

сеточными токами и анодной реакцией, которые заведомо играют существенную роль при больших положительных напряжениях на

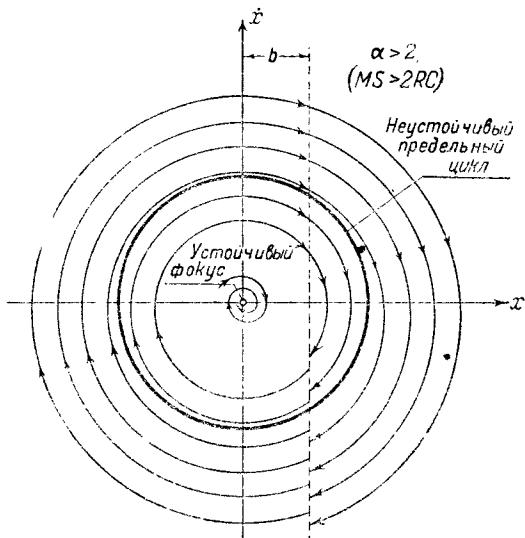


Рис. 488.

сетке лампы, получающихся при достаточно большой обратной связи).

§ 8. Влияние сеточного тока на работу лампового генератора

Рассматривая различные ламповые схемы, мы всегда предполагали, что в цепи сетки лампы ток отсутствует. Это предположение существенно упрощает задачу, и вместе с тем довольно часто можно считать, что оно с достаточной точностью оправдывается на опыте. Однако в других случаях, также имеющих практический интерес, во время работы генератора в цепи сетки течет ток, имеющий значительную величину. Поэтому интересно проследить, какое влияние на работу лампового генератора может оказывать ток в цепи сетки. Однако учет сеточных токов, вообще говоря, очень существенно усложняет задачу, именно, приводит к повышению порядка дифференциального уравнения, описывающего данную ламповую схему. Поэтому, ограничив свою задачу рассмотрением схем, описываемых одним дифференциальным уравнением второго порядка, мы лишены возможности поставить вопрос об учете сеточного тока в общем виде (в частности, в схемах генераторов с автоматическим смещением в цепи сетки). Но в некоторых частных случаях оказывается возможным ввести в рассмотрение сеточный ток, не повышая при этом

порядка уравнений, описывающих систему. Так, например, оказывается возможным учесть влияние сеточного тока в ламповом генераторе с колебательным контуром в цепи сетки (рис. 489).

При рассмотрении мы будем пренебречь реакцией анода и сделаем простейшее предположение относительно формы характеристик анодного и сеточного токов. Именно, мы будем считать, что как анодный, так и сеточный токи могут быть заданы в виде полиномов третьей степени от напряжения на сетке u_g .

Применив обозначения, приведенные на рис. 489, и пользуясь законами Кирхгофа, получим:

$$C \frac{du_g}{dt} + i + i_g = 0, \quad L \frac{di}{dt} + Ri = u_g - M \frac{di_a}{dt},$$

откуда, исключая ток i в колебательном контуре, имеем:

$$LC \frac{d^2u_g}{dt^2} + RC \frac{du_g}{dt} - M \frac{di_a}{dt} + L \frac{di_g}{dt} + u_g + Ri_g = 0. \quad (9.88)$$

Очевидно, генератор имеет единственное состояние равновесия $u_g = u_g^0$, определяемое уравнением

$$u_g^0 + Ri_g(u_g^0) = 0$$

(графическое решение этого уравнения приведено на рис. 490).

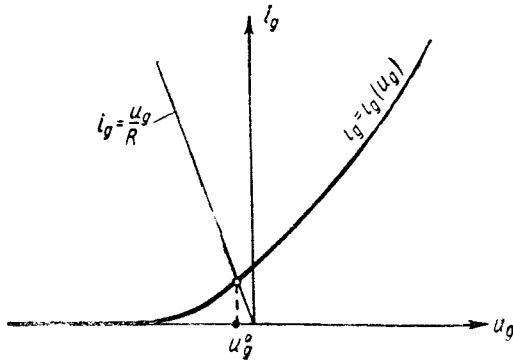


Рис. 490.

Введем переменную составляющую сеточного напряжения

$$u = u_g - u_g^0.$$

Пусть

$$\left. \begin{aligned} i_a &= i_{a0} + S_1 u + S_2 u^2 - S_3 u^3, \\ i_g &= i_{g0} + p_1 u + p_2 u^2 + p_3 u^3; \end{aligned} \right\} \quad (9.89)$$

тогда уравнение колебаний в генераторе запишется в виде:

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \left[\frac{R}{L} - \frac{MS_1}{LC} + \frac{p_1}{C} \right] \frac{du}{dt} + \frac{1+Rp_1}{LC} u - \left[\frac{MS_2}{LC} - \frac{p_2}{C} \right] \frac{d(u^2)}{dt} + \\ + \left[\frac{MS_3}{LC} + \frac{p_3}{C} \right] \frac{d(u^3)}{dt} + \frac{Rp_2}{LC} u^2 + \frac{Rp_3}{LC} u^3 = 0.$$

Введем следующие обозначения:

$$\left[\frac{R}{L} - \frac{MS_1}{LC} + \frac{p_1}{C} \right] = -\alpha_1; \quad \frac{MS_2}{LC} - \frac{p_2}{C} = \beta_1; \quad \frac{MS_3}{LC} + \frac{p_3}{C} = \gamma_1; \\ \frac{1}{LC} = \omega_0^2; \quad \omega_0^2(1+Rp_1) = \omega_1^2; \quad \frac{Rp_2}{LC} = n; \quad \frac{Rp_3}{LC} = m.$$

При соответствующих предположениях о малости коэффициентов это уравнение легко может быть приведено к виду: $\ddot{x} + x = \mu f(x, \dot{x})$ (x — безразмерная переменная и μ — малый параметр), для которого нами были развиты теории Ван-дер-Поля и Пуанкаре и получены общие формулы для амплитуд периодических решений, для поправки к частоте в первом приближении и т. д.

Однако мы сейчас не будем пользоваться этими общими формулами, а покажем, как можно в таких случаях с минимумом вычислений получить нужный результат; само собой разумеется, что тот же результат может быть получен и из общих формул. Введем «расстройку» a^2 , т. е. разность между квадратом действительной частоты Ω^2 и ω_1^2 :

$$a^2 = \Omega^2 - \omega_1^2.$$

Величины α_1 , β_1 , γ_1 , m , n , a^2 мы предположим достаточно малыми (порядка малости μ) по сравнению с частотой ω_0 . Теперь уравнение движения принимает вид:

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \Omega^2 u = \alpha_1 \frac{du}{dt} + \beta_1 \frac{d(u^2)}{dt} - \gamma_1 \frac{d(u^3)}{dt} - nu^2 - mu^3 + a^2 u. \quad (9.88a)$$

Чтобы определить амплитуду и поправку на частоту, положим $u = K \sin \Omega t$ и уничтожим в правой части резонансные члены. Получим два уравнения для определения K^2 и a^2 :

$$K\alpha_1\Omega - \frac{\gamma_1 K^2 \Omega^3}{4} = 0,$$

$$-m \frac{3}{4} K^3 + a^2 K = 0,$$

откуда имеем:

$$K^2 = \frac{\alpha_1}{\frac{3}{4} \gamma_1}, \quad a^2 = \frac{3}{4} K m^2 = \frac{\alpha_1 m}{\gamma_1}. \quad (9.90)$$

Следовательно, частота равна:

$$\Omega^2 = \frac{1}{LC} + \frac{Rp_1}{LC} + \frac{m\alpha_1}{\gamma_1}.$$

Мы видим, что в рассматриваемой схеме при учете сеточного тока получается поправка на частоту уже в первом приближении¹⁾. Чтобы процесс $u = K \sin \Omega t$ был устойчив, нужно, чтобы постоянный член ряда Фурье, изображающего производную правой части уравнения (9.88а) по u , был меньше нуля, т. е. чтобы постоянный член разложения в ряд Фурье выражения $\alpha_1 + 2\beta_1 u - 3\gamma_1 u^2$ был меньше нуля. Из этого условия получаем:

$$\alpha_1 - \frac{3}{2}\gamma_1 K^2 < 0$$

или

$$K^2 > \frac{1}{2} \frac{\alpha_1}{\frac{3}{4}\gamma_1},$$

что в силу (9.90) всегда имеет место; следовательно, найденное нами периодическое движение всегда устойчиво.

Наконец, условие самовозбуждения схемы есть $\alpha_1 > 0$ или

$$\frac{R}{L} + \frac{p_1}{C} - \frac{MS_1}{LC} < 0,$$

т. е. с точки зрения условий самовозбуждения ток в цепи сетки действует как некоторая добавочная нагрузка на контур, ухудшающая условия самовозбуждения.

§ 9. Теория бифуркаций в случае автоколебательной системы, близкой к линейной консервативной системе [89]

Мы рассматриваем по-прежнему автоколебательную систему с одной степенью свободы, близкую к линейной консервативной системе, и полагаем, что поведение этой автоколебательной системы существенно зависит от какого-нибудь параметра, которому мы можем придавать различные фиксированные значения. Уравнение движения системы в таком случае может быть записано в виде:

$$\ddot{x} + x = \mu f(x, \dot{x}; \lambda), \quad (9.91)$$

¹⁾ При нашем рассмотрении мы не считали сопротивление колебательного контура R малой величиной, но считали малыми (порядка μ) коэффициенты α_1 , β_1 , γ_1 , m и p , т. е. полагали, что генератор близок к порогу самовозбуждения, а нелинейности характеристик анодного и сеточного токов малы.

Если же считать малым также и сопротивление контура R ($\omega_0 RC$ полагать величиной порядка μ), то поправка на период и при наличии сеточных токов будет величиной порядка μ^2 .