения судном заданного курса).

Схема такого двухпозиционного авторулевого с коррекцией по скорости (с электрической рулевой машинкой) изображена на рис. 394; там же приведена блок-схема системы: «судно + авторулевой», отображающая основные элементы системы и связи между ними. Этот авторулевой имеет два датчика: датчиком отклонения от курса φ является гирокомпас, датчиком скорости отклонения курса $\frac{d\varphi}{dt}$ — так называемый «демпфирующий гироскоп»³⁾. Эти два датчика передвигают контактирующий «усик» и контактные пластины электrozолотника так, что в соответствии со знаком величины $\sigma = \varphi + b \frac{d\varphi}{dt}$ электrozолотник через вспомогательные реле включает в нужную сторону рулевую машинку. Последняя быстро (мы будем считать, что мгновенно) перекладывает руль в одно из крайних положений,

¹⁾ Очевидно, например, что для правильной работы авторулевого необходимо, чтобы при отклонении судна вправо от заданного курса (при $\varphi > 0$) руль перекладывался на левый борт судна ($\psi = -\dot{\psi}_0$ и $M = -M_0$) и, наоборот, при $\varphi < 0$ $\psi = +\dot{\psi}_0$ и $M = +M_0$.

²⁾ Авторулевой с жесткой обратной связью будет кратко рассмотрен в п. 4 настоящего параграфа.

³⁾ Демпфирующий гироскоп представляет собой двухступенчатый гироскоп (вокруг вертикальной оси он может вращаться только вместе с судном). К горизонтальной оси которого приложены моменты сил пружины и сил вязкого трения специального демпфера. Поворот горизонтальной оси гироскопа (после затухания его собственных колебаний), оказывается, пропорционален скорости изменения курса судна. Название обусловлено тем, что такой гироскоп, включенный в схему авторулевого, демпфирует колебания курса судна

определеняемых концевыми выключателями (как только руль приходит в крайнее положение $\psi = +\psi_0$ или $\psi = -\psi_0$, соответствующий концевой выключатель размыкает цепь реле, рулевая машинка выключается, прекращая дальнейшую перекладку руля). Очевидно, рулевая

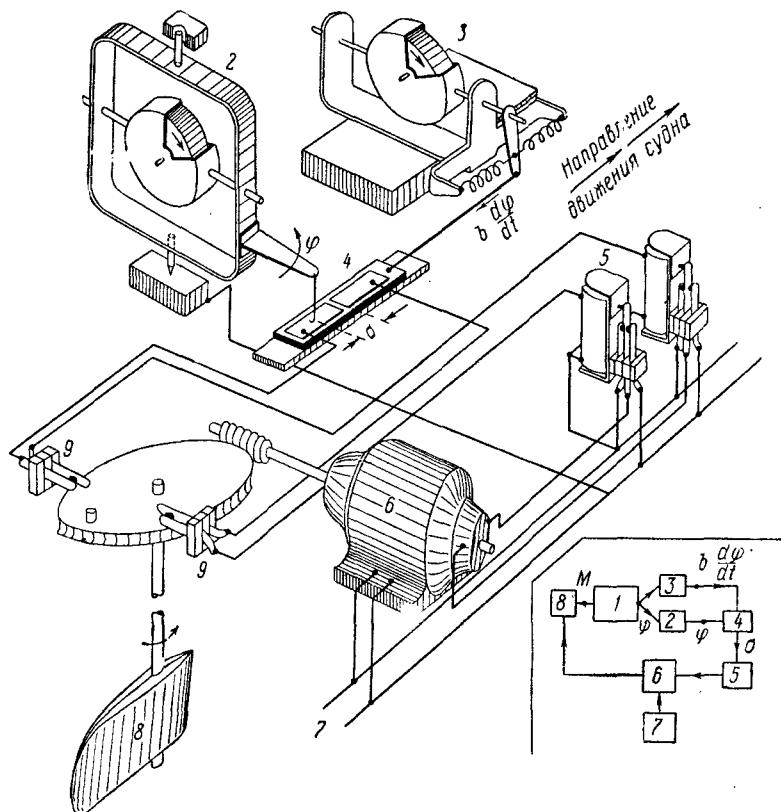


Рис. 394. Схема и блок-схема двухпозиционного авторулевого с коррекцией по скорости.

1 — судно; 2 — курсовой гирокомпас (гироскоп); 3 — демпфирующий гирокомпас (датчик скорости); 4 — электрозолотник; 5 — реле; 6 — рулевая машинка; 7 — бортовая электрическая сеть; 8 — руль; 9 — концевые выключатели.

машинка должна быть включена так, чтобы перекладывать руль на левый борт ($\psi = -\psi_0$ и $M = -M_0$) при $\sigma > 0$ и на правый борт ($\psi = +\psi_0$ и $M = +M_0$) при $\sigma < 0$. Таким образом, при $\sigma \neq 0$ руль занимает одно из двух крайних положений (отсюда и название «двуухпозиционный авторулевой»). Если же $\sigma = 0$ (электrozолотник находится в нейтральном положении), то рулевая машинка выключена,

и руль может занимать любое положение между крайними: $-\psi_0 \leq \psi \leq +\psi_0$, а $-M_0 \leq M \leq +M_0$ (рис. 395).

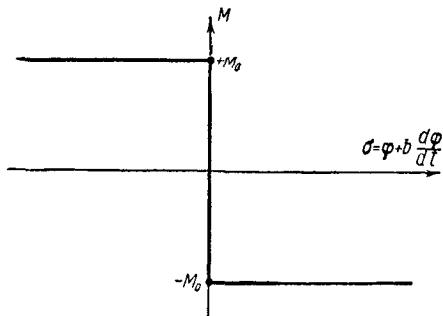


Рис. 395.

Пренебрегая зазором между контактами электрозолотника и считая перекладку руля мгновенной, мы сможем приближенно записать уравнение двухпозиционного авторулевого с коррекцией по скорости в виде:

$$M = M_0 Z \left(\varphi + b \frac{d\varphi}{dt} \right), \quad (8.52)$$

где

$$Z(\sigma) = \begin{cases} -1 & \text{при } \sigma > 0 \\ +1 & \text{при } \sigma < 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad |Z(0)| \leq 1^1).$$

2. Фазовая плоскость. «Скользящий режим». После этих предварительных замечаний перейдем к рассмотрению динамики судна, снабженного двухпозиционным авторулевым со скоростной коррекцией. Прежде всего упростим уравнения (8.51) и (8.52) системы «судно + авторулевой», введя безразмерные переменные x , $t_{\text{нов}}$, z , определяемые соотношениями:

$$\varphi = Ax, \quad t_{\text{ст}} = Tt_{\text{нов}}, \quad M = M_0 z,$$

где

$$A = \frac{M_0 I}{H^3} \quad \text{и} \quad T = \frac{I}{H}.$$

Эти уравнения в новых переменных получат вид:

$$\ddot{x} + x = z \quad \text{и} \quad z = Z(x + \beta \dot{x}), \quad (8.53)$$

где

$$\beta = \frac{b}{T} = b \frac{H}{I}$$

¹⁾ Мы не применяем для обозначения этой функции символ $\text{sgn } \sigma$, поскольку функция $\text{sgn } \sigma$ обычно определяется так, что $\text{sgn}(0) = 0$.

Изоклиной $\dot{\xi} = 0$ (геометрическим местом, где траектории параллельны «прямой переключений»), очевидно, является горизонтальная прямая

$$y = \frac{\beta}{1-\beta}.$$

Пусть $0 < \beta < 1$. В этом случае выше этой изоклины $\dot{\xi} > 0$, фазовые траектории удаляются от прямой (8.54), а ниже ее — приближаются к этой прямой. Симметричная картина имеет место в области (II). Таким образом, на «прямой переключений» (8.54) имеется отрезок

$$|y| \leq \left| \frac{\beta}{1-\beta} \right|, \quad (8.56)$$

к которому фазовые траектории *подходят с обеих сторон*. Вне этого отрезка фазовые траектории подходят к прямой (8.54) с одной

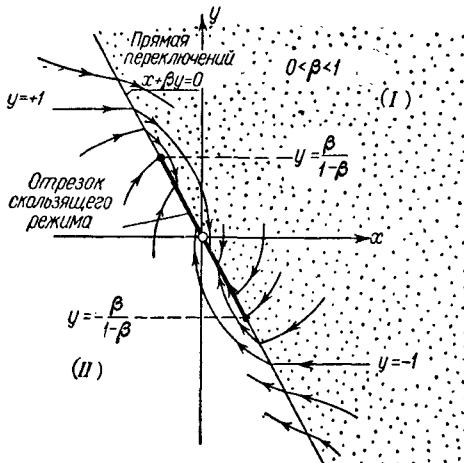


Рис. 396.

стороны и отходят с другой (рис. 396). Та же картина получается и при $\beta > 1$ (рис. 397). Теперь в области (I) траектории приближаются к прямой переключений ($\dot{\xi} < 0$), если $y > \frac{\beta}{1-\beta}$, и удаляются от нее ($\dot{\xi} > 0$), если $y < \frac{\beta}{1-\beta}$.

Такой ход фазовых траекторий в окрестности «прямой переключений» — границы областей (I) и (II) — позволяет дать следующее доопределение движения изображающей точки на этой прямой (доопределение движения системы с электрозолотником в нейтральном положении):

1) если изображающая точка приходит на «прямую переключений» вне отрезка (8.56), то она пересекает её, переходя из области (I) в область (II) или обратно;

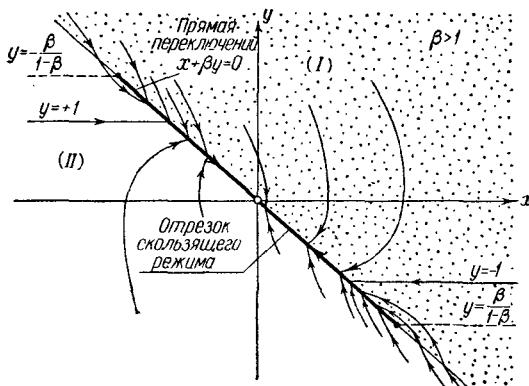


Рис. 397.

2) если изображающая точка приходит на «прямую переключений» в пределах отрезка (8.56), то дальше она движется по этому отрезку.

Закон движения системы в последнем случае получается из уравнения «прямой переключений» (8.54), если положить там $y = \dot{x}$, т. е. из уравнения

$$x + \beta \dot{x} = 0,$$

что дает

$$x = x_0 e^{-\frac{t}{\beta}}. \quad (8.57)$$

Это — так называемый *скользящий режим* двухпозиционного авторулемого [98]. При работе авторулемого в этом режиме электророзотник находится в нейтральном положении и положение руля плавно изменяется от крайнего до нейтрального. Приведенная координата руля z в этом случае, очевидно, изменяется следующим образом:

$$z = \ddot{x} + \dot{x} = x_0 \left(\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\beta} \right) e^{-\frac{t}{\beta}}. \quad (8.57a)$$

Для понимания механизма скользящего режима необходимо учесть дополнительно некоторые (вообще говоря, второстепенные) факторы: например, запаздывание в авторулемовом или инерцию рулевой машинки, которые всегда имеются в реальных авторулемовых и приводят к тому, что перекладка руля происходит фактически после прохода через нуль координаты электророзотника ξ . Из-за наличия этих факторов скользящий режим состоит в частых (тем более частых, чем меньше запаздывание авторулемового или время перекладки руля рулевой

машинкой) переключениях электрозолотника, приводящих или к перемещению руля малыми порциями или к колебаниям руля со средним положением, близким к (8.57)¹). Идеализация скользящего режима, получаемая при нашем упрощенном рассмотрении и выражаемая приведенным выше доопределением движения системы для $x + \beta y = 0$, должна рассматриваться как предельный случай, когда указанные выше дополнительные факторы (запаздывание, конечное время, необходимое для перекладки руля) стремятся к нулю.

При наличии скользящего режима отклонение судна от заданного курса затухает апериодически согласно (8.57) и тем быстрее, чем меньше β . Однако следует помнить, что при уменьшении β сокращается и область скользящего режима, вне которой колебания курса, как мы увидим ниже, затухают уже осцилляторно и сравнительно медленно. Поэтому как слишком малые, так и слишком большие значения параметра β , характеризующего величину скоростной коррекции, приводят к медленному установлению заданного курса.

3. Точечное преобразование. Рассмотрим теперь ход фазовых траекторий вне отрезка скользящего режима путем сведения задачи к некоторому точечному преобразованию прямой в прямую. Пусть $0 < \beta < 1$ ²⁾. Рассмотрим для построения точечного преобразования фазовую траекторию, пересекающую «прямую переключений» (8.54) и входящую (при $t = 0$) в область (I) в некоторой точке $s_0 (-\beta s_0, s_0)$; очевидно, что $s_0 > \frac{\beta}{1-\beta}$. Интегрируя (8.55), получим общее решение для области (I):

$$\left. \begin{array}{l} y = -1 + (y_0 + 1)e^{-t}, \\ x = x_0 - t + (y_0 + 1)(1 - e^{-t}), \\ \xi = x + \beta y = \xi_0 - t + (1 - \beta)(y_0 + 1)(1 - e^{-t}) \end{array} \right\} \quad (8.58)$$

(x_0, y_0, ξ_0 — значения x, y, ξ при $t = 0$). Для рассматриваемой траектории $x_0 = -\beta s_0$ и $\xi_0 = 0$; тогда при некотором $t = \tau > 0$, однозначно определяемом уравнением

$$(1 - \beta)(y_0 + 1)(1 - e^{-\tau}) - \tau = 0, \quad (8.59)$$

координата электрозолотника ξ обращается в нуль и изображающая точка возвращается на «прямую переключений» в точке $s_1 (\beta s_1, -s_1)$, где

$$s_1 = 1 - (s_0 + 1)e^{-\tau}. \quad (8.59a)$$

Здесь могут представиться два случая. Если $s_1 \leq \frac{\beta}{1-\beta}$, то фазовая траектория входит в отрезок скользящего режима и дальнейшее

¹⁾ См. следующий параграф.

²⁾ Случай $\beta > 1$ не представляет существенного интереса из-за медленного затухания отклонения судна от заданного курса в скользящем режиме. В этом случае, как нетрудно видеть из рис. 397, скользящий режим наступает самое большое при второй перекладке руля.

точек), так как

$$s_1 - s_0 = -2 \left[\frac{\frac{\tau}{2}}{(1-\beta) \operatorname{th} \frac{\tau}{2}} - 1 \right] < 0,$$

ибо $\beta < 1$ и $\frac{\tau}{2} > \operatorname{th} \frac{\tau}{2}$. Таким образом, каждая последующая точка пересечения данной фазовой траектории с «прямой переключений» лежит ближе к началу координат, чем предыдущая, и после конечного числа колебаний авторулевой входит в скользящий режим.

Число колебаний судна (число перекладок руля) до входа в скользящий режим, очевидно, зависит от начальных условий и от величины параметра β . Если $\frac{1}{2} \leq \beta < 1$, то при любых τ (т. е. при любых s_0) $s_1 < 1 < \frac{\beta}{1-\beta}$ и, следовательно, самое большое после одного пересечения прямой (8.54) фазовая траектория входит в отрезок скользящего режима. Та же картина, как мы видели, имеет место и при $\beta > 1$. Учитывая, что увеличение β уменьшает скорость апериодического затухания отклонения судна от заданного курса в скользящем режиме авторулевого, можно, по-видимому, считать нецелесообразным применение авторулевого с большой коррекцией по скорости, — не только с $\beta > 1$, но и с $\beta > \frac{1}{2}$.

На рис. 399 приведено разбиение фазовой плоскости на траектории для случая $\beta < \frac{1}{2}$ и на рис. 400 — осциллограмма колебаний курса судна с двухпозиционным авторулевым, соответствующая фазовой траектории

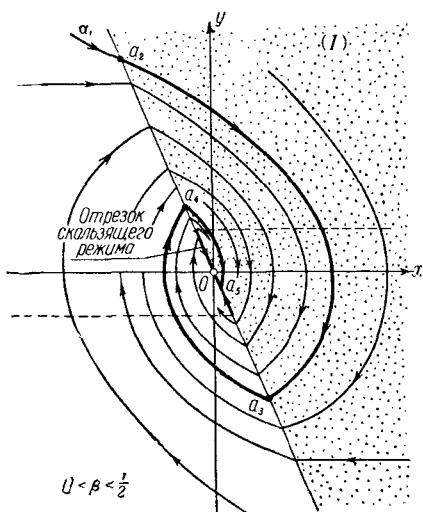


Рис. 399.

$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 O$ на рис. 399. При любых начальных условиях авторулевой приходит в скользящий режим, после чего происходит апериодическое установление заданного курса. При этом чем меньше β , тем меньше отрезок скользящего режима и тем дольше система совершает колебания, прежде чем начнется скользящий режим. При $\beta = 0$ (скоростная коррекция отсутствует совсем) скользящего режима не существует

вообще, и весь процесс колебаний курса судна является осцилляторным и сравнительно медленно затухающим (на рис. 401 для иллюстрации сказанного изображена фазовая плоскость системы при $\beta = 0$).

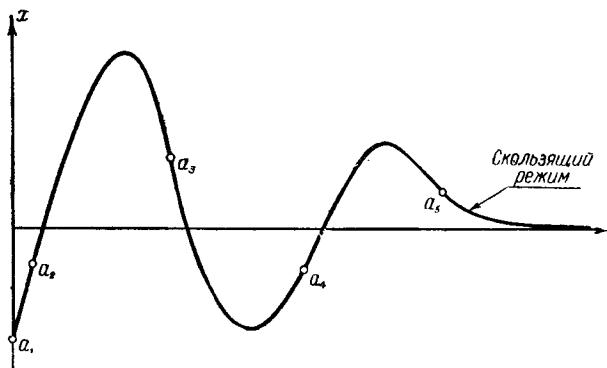


Рис. 400.

Заметим, что рассматриваемая система: судно + двухпозиционный авторулевой (при сделанных выше упрощающих предположениях), приходит в *автоматический режим* при $\beta < 0$, т. е. при неправильном включении демпфирующего гироскопа, приводящем к перекладке руля *после* прохождения судном заданного курса.

Рассмотрение структуры разбиения фазовой плоскости на траектории в этом случае также может быть сведено к преобразованию точек пересечения траекторий с «прямой переключений» (функция последования по-преж-

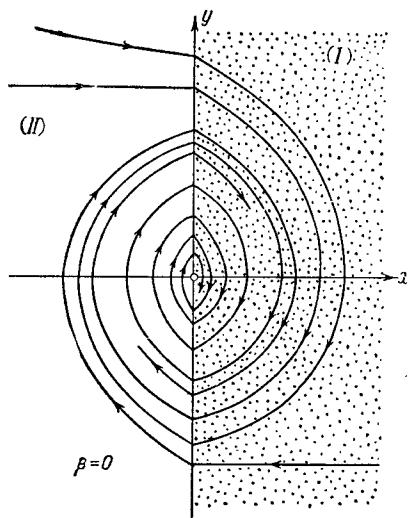


Рис. 401.

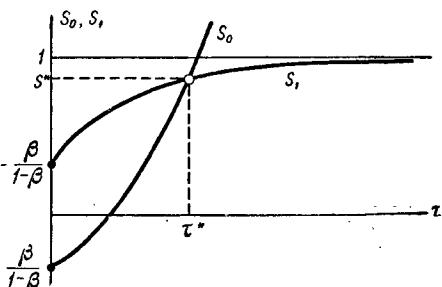


Рис. 402.

нему будет записываться в виде (8.60)). Диаграмма Ламерейя для случая $\beta < 0$ изображена на рис. 402. Точечное преобразование (8.60) при $\beta < 0$ имеет единственную и устойчивую неподвижную точку, которой на фазовой плоскости

(рис. 403) соответствует устойчивый и симметричный предельный цикл. Полупериод автоколебаний определяется из уравнений (8.60), если положить в них

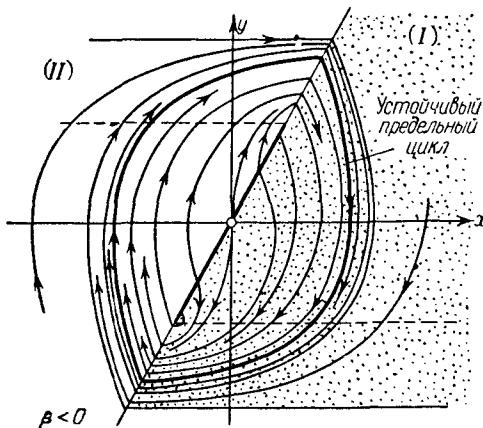


Рис. 403.

$s_1 = s_0$, или из уравнения

$$1 - \beta = \frac{\tau^*}{2} \operatorname{cth} \frac{\tau^*}{2}.$$

Нетрудно показать, что амплитуда и период автоколебаний курса судна стремятся к нулю, когда $\beta \rightarrow -0$.

4. Авторулевой с жесткой обратной связью. Рассмотрим теперь кратко второй способ осуществления опережения перекладки руля (перекладки его до прохождения судна через заданный курс), также применяемый в практике автоматического регулирования и состоящий во введении в схему авторулевого *жесткой обратной связи*. Схема такого авторулевого и блок-схема системы «судно + авторулевой» приведены на рис. 404. При наличии жесткой обратной связи рулевая машинка управляетяется электрозолотником, координата которого

$$\sigma^* = \varphi + B\psi$$

(ψ — угол поворота руля относительно диаметральной плоскости судна); при $\sigma^* > 0$ руль переложен на левый борт (в положение $\psi = -\psi_0$), при $\sigma^* < 0$ — на правый борт (в положение $\psi = +\psi_0$). При $\sigma^* = 0$ (электrozолотник — в нейтральном положении) рулевая машинка выключена и руль может занимать любое положение $-\psi_0 \leq \psi \leq +\psi_0$ ¹⁾.

Пренебрегая, как и ранее, временем перекладки руля и считая момент сил M , развиваемый рулем, пропорциональным углу поворота руля ψ :

$$M = \frac{M_0}{\psi_0} \psi,$$

¹⁾ Нетрудно видеть, что опережение перекладки руля получается только при $B > 0$.

мы сможем приближенно записать уравнение авторулевого с жесткой обратной связью в виде¹⁾:

$$M = + M_0 Z \left(\varphi + B \psi_0 \frac{M}{M_0} \right).$$

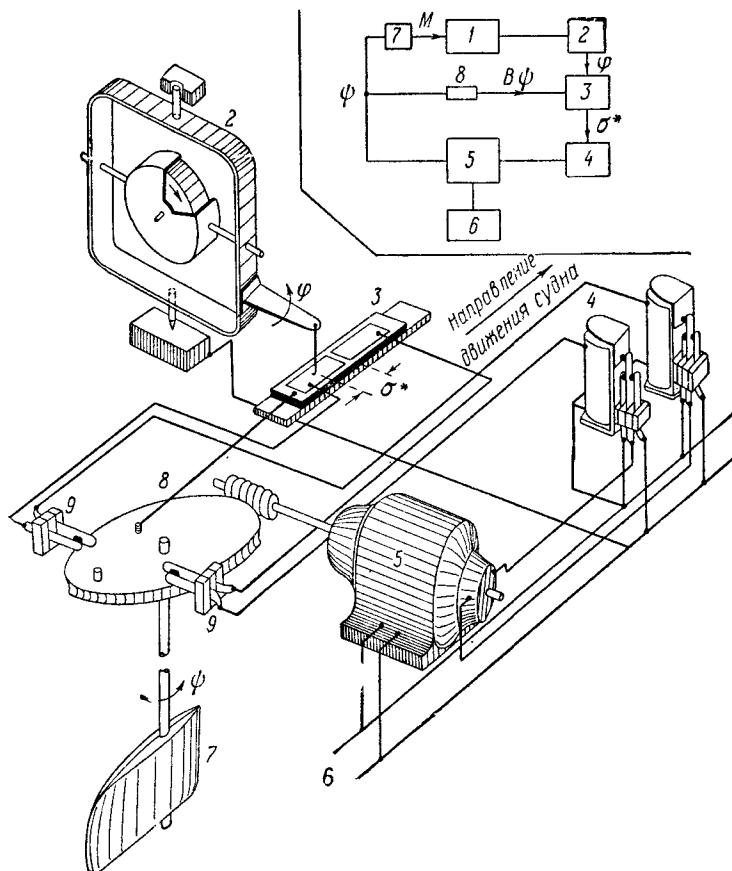


Рис. 404. Схема и блок-схема двухпозиционного авторулевого с жесткой обратной связью.

1 — судно; 2 — курсовой гироскоп (гиромпас); 3 — электрозолотник; 4 — реле; 5 — рулевая машинка; 6 — бортовая электрическая сеть; 7 — руль; 8 — рычаг жесткой обратной связи; 9 — концевые выключатели.

Тогда в переменных

$$x = \frac{H^2}{M_0 l} \varphi, \quad t_{\text{нов}} = \frac{H}{l} t_{\text{ст}} \quad \text{и} \quad z = \frac{M}{M_0} = \frac{\psi}{\psi_0}$$

¹⁾ Определение функции $Z(\sigma^*)$ см. в п. 1 настоящего параграфа.

уравнения движения судна с двухпозиционным авторулевым с жесткой обратной связью запишутся следующим образом:

$$\ddot{x} + \dot{x} = z, \quad z = Z(x + \beta^* z), \quad (8.61)$$

где $\beta^* = B\psi_0$ — приведенный коэффициент обратной связи.

Фазовая плоскость системы x, y , где $y = \dot{x}$, разбивается прямыми $x = +\beta^*$ и $x = -\beta^*$ на три области: (I), (II) и (III) (рис. 405). Областью, в которой $z = -1$ (руль переложен в крайнее левое положение) и, следовательно, $\xi^* = x - \beta^* \geq 0$, очевидно, является область (I): $x > \beta^*$. В этой области уравнениями движения системы будут уравнения (8.55). Областью, где $z = +1$ (руль переложен в крайнее правое положение) и $\xi^* = x + \beta^* \leq 0$, является область (II): $x < -\beta^*$. В полосе $-\beta^* < x < +\beta^*$ (в области (III)) z не может равняться ни $+1$, ни -1 (руль не может занимать ни одного из крайних положений); поэтому там $\xi^* = x + \beta^* z \equiv 0$, — электрозволотник находится в нейтральном положении в то время, как руль плавно между крайними положениями

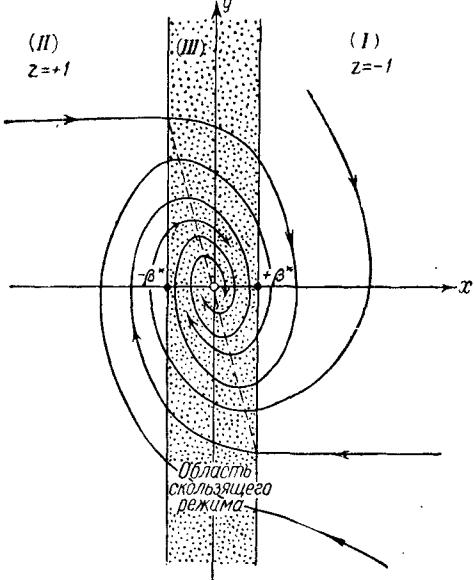


Рис. 405.

перемещается, занимая промежуточные ния:

$$z = -\frac{x}{\beta^*}. \quad (8.62)$$

Это — также скользящий режим, который теперь (при наличии жесткой обратной связи) имеет место не на отрезке некоторой прямой, а на целой полосе $-\beta^* < x < +\beta^*$ фазовой плоскости. Поэтому, в отличие от авторулевого со скоростной коррекцией, в авторулевом с жесткой обратной связью скользящий режим возникает при каждой перекладке руля или, иначе говоря, все перемещения руля совершаются авторулевым, работающим в скользящем режиме.

В реальном двухпозиционном авторулевом с жесткой обратной связью скользящий режим состоит в частых включениях и выключениях рулевой машинки, приводящих к перемещению руля малыми порциями, — по закону, близкому к (8.62). Происходит это следующим образом. При изменении курса электрозволотник включает в нуж-

ную сторону рулевую машинку. Последняя перемещает руль и одновременно через жесткую обратную связь — контактные пластины электрозолотника, что приведет к выключению рулевой машинки через небольшой промежуток времени. Затем дальнейшее изменение курса вызовет новое кратковременное включение рулевой машинки и т. д. Частота включений и выключений рулевой машинки определяется запаздыванием срабатывания авторулевого (включая релейное устройство) и инерционностью самой рулевой машинки, т. е. теми факторами, которые действуют в любом реальном авторулевом и которыми мы пренебрегали в настоящем параграфе. Эта частота тем больше, чем меньше указанные факторы. Наша идеализация скользящего режима, выразившаяся в доопределении (8.62) уравнений авторулевого, получается как предельная при стремлении к нулю запаздывания авторулевого и инерционности рулевой машинки.

Заметим, что доопределение скользящего режима (8.62) можно получить и предельным переходом от непрерывной характеристики авторулевого, изображенной на рис. 406. Для такой характеристики при $|\xi^*| < \varepsilon$, где $\xi^* = x + \beta^* z$,

$$z = \frac{\xi^*}{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon} (x + \beta^* z), \text{ т. е. } z = - \frac{x}{\beta^* - \varepsilon},$$

откуда в пределе при $\varepsilon \rightarrow 0$ получим (8.62).

Изменения курса корабля во время скользящего режима авторулевого (в области (III) на фазовой плоскости) в силу первого уравнения (8.61) и уравнения (8.62) описываются линейным уравнением

$$\ddot{x} + \dot{x} + \frac{x}{\beta^*} = 0, \quad (8.62a)$$

т. е. эти изменения курса будут всегда затухающими, причем затухание будет осцилляторным при $\beta^* < 4$ и апериодическим при $\beta^* > 4$ (наибольшая скорость затухания будет, очевидно, при $\beta^* = 4$).

На рис. 405 изображено разбиение на траектории фазовой плоскости системы судно + двухпозиционный авторулево с жесткой обратной связью. Можно показать, например, путем сведения задачи к некоторому точечному преобразованию прямой в прямую, что все траектории при $t \rightarrow +\infty$ стремятся к устойчивому состоянию равновесия $x = 0$. Это означает, что судно при любых начальных условиях будет выходить на заданный курс, причем на последнем этапе

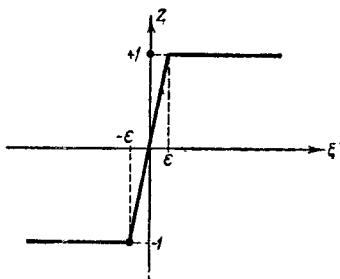


Рис. 406.

это установление курса происходит при работе авторулевого в скользящем режиме.

5. Другие системы автоматического регулирования. В заключение параграфа отметим, что к рассмотренным здесь динамическим системам приводятся при соответствующих предположениях и многие другие системы автоматического регулирования и управления.

Для примера рассмотрим систему непрямого регулирования скорости двигателя с сервомотором «постоянной скорости» без «мертвой

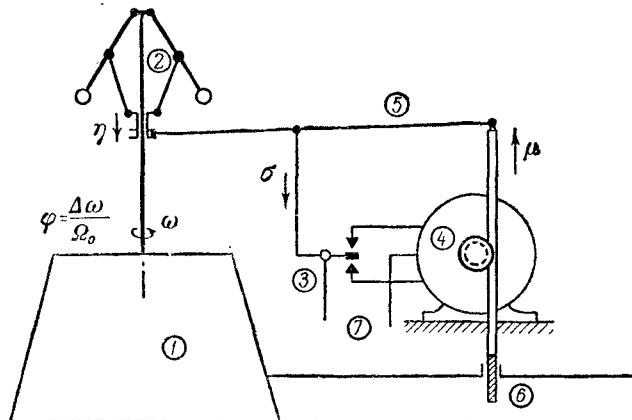


Рис. 407. Схема системы непрямого регулирования двигателя.

1 — объект регулирования (двигатель); 2 — чувствительный элемент (центробежный измеритель скорости вращения двигателя); 3 — электрозолотник (переключатель направления вращения сервомотора); 4 — сервомотор (электрический реверсивный мотор); 5 — рычаг жесткой обратной связи; 6 — клапан, управляющий мощностью двигателя и управляемый сервомотором; 7 — сеть питания сервомотора.

зоны» и с идеальным чувствительным элементом (т. е. мы будем пренебречь массой и трением в измерителе скорости вращения двигателя)¹⁾. Схема такой системы авторегулирования приведена на рис. 407. Ее уравнения движения (для состояний объекта регулирования, близких к некоторому равновесному $\omega = \Omega$) можно записать в следующем, принятом в теории автоматического регулирования виде²⁾:

линеаризованное уравнение объекта регулирования (с положительным саморегулированием)

$$T_a \frac{d\varphi}{dt} + k\varphi = \mu;$$

¹⁾ Регулирование скорости двигателя взято лишь для большей определенности; рассматриваемый здесь объект регулирования может быть заменен на любой другой с $1/2$ степени свободы и с положительным саморегулированием. Точно так же электрический сервомотор может быть заменен на любой другой.

²⁾ См., например, [120, 99, 1].

