

Все сказанное о мультивибраторе с одним RC -звеном относится в равной мере и ко всем другим системам, совершающим разрывные колебания. В этих системах, так же как и в мультивибраторе, сам характер колебаний обусловлен существенностью некоторых малых паразитных параметров на определенных этапах колебательного процесса. Поэтому рассмотрение систем с разрывными колебаниями, что является целью настоящей главы, невозможно без учета в той или иной форме по крайней мере некоторых существенных паразитных параметров этих систем.

Прежде чем переходить к изложению приближенных методов рассмотрения систем с разрывными колебаниями (в § 3) и к рассмотрению конкретных примеров таких систем (в последующих параграфах), мы поставим перед собой более частную задачу: попытаемся выяснить влияние малых параметров (членов дифференциальных уравнений с малыми коэффициентами) на устойчивость состояний равновесия.

§ 2. Малые параметры и устойчивость состояний равновесия [127]

Поскольку мы ограничиваемся сейчас рассмотрением вопроса об устойчивости состояний равновесия, мы можем пользоваться линейным приближением. Пусть вблизи состояния равновесия поведение системы (при пренебрежении малыми, паразитными параметрами) может быть описано линеаризованным уравнением n -го порядка:

$$a_0 \frac{d^n x}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_n x = 0. \quad (10.4)$$

При подстановке частного решения $x = A e^{\lambda t}$ мы получим для λ характеристическое уравнение n -й степени:

$$a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (10.5)$$

Как известно, устойчивость состояния равновесия определяется знаками действительных частей корней этого уравнения; именно, состояние равновесия устойчиво, если все n корней отрицательны или имеют отрицательные действительные части.

Пусть введение в рассмотрение нового малого (например, паразитного) параметра приводит к повышению на единицу порядка дифференциального уравнения системы (другие случаи, когда порядок уравнения повышается сразу больше, чем на единицу, могут быть

рассмотрены аналогичным образом¹⁾). Это повышение порядка в ли- неаризованном уравнении (10.4) может произойти двумя путями — прибавлением либо малого члена $\mu \frac{d^{n+1}x}{dt^{n+1}}$, либо малого члена $\mu \int_0^t x dt$, где μ — достаточно малый коэффициент. В первом случае характеристическое уравнение примет вид:

$$\mu\lambda^{n+1} + a'_0\lambda^n + a'_1\lambda^{n-1} + \dots + a'_n = 0, \quad (10.6)$$

а во втором

$$a'_0\lambda^{n+1} + a'_1\lambda^n + \dots + a'_n\lambda + \mu = 0. \quad (10.7)$$

В новых уравнениях вместо коэффициентов a_i появятся, вообще говоря, другие коэффициенты a'_i , так как учет малого параметра может привести не только к появлению новых членов, но и к небольшим изменениям старых, причем, очевидно, при $\mu \rightarrow 0$ $a'_i \rightarrow a_i$. Оба эти уравнения имеют по $n+1$ корней. Из них n корней $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ в силу малости коэффициента μ близки по величине к n корням исходного характеристического уравнения и, в частности, имеют те же знаки действительных частей²⁾. Следовательно, изменения, произошедшие с этими n корнями, не могут изменить устойчивости состояния равновесия. Это может сделать только новый корень λ_{n+1} . Чтобы решить вопрос о влиянии этого корня, рассмотрим оба случая отдельно.

¹⁾ Введение в рассмотрение малого параметра, не повышающего порядка уравнения системы, не представляет для нас какого-либо интереса (оно не может изменить устойчивость состояния равновесия), если исходная система (без учета этого малого параметра) была грубой.

Заметим, что понятие о «грубоści» автономной системы, определяемой, например, двумя дифференциальными уравнениями 1-го порядка, может быть естественным образом обобщено на случай, когда малые добавочные члены содержат первые производные, т. е. когда «измененная» система имеет вид:

$$\frac{dx}{dt} = P(x, y) + p_1 \left(x, y; \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right);$$

$$\frac{dy}{dt} = Q(x, y) + q_1 \left(x, y; \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right).$$

Если же малые добавочные члены содержат производные высших порядков, то вся данная постановка задачи о «грубоści» системы нарушается, так как для измененной системы мы имеем фазовое пространство большого числа измерений. Как мы увидим дальше, в этом последнем случае мы не можем распорядиться (без особых специальных ограничений) малостью добавочных членов хотя бы в том отношении, чтобы они не влияли на устойчивость состояния равновесия.

²⁾ Мы предполагаем, что исходная система «груба» и что, следовательно, действительные части всех корней исходного характеристического уравнения отличны от нулей.

Начнем с первого случая. Известно, что при $\mu \rightarrow 0$ $\lambda_{n+1} \rightarrow \infty$, поэтому если μ достаточно мало, то для вычисления λ_{n+1} мы можем в уравнении (10.6) отбросить все члены степени ниже n ; тогда получим следующее асимптотическое выражение для λ_{n+1} при малых μ :

$$\lambda_{n+1} \approx -\frac{a_0}{\mu}. \quad (10.8)$$

Во втором случае мы можем характеристическое уравнение (10.7) переписать так:

$$\lambda [a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n] + \mu = 0.$$

При $\mu \rightarrow 0$ $\lambda_{n+1} \rightarrow 0$; поэтому при малых μ , пренебрегая высшими степенями λ_{n+1} , мы получим во втором случае такое асимптотическое выражение для λ_{n+1} :

$$\lambda_{n+1} \approx -\frac{\mu}{a_n}. \quad (10.9)$$

Теперь легко установить, какое влияние на устойчивость состояний равновесия может иметь введение нового малого члена в том и другом случаях. Поведение системы вблизи состояния равновесия определяется уравнением

$$x = b e^{\lambda_{n+1} t} + c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} + \dots + c_n e^{\lambda_n t}. \quad (10.10)$$

Если среди n «старых» корней $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ есть хоть один с действительной частью, большей нуля, то состояние равновесия неустойчиво и новый корень λ_{n+1} не может ничего изменить в характере этого состояния — оно все равно будет неустойчиво. Если же все n корней (или их действительные части) отрицательны, то устойчивость состояния равновесия решается знаком корня λ_{n+1} . Если этот корень отрицателен, то ничего нового он не вносит. Если же он положителен, то состояние равновесия оказывается неустойчивым и, значит, при переходе от исходной системы к дополненной происходит потеря устойчивости. Но знак λ_{n+1} зависит, с одной стороны, от знака μ и, с другой, от знака коэффициента a_0 или a_n исходного уравнения. Если выбрать $a_0 > 0$, то a_n должно быть положительно, чтобы состояние равновесия в исходной системе было устойчиво¹⁾. Следовательно, потеря устойчивости может произойти в том случае, если стоящий при вновь введенном малом члене коэффициент μ отрицателен. Как мы увидим, такие случаи могут быть в реальных системах. Это значит, что состояние равновесия, которое без учета паразитного параметра кажется нам устойчивым, в силу

¹⁾ Это требование сразу получается из так называемых условий Раута — Гурвица. См., например, [95, 99].

наличия этого параметра в действительности оказывается неустойчивым и реальная система в таком состоянии находиться не может. Совершенно очевидно, насколько важно было бы уметь отличать эти состояния равновесия, кажущиеся нам устойчивыми, от состояний равновесия действительно устойчивых, т. е. таких, в которых реальная система может находиться как угодно долго.

Несмотря на отсутствие каких-либо общих методов, мы все же можем указать прием, с помощью которого во многих случаях можно «разоблачить» такие состояния равновесия, которые только кажутся устойчивыми, а в действительности неустойчивы. Этот прием заключается в том, чтобы последовательно вводить в уравнение различные малые паразитные параметры и определять знаки, с которыми они входят в уравнение. Если мы обнаружим хоть один такой паразитный параметр, который входит со знаком минус, то есть основания опасаться, что состояние равновесия в действительности неустойчиво. Мы говорим только «есть основания», так как возможно, что другой паразитный параметр входит в этот же член уравнения со знаком плюс, и тогда знак коэффициента зависит от соотношения между величинами паразитных параметров, а величин паразитных параметров мы обычно не знаем. Кроме того, мы никогда не сможем рассмотреть влияние всех без исключения паразитных параметров. Поэтому, строго говоря, мы никогда не можем быть уверены в том, что состояние равновесия, которое с точки зрения нашей теории кажется устойчивым, действительно устойчиво. Решить этот вопрос окончательно не в состоянии никакая теория, ответ на него может дать только опыт. Но все же при теоретическом рассмотрении всегда нужно иметь в виду, что существует опасность принять неустойчивое состояние равновесия за устойчивое.

Чтобы показать, насколько велика эта опасность и насколько легко в некоторых случаях ее избежать и «разоблачить» состояния равновесия, кажущиеся устойчивыми, мы рассмотрим несколько конкретных примеров. В наших примерах мы ограничимся только такими случаями, которые могут быть рассмотрены до конца в рамках теории нелинейных уравнений второго порядка. Следовательно, мы будем рассматривать такие системы, которые при учете малых членов описываются дифференциальным уравнением второго порядка, а при отбрасывании этих членов приводят к уравнению первого порядка. При этом мы начнем рассмотрение с уравнения второго порядка, а затем, предполагая один из параметров малым и отбрасывая соответствующий член уравнения, рассмотрим соответствующие уравнения первого порядка.

1. Схема с вольтовой дугой. В качестве первого примера мы рассмотрим уже знакомую нам схему вольтовой дуги, питаемой постоянным током (рис. 509). Кроме батареи и дуги, в этой цепи присутствуют сопротивление R , самоиндукция L и емкость C (само собой разумеется, что уже и в таком виде рассматриваемая схема

представляет собой результат идеализации). Как и раньше, обозначим характеристику дуги, т. е. зависимость напряжения на дуге u от силы тока через нее i , через $u = \psi(i)$ (рис. 510).

Повторим и дополним те выводы, которые были сделаны нами раньше (см. § 5 гл. V) при рассмотрении этой схемы.

Уравнения для рассматриваемой схемы мы получили в виде:

$$\left. \begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= u - \psi(i), \\ C \frac{du}{dt} &= \frac{E - u}{R} - i. \end{aligned} \right\} (10.11)$$

Состояния равновесия этой системы (I , U) определяются, очевидно, из условия

$$\psi(i) = E - Ri$$

и соответствуют точкам пересечения характеристики дуги $u = \psi(i)$ и «нагрузочной» прямой $u = E - Ri$; этих точек пересечения может

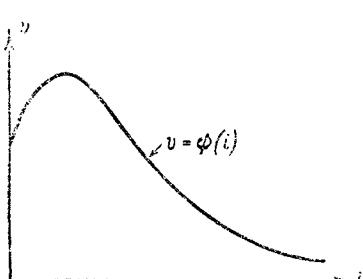


Рис. 510.

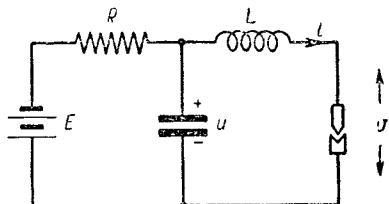


Рис. 509.

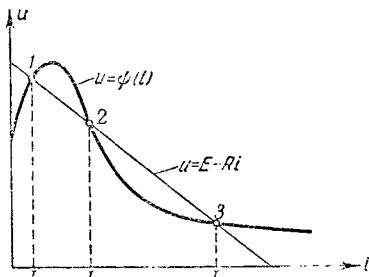


Рис. 511.

быть либо одна, либо три (рис. 511). Ниже мы будем рассматривать наиболее интересный случай трех состояний равновесия. Линеаризуя уравнения (10.11) в малой окрестности состояния равновесия (I , U), мы получим для переменных составляющих силы тока $\xi = i - I$ и напряжения на конденсаторе $\eta = u - U$ следующую систему линейных уравнений:

$$L \frac{d\xi}{dt} = \tau - \psi'(I)\xi, \quad CR \frac{d\eta}{dt} = -\eta - R\xi$$

с характеристическим уравнением

$$\left| \begin{array}{cc} L\lambda + \psi'(I) & -1 \\ R & CR\lambda + 1 \end{array} \right| = 0$$

или

$$LCR \cdot \lambda^2 + [L + CR\psi'(I)]\lambda + R + \psi(I) = 0. \quad (10.12)$$

Очевидно, характер состояния равновесия (I, U) зависит от знака и величины $\psi'(I)$, т. е. от «дифференциального сопротивления» дуги при равновесном значении силы тока $i = I$. Пусть состояние равновесия, отмеченное цифрой 1 на рис. 511, лежит на поднимающейся участке характеристики дуги. Тогда оно устойчиво (так как $\psi'(I_1) > 0$ и оба корня уравнения (10.12) или их действительные части отрицательны); это либо устойчивый фокус, либо устойчивый узел в зависимости от соотношений между L , C , R и $\psi'(I_1)$. В точке 2 $\psi'(I_2)$ отрицательно и, как видно из диаграммы, по абсолютной величине больше, чем R . Следовательно, $R + \psi'(I_2) < 0$, и особая точка 2 есть седло. Соответствующее ей состояние равновесия всегда неустойчиво. Наконец, в точке 3 хотя $\psi'(I_3) < 0$, но, как видно из диаграммы, по абсолютной величине $\psi'(I_3)$ меньше, чем R , и, значит, $R + \psi'(I_3) > 0$, т. е. особая точка, отмеченная цифрой 3, также может быть либо фокусом, либо узлом¹). Эта особая точка неустойчива, если $|\psi'(I_3)| > \frac{L}{CR}$, в противном случае она устойчива. Так как $\psi'(I_3)$ есть величина сравнительно малая (характеристика хотя и падающая, но пологая), то при малых L состояние равновесия 3 всегда неустойчиво; наоборот, при малых C это же самое состояние равновесия всегда устойчиво. Вообще же переход от устойчивого к неустойчивому состоянию равновесия в этой точке происходит при каком-то определенном «критическом» значении изменяемого параметра (этим изменяемым параметром может быть любой: R , L или C). Итак, при наличии трех состояний равновесия мы можем иметь в смысле их устойчивости одну из двух комбинаций, изображенных на рис. 512 и 513²).

Посмотрим теперь, изменится ли и как именно характер этих состояний равновесия, если одним из двух параметров, L или C , мы пренебрегаем. Пренебрегая емкостью, мы получим схему, приведенную на рис. 514; пренебрегая индуктивностью — схему на рис. 515, поведение каждой из которых мы попытаемся отобразить соответствующим уравнением первого порядка (первую из этих схем мы уже рассматривали в § 6 гл. IV). Значения i и u , соответствующие состояниям равновесия во всех трех случаях, именно: в общем слу-

¹⁾ Мы считаем для определенности, что характеристика дуги на большом участке является падающей. Следовательно, для всех не слишком малых R и не слишком больших E всегда $\psi'(I_3) < 0$. Если точка 3 лежит в поднимающейся части характеристики, то $\psi'(I_3) > 0$ и точка 3 всегда устойчива.

²⁾ На рисунках точки 1 и 3 изображены в виде узлов. Но эти точки могут быть и фокусами; в отношении же устойчивости картина останется неизменной.

чес $L \neq 0$, $C \neq 0$ и в частных случаях $C = 0$, $L \neq 0$ и $C \neq 0$, $L = 0$, очевидно, остаются одними и теми же.

При переходе к случаю $C = 0$ ничего не изменяется в смысле устойчивости этих состояний равновесия: состояния 1 и 3 остаются

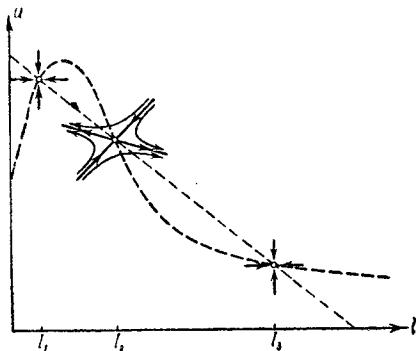


Рис. 512.

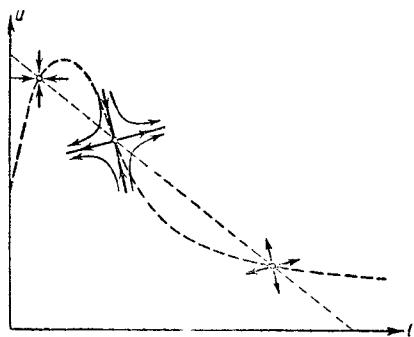


Рис. 513.

устойчивыми, а состояние 2 неустойчивым (как и при малых, но отличных от нуля C), т. е. малая емкость C в схеме не является существенной для устойчивости всех трех состояний равновесия.

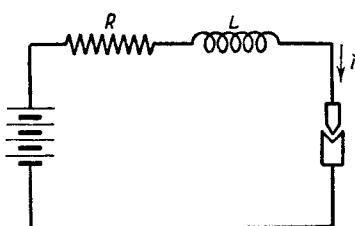


Рис. 514.

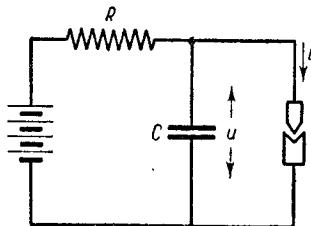


Рис. 515.

В самом деле, при $C \rightarrow +0$ характеристическое уравнение (10.12) имеет своими корнями

$$\lambda_1 = -\frac{R + \psi}{L} \quad \text{и} \quad \lambda_2 = -\frac{1}{CR} \rightarrow -\infty,$$

т. е. корень λ_2 , обусловленный наличием в схеме малой емкости, всегда отрицателен, вследствие чего устойчивость состояния равновесия полностью определяется знаком λ_1 , являющегося корнем характеристического уравнения схемы без емкости: $L\lambda + R + \psi = 0$.

Иная картина получается при пренебрежении индуктивностью L (даже сколь угодно малой). Характеристическое уравнение для

состояния равновесия схемы без индуктивности (при $L=0$)

$$CR\psi\lambda + R + \psi = 0 \quad (10.12a)$$

имеет единственный корень

$$\lambda = -\frac{R + \psi}{CR\psi},$$

который отрицателен для состояний равновесия 1 и 2 и положителен для состояния равновесия 3¹⁾. Иначе говоря, при пренебрежении индуктивностью (при $L=0$) состояния равновесия 1 и 2 оказываются устойчивыми, а состояние 3 — неустойчивым.

Но характеристическое уравнение (10.12) при малой индуктивности (точнее, при $L \rightarrow +0$) имеет корнями

$$\lambda_1 = -\frac{R + \psi}{CR\psi}$$

и

$$\lambda_2 = -\frac{\psi}{L} \rightarrow \infty,$$

первый из которых совпадает с корнем характеристического уравнения (10.12a). Для первого состояния равновесия $\psi'(I_1) > 0$, $\lambda_2 \rightarrow -\infty$ и $\lambda_1 < 0$; это состояние равновесия является устойчивым и при малых L . Для него, следовательно, малая индуктивность L не является существенным параметром. Но для второго и третьего состояний равновесия $\psi' < 0$ и $\lambda_2 \rightarrow +\infty$, т. е. система будет уходить «быстрым» движением от этих состояний равновесия, которые, таким образом, являются неустойчивыми при сколь угодно малых L . Поэтому рассмотрение поведения схемы с вольтовой дугой вблизи состояний равновесия 2 и 3 (на падающем участке характеристики дуги) требует обязательного учета индуктивности L , сколь бы мала она ни была. В частности, состояние равновесия 2, которое было «устойчивым» при $L=0$ (при пренебрежении индуктивностью), является на самом деле неустойчивым из-за наличия в схеме малой паразитной индуктивности. Такая потеря устойчивости будет происходить при исчезновении в характеристическом уравнении $a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ (где $a > 0$) члена второй степени ($a \rightarrow 0$) всякий раз, когда не только свободный член c , но и коэффициент b при члене первой степени отрицательны. Этот случай можно для краткости назвать «отрицательным седлом» в отличие от «положительного седла», для которого только свободный член $c < 0$, а коэффициент $b > 0$. Следовательно, если a обращается в нуль, то «положительное седло» сохраняет свою неустойчивость, а «отрицательное седло» превращается в устойчивое состояние равновесия.

¹⁾ Для состояния равновесия 2 и $\psi' < 0$, и $R + \psi' < 0$, поэтому $\lambda < 0$.

Нетрудно убедиться в том, что только что рассмотренный нами случай, когда состояние равновесия в дополненной системе превращается в седло, является единственным возможным случаем (для рассматриваемого класса задач) потери устойчивости в результате учета малых параметров. Действительно, состояние равновесия в исходной системе должно быть устойчиво, т. е. единственный корень должен быть отрицателен. При переходе к уравнению второго порядка для потери устойчивости должен появиться второй, положительный корень и, следовательно, два корня будут разных знаков, а в таком случае состояние равновесия представляет собой седло.

Можно утверждать и обратное, именно, что при вырождении системы только особая точка типа седла может из неустойчивой превратиться в устойчивую. Это происходит тогда, когда из двух корней при вырождении исчезает положительный корень. С точки зрения изображения движения на фазовой плоскости это значит, что вследствие появившейся в результате вырождения связи между координатой и скоростью представляющая точка может двигаться только по той единственной сепаратрисе, по которой происходит движение по направлению к седлу. Ясно, что пока мы рассматриваем только это движение, седло «кажется» нам устойчивой особой точкой. В действительности достаточно какого угодно малого отклонения представляющей точки в сторону от сепаратрисы, чтобы в конце концов представляющая точка навсегда ушла из области, близкой к состоянию равновесия. Но в реальной системе начальные условия никогда не могут быть заданы абсолютно точно, хотя бы вследствие наличия флуктуаций. Значит, реальная система вследствие наличия самоиндукции и неизбежных отклонений в начальных условиях не сможет находиться в таком состоянии равновесия сколько-нибудь длительное время. Только оба эти обстоятельства вместе — наличие малой самоиндукции и неизбежные отклонения в начальных условиях — приводят к тому, что система уходит из состояния равновесия, которое нам казалось устойчивым.

Рассмотренное нами состояние равновесия как раз является таким, которое без надлежащей проверки мы легко могли бы принять за устойчивое. Так оно и случилось с Фридлендером [151, 152], который случай вольтовой дуги в схеме без самоиндукции привел как пример того, что на фазовой кривой могут рядом находиться два устойчивых состояния равновесия, причем за одно из устойчивых состояний он принимал седло, которое только «кажется» устойчивым.

2. Самовозбуждение мультивибратора. В качестве второго примера, иллюстрирующего влияние малых паразитных параметров на характер состояний равновесия, мы рассмотрим самовозбуждение обычного мультивибратора с одним *RC*-звеном, учитывая две малые паразитные индуктивности L_a и L (рис. 516). Пренебрегая сеточными токами и считая анодный ток правого триода i_a функцией только напряжения u на сетке левого триода: $i_a = \varphi(u)$, мы получим для

рассматриваемой схемы следующие уравнения колебаний:

$$i_1 = i + i_a; \quad i = C \frac{dV}{dt} = \frac{u}{R_g};$$

$$L_a \frac{di_1}{dt} + R_a i_1 = E_a - \left[u + L \frac{di}{dt} + V \right],$$

или после простых преобразований:

$$\left. \begin{aligned} & \left[\frac{L_a}{R_g} + L_a \varphi'(u) + \frac{L}{R_g} \right] \frac{du}{dt} = \\ & = E_a - R_a \varphi(u) - \left(1 + \frac{R_a}{R_g} \right) u - V, \\ & CR_g \frac{dV}{dt} = u. \end{aligned} \right\} \quad (10.13)$$

Единственное состояние равновесия в этой схеме определяется условиями:

$$u_0 = 0, \quad V_0 = E_a - R_a \varphi(0).$$

Разлагаем характеристику ламповой группы в ряд по степеням u :

$$i_a = \varphi(u) = \varphi(0) - Su + \dots,$$

где $S = -\varphi'(0) > 0$, так как характеристика ламповой группы $i_a = \varphi(u)$, как известно, является падающей (с отрицательной

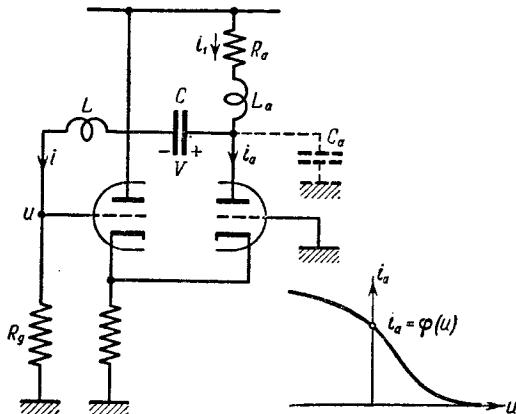


Рис. 516.

крутизной). Ограничиваюсь линейным приближением, мы получим следующие линейные уравнения для малых колебаний вблизи состояния равновесия:

$$\left. \begin{aligned} \mu \frac{du}{dt} &= -\rho u - R_g v, \\ CR_g \frac{dv}{dt} &= u, \end{aligned} \right\} \quad (10.13a)$$

где

$$\rho = R_g + R_a(1 - SR_g), \quad \mu = L + L_a(1 - SR_g) \text{ и } v = V - V_0.$$

Характеристическое уравнение линейной системы уравнений (10.13а), очевидно, имеет вид:

$$\begin{vmatrix} \mu\lambda + \rho & R_g \\ -1 & CR_g\lambda \end{vmatrix} = 0$$

или

$$\mu\lambda^2 + \rho\lambda + \frac{1}{C} = 0, \quad (10.14)$$

что дает следующие условия устойчивости состояния равновесия (отсутствия самовозбуждения):

$$\mu > 0, \quad \rho > 0.$$

При $\mu < 0$ особая точка $(0, V_0)$ есть седло, а при $\mu > 0$ эта же особая точка может быть либо узлом, либо фокусом и неустойчива при $\rho < 0$. Полная диаграмма разбиения плоскости параметров μ , ρ на области существования того или иного типа особой точки (состояния равновесия) приведена на рис. 517.

Если бы мы пренебрегли паразитными индуктивностями L_a и L , т. е. положили $\mu = 0$, то получили бы (после линеаризации) следующее уравнение первого порядка:

$$\rho C \frac{du}{dt} + u = 0,$$

и устойчивость состояния равновесия $u = 0$ зависела бы только от знака параметра ρ ; именно, при $\rho > 0$ это состояние равновесия было бы устойчивым. Но «устойчивость» состояния равновесия системы первого порядка (при $\rho > 0$) и в этом случае обусловлена «нашней наивностью». Однако, как мы сейчас увидим, «не быть наивным» в этом случае еще труднее, чем в предшествующем.

Допустим сначала, что в анодной цепи имеется паразитная индуктивность L_a , а в цепи с емкостью ее нет, т. е. положим, что $L = 0$. Кроме того, положим, что $1 < SR_g < 1 + \frac{R_g}{R_a}$, т. е. что $0 < \rho < R_g$.

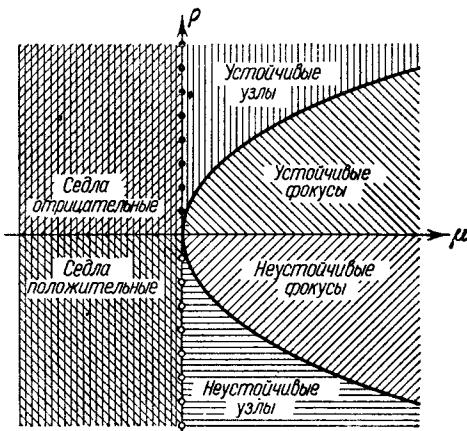


Рис. 517.

Тогда состояние равновесия, с точки зрения наших обычных критериев устойчивое при $L_a = 0$, сразу теряет свою устойчивость при каком угодно малом L_a и превращается в седло. И при каких угодно малых отклонениях от устойчивого уса седла (а такие малые отклонения в реальной системе всегда неизбежны) представляющая точка в конце концов уйдет как угодно далеко от этого состояния равновесия. Поэтому в реальной системе такое состояние равновесия неустойчиво.

Но ведь самоиндукцией, хотя бы малой, обладает и цепь с емкостью, т. е. в реальной системе $L \neq 0$. Однако, учитывая L , мы не только не нарушим условий устойчивости, которым удовлетворяет состояние равновесия вырожденной системы при $L_a = 0$ и $\rho > 0$, но даже можем вернуть «устойчивость» тому состоянию равновесия, которое оказалось неустойчивым в силу наличия паразитной самоиндукции L_a . Действительно, если L достаточно велико, так что $\mu = L + L_a(1 - SR_g) > 0$, несмотря на то, что $SR_g > 1$, то состояние равновесия, которое было неустойчивым при $L_a \neq 0$ и $L = 0$ (седло), становится устойчивым при появлении достаточно большого L . Таким образом, мы видим на конкретном примере, что не только самый факт наличия того или иного паразитного параметра может влиять на устойчивость состояния равновесия, но и соотношение между паразитными параметрами может оказывать решающее влияние на результат рассмотрения вопроса об устойчивости данного состояния равновесия. Но если мы можем быть уверены в самом факте существования паразитных параметров, то мы обычно ничего не можем сказать об их величине и тем более о соотношении между различными паразитными параметрами. Поэтому из того результата, к которому мы пришли выше относительно влияния L_a и L , мы должны в сущности вывести такое заключение. Есть область, в которой мы для вырожденной системы вообще ничего не можем сказать об устойчивости состояния равновесия, в нашем примере — это область значений ρ , ограниченная пределами $r > \rho > 0$. Так как в этой области $SR_g > 1$, то решение вопроса об устойчивости состояний равновесия зависит от не поддающихся учету факторов — величин паразитных параметров. Поэтому, рассматривая вырожденную систему и указывая для нее условие возбуждения, т. е. условие неустойчивости $\rho < 0$, мы должны иметь в виду существование также и области «неопределенных» состояний равновесия, простирающейся от $\rho = r$ до $\rho = 0$. Вполне возможно, что так называемое «паразитное самовозбуждение» в схемах, появляющееся и исчезающее без всякого заметного изменения параметров схемы, во многих случаях обусловлено именно малыми изменениями величин малых параметров в таких областях «неопределенных» состояний равновесия.

Аналогичный результат получается и при учете малых паразитных индуктивности L_a и емкости C_a в анодной цепи (емкость C_a изоб-

ражена на рис. 516 пунктиром). В этом случае характеристическое уравнение получается третьей степени и имеет вид:

$$\lambda^3 C_a L_a R_g + \lambda^2 [L_a (1 - SR_g) + C_a R_a R_g] + \\ + \lambda [R_a (1 - SR_g) + R_g] + \frac{1}{C} = 0$$

(здесь учтено, что $C_a \ll C$). Условие устойчивости состояния равновесия при малых L_a и C_a запишется в виде:

$$R_a (1 - SR_g) + R_g > 0 \text{ и } L_a (1 - SR_g) + C_a R_a R_g > 0.$$

Следовательно, самовозбуждение схемы опять возможно и при $1 < SR_g < 1 + \frac{R_g}{R_a}$, именно, если паразитная индуктивность L_a достаточно велика:

$$L_a > \frac{C_a R_a R_g}{SR_g - 1} > C_a R_a^2.$$

Заметим, что при обычных значениях параметров мультивибратора ($C_a \approx 10 \text{ пкФ}$, $R_a \approx 10^8 \div 10^4 \text{ ом}$) величина $C_a R_a^2 \approx 10 \div 10^3 \text{ микро-генри}$, т. е. значительно больше обычно встречающихся паразитных индуктивностей анодной цепи. Поэтому такой мультивибратор будет возвращаться только при $SR_g > 1 + \frac{R_a}{R_g}$.

Заметим в заключение параграфа, что в том случае, когда под влиянием какого-либо малого параметра состояние равновесия системы является неустойчивым, скорость ухода системы из этого кажущегося устойчивым состояния в двух возможных случаях совершенно различна. Именно, в первом случае (практически наиболее интересном), когда малый параметр входит коэффициентом при старшей производной, новый корень характеристического уравнения $\lambda_{n+1} = -\frac{a_0}{\mu}$, т. е. величина корня, а значит и скорость ухода системы от состояния равновесия, тем больше, чем меньше параметр μ (в пределе при $\mu \rightarrow +0$ получаем уход мгновенным скачком).

Наоборот, во втором случае, когда малый параметр входит коэффициентом при интеграле, уход системы от состояния равновесия происходит медленным, «ползущим» движением (скорость ухода тем меньше, чем меньше параметр μ).

§ 3. Малые паразитные параметры и разрывные колебания

Все сказанное ранее относительно роли малых (паразитных) параметров в тех или иных колебательных системах можно перевести на язык фазовых представлений. Во всякой реальной системе, учитывая все новые и новые паразитные параметры, мы будем вводить