

( $\epsilon$ ), т. е. в  $O(\sqrt{\mu})$ -окрестности разрывного предельного цикла  $C_0$ . В итоге сформулированная выше теорема полностью доказана.

Доказанная теорема, очевидно, позволяет использовать разрывный предельный цикл системы

$$\mu \dot{x} = F(x, y), \quad \dot{y} = G(x, y) \quad (10.15a)$$

в качестве исходного (нулевого) приближения для вычисления тех или иных характеристик автоколебаний в системе (10.15a) при небольших значениях параметра  $\mu$ . Так, например, период автоколебаний (в нулевом приближении, т. е. при  $\mu \rightarrow +0$ )

$$T_0 = \int_{C_0} \frac{dy}{G} = \sum \int_{A_k B_k} \frac{dy}{G}.$$

При более детальном рассмотрении [93, 94, 158, 159] хода фазовых траекторий системы (10.15a) вблизи разрывного предельного цикла можно получить асимптотические разложения уравнения предельного цикла, периода автоколебаний и т. д. В частности, для периода автоколебаний получается выражение вида

$$T = T_0 + A \mu^{\frac{2}{3}} + B \mu \ln \frac{1}{\mu} + C \mu + O(\mu^{\frac{4}{3}}),$$

где  $A, B$  и  $C$  — числа, определяемые значениями функций  $F(x, y)$  и  $G(x, y)$  на разрывном предельном цикле<sup>1</sup>.

Ниже мы займемся рассмотрением разрывных автоколебаний в конкретных колебательных системах, «медленные» и «быстрые» движения которых отображаются (при соответствующих упрощающих предположениях) уравнениями (10.16) и (10.17) не выше второго порядка.

## § 5. Мультивибратор с одним $RC$ -звеном

Рассмотрим еще раз уже знакомую нам автоколебательную систему, совершающую при известных условиях разрывные автоколебания, — мультивибратор с одним  $RC$ -звеном (рис. 527)<sup>2</sup>). Как мы уже видели в § 8 гл. IV, модель мультивибратора, построенная при пренебрежении

<sup>1)</sup> Заметим, что коэффициент  $A$  зависит от кривизны линии  $F(x, y) = 0$  в точках  $B_k$ . В частности, когда радиусы кривизны этой линии во всех точках  $B_k$  стремятся к нулю, т. е. линия  $F$  стремится к линии с изломами в точках  $B_k$ , коэффициент  $A \rightarrow 0$  и поправка на период становится величиной порядка  $\mu \ln \frac{1}{\mu}$  (см., например, § 5 гл. VIII).

<sup>2)</sup> См. также § 8 гл. IV, § 12 гл. V и § 5 гл. VIII.

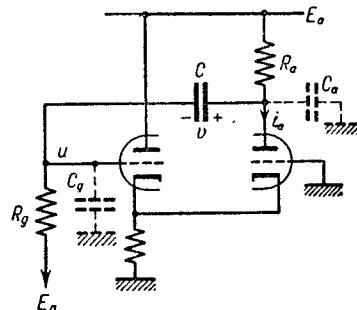


Рис. 527.

всеми паразитными параметрами, оказалась «вырожденной», «дефектной» в том смысле, что она без дополнительных предположений (без постулата скачка) не позволяла проследить за колебаниями мультивибратора, не объясняла даже качественных особенностей колебаний мультивибратора. Это произошло из-за того, что среди отброшенных малых паразитных параметров имеются существенные для колебательных процессов в мультивибраторе. К числу таких существенных параметров относятся малые паразитные емкости  $C_a$  и  $C_g$ , всегда имеющиеся в реальной схеме (это малые паразитные емкости монтажа и внутриламповые емкости).

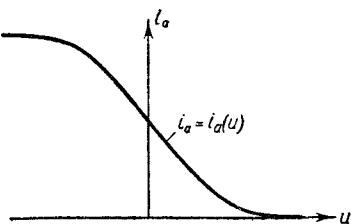


Рис. 528.

учитывая эти малые паразитные емкости (но считая, что  $C_a \ll C$  и  $C_g \ll C$ )<sup>1)</sup>. Пренебрегая сеточными токами и анодной реакцией, считая характеристику ламповой группы  $i_a = i_a(u)$  (рис. 528) заданной, мы получим на основании законов Кирхгофа:

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_a - (u + v)}{R_a} &= C \frac{dv}{dt} + C_a \frac{d(u+v)}{dt} + i_a(u), \\ C \frac{dv}{dt} &= \frac{u - E_g}{R_g} + C_g \frac{du}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (10.25)$$

Очевидно, мультивибратор имеет единственное состояние равновесия:

$$u = E_g, \quad v = v_0 = E_a - R_a i_a(E_g) - E_g.$$

Введем для упрощения выкладок новые, безразмерные переменные  $x$ ,  $y$ ,  $t_{\text{нов}}$ , связанные со старыми переменными  $u$ ,  $v$ ,  $t$  соотношениями:

$$u = E_g + u_0 x; \quad v = v_0 + \alpha u_0 x + \beta u_0 y; \quad t_{\text{нов}} = T_0 t,$$

где  $u_0$ ,  $T_0$  — некоторые масштабы напряжения и времени,  $\alpha$  и  $\beta$  — некоторые коэффициенты. Подставляя новые переменные во второе уравнение (10.25), получим:

$$\alpha u_0 \frac{CR_g}{T_0} \dot{x} + \beta u_0 \frac{CR_g}{T_0} \dot{y} = u_0 x + \frac{C_g R_g}{T_0} u_0 \dot{x}$$

(точкой сверху обозначено дифференцирование по новому, безразмерному времени), или, выбрав

$$\alpha = \frac{C_g}{C} \quad \text{и} \quad \beta CR_g = T_0,$$

имеем:

$$\dot{y} = x.$$

<sup>1)</sup> Для построения «добрачественной» модели мультивибратора, позволяющей рассмотреть (и качественно, и количественно) колебания мультивибратора, достаточно, вообще говоря, учесть хотя бы одну из этих паразитных емкостей,

Аналогично первое уравнение (10.25) в новых переменных запишется в виде:

$$\begin{aligned} \frac{R_a(C+C_a)}{T_0} (\alpha u_0 \dot{x} + \beta u_0 \dot{y}) + \frac{R_a C_a}{T_0} u_0 \dot{x} = \\ = -u_0 x - \alpha u_0 x - \beta u_0 y - R_a [i_a(E_g + u_0 x) - i_a(E_g)] \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \frac{\alpha R_a(C+C_a)+R_a C_a}{T_0} \dot{x} = -x \left[ 1 + \frac{C_g}{C_a} + \frac{R_a}{R_g} \left( 1 + \frac{C_a}{C} \right) \right] - \\ - \beta y - \frac{R_a}{u_0} \left[ i_a(E_g + u_0 x) - i_a(E_g) \right]. \end{aligned}$$

Выбрав

$$\beta = 1 + \frac{C_g}{C} + \frac{R_a}{R_g} \left( 1 + \frac{C_a}{C} \right)$$

и, следовательно,

$$T_0 = (C + C_a) R_a + (C + C_g) R_g,$$

мы приведем уравнения (10.25) к виду, характерному для систем с разрывными колебаниями:

$$\left. \begin{aligned} \mu \dot{x} &= F(x, y) \equiv -x - y - K \cdot \varphi(x), \\ \dot{y} &= x, \end{aligned} \right\} \quad (10.26)$$

где

$$\mu = \frac{R_a}{R_g} \frac{\frac{C_a + C_g}{C} + \frac{C_a C_g}{C^2}}{\left[ 1 + \frac{C_g}{C} + \frac{R_a}{R_g} \left( 1 + \frac{C_a}{C} \right) \right]^2}$$

— малый положительный параметр, характеризующий малость паразитных емкостей (при  $C_a \ll C$  и  $C_g \ll C$  параметр  $\mu \ll 1$ ),

$$K = \frac{S R_a}{1 + \frac{C_g}{C} + \frac{R_a}{R_g} \left( 1 + \frac{C_a}{C} \right)}$$

— коэффициент передачи схемы,  $S$  — абсолютная величина крутизны характеристики ламповой группы в состоянии равновесия:

$$S = - \left( \frac{di_a}{du} \right)_{u=E_g}$$

и

$$\varphi(x) = \frac{1}{u_0 S} [i_a(E_g + u_0 x) - i_a(E_g)]$$

— приведенная, безразмерная характеристика ламповой группы (очевидно,  $\varphi'(x) \leq 0$ ,  $\varphi(0) = 0$ ,  $\varphi'(0) = -1$ ). При  $C_a \ll C$  и  $C_g \ll C$  переменные  $x = \frac{u - E_g}{\mu_0}$  и  $y \approx \frac{v - v_0}{\beta \mu_0}$  пропорциональны соответственно

переменным составляющим напряжения  $u$  на сетке левого триода и напряжения  $v$  на конденсаторе  $C$ ;

$$\mu \approx \frac{R_a}{R_g} \frac{\frac{C_a}{C} + \frac{C_g}{C}}{\left[ 1 + \frac{R_a}{R_g} \right]^2}, \quad K \approx \frac{SR_a}{1 + \frac{R_a}{R_g}};$$

масштаб времени

$$T_0 \approx C(R_a + R_g).$$

Заметим также, что масштаб напряжений  $u_0$  остался произвольным; его можно выбрать так, чтобы упростить выражение для  $\varphi(x)$ .

Ниже для упрощения рассмотрения мы будем рассматривать только симметричный случай, т. е. будем считать характеристику ламповой группы  $i_a = i_a(u)$  и сеточное смещение  $E_g$  такими, что приведенная характеристика  $\varphi(x)$  является нечетной функцией  $x$  ( $\varphi(-x) \equiv -\varphi(x)$ ), причем  $|\varphi'(x)|$  монотонно убывает при увеличении  $|x|$  (тогда  $-1 \leq \varphi'(x) \leq 0$ ).

**2. Фазовая плоскость  $x, y$  при  $\mu \rightarrow +0$ . Скачки напряжения  $u$ .** Рассмотрим разбиение фазовой плоскости  $x, y$  на траектории для случая малого  $\mu$ , точнее, для предельного случая  $\mu \rightarrow +0$ . Прежде всего выделим на фазовой плоскости кривую  $F$ :

$$F(x, y) \equiv -x - y - K \cdot \varphi(x) = 0$$

или

$$y = -x - K \cdot \varphi(x), \quad (10.27)$$

которая является фазовой линией «вырожденной» модели мультивибратора (т. е. модели с  $C_a = C_g = 0$  или с  $\mu = 0$ ). Из уравнений (10.26) следует, что при  $\mu \rightarrow +0$  фазовая скорость  $\dot{x}$  остается конечной только в малой  $O(\mu)$ -окрестности линии  $F$  и что вне малой окрестности этой кривой (с размерами, например, порядка  $\sqrt{\mu}$ ) имеют место «быстрые» движения изображающей точки (при  $\mu \rightarrow +0$   $\dot{x} \rightarrow +\infty$  под кривой  $F$  и  $\dot{x} \rightarrow -\infty$  над ней), в то время как  $\dot{y} = x$  всюду остается конечной. Вследствие этого фазовые траектории «быстрых» движений близки к горизонтальным прямым  $y = \text{const}$ , т. е. при «скачках» сеточного напряжения  $u$  напряжение  $v$  на конденсаторе  $C$  можно считать неизменным. Приближенное уравнение «быстрого» движения («скакка») изображающей точки по траектории, близкой к прямой  $y \equiv y^0 = \text{const}$ , мы получим из первого уравнения (10.26), заменив в нем  $y$  на приближенное значение  $y^0$ :

$$\mu \dot{x} = -y^0 - x - K \cdot \varphi(x). \quad (10.28)$$

В зависимости от величины коэффициента передачи  $K$  возможны два случая.

При  $K < 1$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -1 - K \cdot \varphi'(x) < 0$$

на всей фазовой линии «вырожденной» системы, поэтому все траектории «быстрых» движений идут к этой линии  $F$  (рис. 529, a). Следовательно, если начальное состояние мультивибратора отображалось точкой в малой окрестности кривой  $F$ , то изображающая точка будет в дальнейшем двигаться, не выходя из этой окрестности (точнее, вблизи линии  $F$ )<sup>1)</sup>. Соответственно колебания мультивибратора при  $K < 1$  и достаточно малом значении параметра  $\mu$  (т. е. при  $C_a \ll C$  и  $C_g \ll C$ ) отображаются (тем более точно, чем меньше  $\mu$ ) уравнением «медленных» движений, которое получается при пренебрежении паразитными емкостями или, иначе говоря, подстановкой уравнения фазовой линии  $F$  модели первого порядка (с  $\mu = 0$ ) — уравнения (10.27) — во второе уравнение (10.26):

$$[1 + K\varphi'(x)] \dot{x} + x = 0. \quad (10.29)$$

В этом случае (т. е. при  $K < 1$ ) малые паразитные емкости, если они действительно малы, не играют существенной роли в колебательных процессах мультивибратора и ими можно пренебречь. Очевидно, при любых начальных условиях устанавливается состояние равновесия  $x = 0, y = 0$  (или  $u = E_g, v = v_0$ ), так как при  $K < 1$   $1 + K\varphi'(x) > 0$  для всех  $x$  и, следовательно, согласно уравнению (10.29)  $x \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow +\infty$ .

Иная картина получается при  $K > 1$ . В этом случае, как нетрудно видеть, состояние равновесия  $(0, 0)$  неустойчиво как при учете паразитных параметров (при  $\mu > 0$ ), так и при пренебрежении ими (при  $\mu = 0$ ). Теперь на фазовой линии  $F$  «вырожденной» модели имеется отрезок  $-x' \leq x \leq +x'$  ( $x' > 0$ ) — единственный корень уравнения  $1 + K\varphi'(x) = 0$ , на котором условие несущественности малых паразитных емкостей не выполняется: на этом отрезке

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -1 - K\varphi'(x) \geq 0.$$

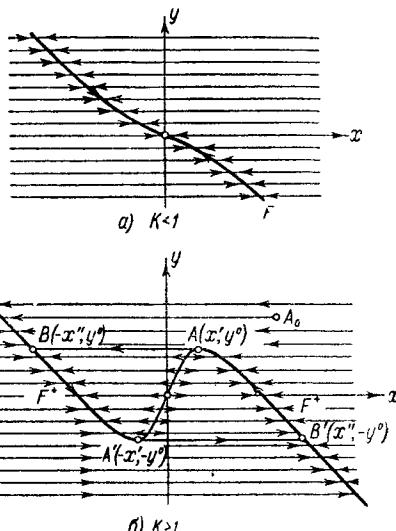


Рис. 529.

<sup>1)</sup> Если же начальное состояние мультивибратора отображалось точкой вне малой окрестности кривой  $F$ , то изображающая точка, совершив «скакок» по соответствующей траектории «быстрого» движения в малую окрестность линии  $F$ , в дальнейшем будет двигаться вблизи фазовой линии  $F$ . В пределе, при  $\mu \rightarrow +0$ , это «медленное» движение будет происходить по самой линии  $F$ .

Фазовые траектории «быстрых» движений отходят от этого отрезка фазовой линии «вырожденной системы», содержащего, между прочим, и состояние равновесия  $(0, 0)$  (рис. 529, б). Таким образом, при малых паразитных емкостях (при  $\mu \ll 1$  или, точнее, в пределе при  $\mu \rightarrow +0$ ) мультивибратор уходит «скакком» из всех состояний с  $|x| \leq x'$ , причем при «скакке» скачкообразно изменяется переменное  $x$ , т. е. напряжение  $u$  на сетке левого триода, при неизменном значении переменного  $y$ , т. е. при неизменном напряжении  $v$  на конденсаторе  $C$  мультивибратора. Так из динамики модели мультивибратора, построенной при учете сколь угодно малых паразитных емкостей  $C_a$  и  $C_g$ , существенных для колебательных процессов в мультивибраторе (при  $K > 1$ ), получается постулат скачка, использованный нами в § 8 гл. IV.

Как нетрудно видеть, все траектории «быстрых» движений идут в малые окрестности тех частей  $F^+$  фазовой линии  $F$  «вырожденной» модели, на которых выполняется условие несущественности паразитных емкостей:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -1 - K \cdot \varphi'(x) < 0,$$

т. е. к участкам кривой  $F$ :  $|x| > x'$ , имеющим отрицательный наклон<sup>1)</sup>. Только в малых  $O(\mu)$ -окрестностях этих участков имеют место «медленные» (с конечными скоростями изменения  $x$  при  $\mu \rightarrow +0$ ) движения изображающей точки вблизи линии  $F$ , подчиняющиеся приближенно (но тем точнее, чем меньше  $\mu$ ) уравнению (10.29). В пределе, при  $\mu \rightarrow +0$ , эти траектории «медленных» движений стремятся к рассматриваемым участкам линии  $F$  с  $|x| > x'$ . Таким образом получается разбиение фазовой плоскости мультивибратора на траектории, изображенное на рис. 529, б для предельного случая  $\mu \rightarrow +0$ . К этому разбиению близки разбиения фазовой плоскости на траектории при достаточно малых  $\mu$ .

Так как на участках кривой  $F$  с  $|x| > x' \quad 1 + K\varphi'(x) > 0$ , то там  $|x|$  с течением времени уменьшается, и изображающая точка в силу динамики «вырожденной» модели (в силу уравнения (10.29)) придет в одну из точек  $A$  или  $A'$  ( $c x = \pm x'$ ,  $y = \pm y^0 = \pm [x' + K\varphi(x')]$ ), откуда «скакком» по траектории «быстрого» движения  $y = \text{const}$  «перепрыгнет» соответственно в точку  $B$  ( $-x'$ ,  $y^0$ ) или в точку  $B'$  ( $x'$ ,  $-y^0$ ), после чего снова начнется «медленное» движение и т. д. Для нахождения концевой точки скачка в рассматриваемой нами задаче нет необходимости прибегать к исследованию уравнения «быстрых» движений (10.28), — она однозначно определяется по начальной точке «скакка»

<sup>1)</sup> На линии  $F(x, y) = 0 \quad F'_x + F'_y \left( \frac{dy}{dx} \right)_{F=0} = 0$ , т. е.  $\left( \frac{dy}{dx} \right)_{F=0} = -\frac{F'_x}{F'_y} = +F'_x$  в силу  $F'_y = -1$ .

условием неизменности значения переменной  $y$  (т. е. напряжения  $v$  на конденсаторе  $C$ ) во время скачка, что дает в силу (10.27) следующее уравнение для определения абсцисс концевых точек скачка:

$$x'' + K \cdot \varphi(x'') = -\{x' + K\varphi'(x')\}. \quad (10.30)$$

Очевидно, замкнутая кривая  $ABA'B'A$  (рис. 529, б) является предельным циклом, устанавливающимся при любых начальных условиях.

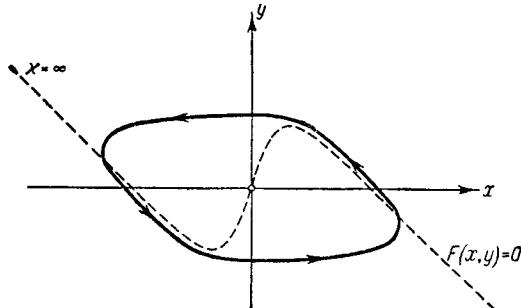


Рис. 530.

Этот предельный цикл и является математическим образом «разрывных» автоколебаний мультивибратора, при которых «медленные» движения (с конечными скоростями изменения сеточного напряжения  $u$  или  $x$ ) периодически чередуются с «быстрыми», «скаккообразными» (с  $\dot{x} \rightarrow \infty$  при  $\mu \rightarrow +0$ ). Можно показать, что при малых  $\mu$  на фазовой плоскости также существует предельный цикл (рис. 530), близкий к циклу  $ABA'B'A$ , т. е. стягивающийся к нему при  $\mu \rightarrow +0$  (см. предыдущий параграф). Осциллограммы колебаний переменных  $x$  и  $y$ , соответствующие фазовой траектории, начинающейся в точке  $A_0$  (рис. 529, б), качественно изображены на рис. 531: колебания переменной  $x$ , т. е. сеточного напряжения  $u$ , носят «разрывный» характер; колебания переменной  $y$ , т. е. напряжения  $v$  на конденсаторе  $C$ , непрерывны и имеют «пилообразную» форму.

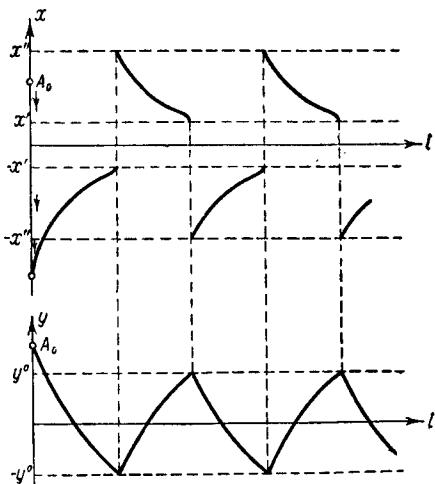


Рис. 531.

Период автоколебаний (при  $\mu \rightarrow +0$  или, иначе говоря, его приближенное значение при малых  $\mu$ ) мы, очевидно, получим, если вычислим времена пробега изображающей точки по участкам  $B'A$

и  $BA'$  «медленного» движения на предельном цикле (длительностью скачков мы пренебрегаем). На траекториях «медленных» движений  $F^+$

$$dt_{\text{нов}} = - \frac{1 + K\varphi'(x)}{x} dx,$$

поэтому период автоколебаний (он равен в рассматриваемом симметричном случае удвоенному времени движения изображающей точки по участку  $B'A$ )

$$\tau = 2 \int_{x'}^{x''} \frac{1 + K\varphi'(x)}{x} dx$$

в единицах безразмерного времени, или

$$T = T_0 \cdot \tau = 2C(R_a + R_g) \int_{x'}^{x''} \frac{1 + K\varphi'(x)}{x} dx$$

в обычных единицах.

Вычислим период автоколебаний мультивибратора, взяв некоторые конкретные выражения для характеристики ламповой группы.

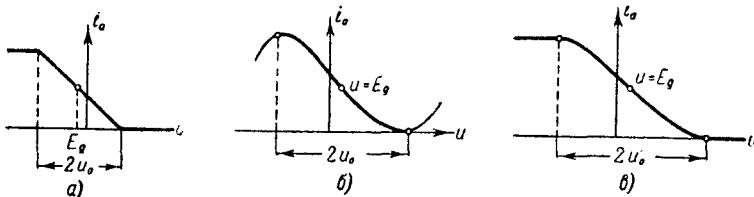


Рис. 532.

Для кусочно-линейной характеристики ламповой группы (рис. 532, а)

$$\varphi(x) = \begin{cases} +1 & \text{при } x < -1, \\ -x & \text{при } |x| < 1, \\ -1 & \text{при } x > 1 \end{cases} \quad \text{и} \quad \varphi'(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } |x| > 1, \\ -1 & \text{при } |x| < 1, \end{cases}$$

если выбрать за масштаб напряжения  $u_0$  половину «длины» падающего участка характеристики. В силу этого  $x' = 1$ <sup>1)</sup>,  $x'' = 2K - 1$  и в согласии с результатами § 8 гл. IV и § 5 гл. VIII<sup>2)</sup> период ав-

<sup>1)</sup> В случае кусочно-линейной характеристики начальными точками скачков изображающей точки после медленных движений являются точки излома характеристики  $x = \pm 1$ , так как условие несущественности паразитных емкостей не выполняется при всех  $|x| < 1$  (там  $F'_x = K - 1 > 0$ ) и выполняется только при  $|x| > 1$ , где  $F'_x = -1 < 0$ .

<sup>2)</sup> Это выражение является старшим членом в асимптотическом разложении периода автоколебаний, полученного в п. 6 § 5 гл. VIII; см. (8.60).

токолебаний

$$T = 2C(R_a + R_g) \ln(2K - 1).$$

Для характеристики, аппроксимируемой полиномом третьей степени (рис. 532, б), имеем:

$$\varphi(x) = -x + \frac{x^3}{3} \quad \text{и} \quad \varphi'(x) = x^2 - 1,$$

если под масштабом  $u_0$  понимать половину разности напряжений, при которых крутизна характеристики обращается в нуль. Абсциссы начальных точек скачков при разрывных автоколебаниях найдем из уравнения

$$1 + K(x^2 - 1) = 0, \quad \text{т. е.} \quad x' = \sqrt{\frac{K-1}{K}}.$$

Тогда согласно (10.26) абсциссы концевых точек скачков  $\pm x''$  определяются уравнением

$$\begin{aligned} x'' + K\left(-x'' + \frac{x''^3}{3}\right) &= -\left\{x' + K\left(-x' + \frac{x'^3}{3}\right)\right\} = \\ &= \frac{2}{3}(K-1) \sqrt{\frac{K-1}{K}}, \end{aligned}$$

которое, как нетрудно убедиться, имеет единственное действительное решение для  $x''$ :

$$x'' = 2 \sqrt{\frac{K-1}{K}}.$$

Поэтому

$$\tau = 2 \int_{x'}^{x''} \left[ Kx - \frac{K-1}{x} \right] dx = (3 - 2 \ln 2)(K-1) \approx 1,6(K-1)$$

и

$$T \approx 1,6 C(R_a + R_g)(K-1)^1.$$

Вычислим, наконец, период автоколебаний мультивибратора для характеристики, падающей участок которой представлен полиномом третьей степени (рис. 532, в), — для характеристики, принятой нами в § 12 гл. V при рассмотрении колебаний генератора с двухзвенной  $RC$ -цепочкой и мультивибратора с одним  $RC$ -звеном. Для этой характеристики, если взять в качестве масштаба напряжения  $u_0$  половину

<sup>1)</sup> А. А. Дородницыным [52] было получено асимптотическое разложение для периода автоколебаний мультивибратора при кубической характеристике, которое в наших обозначениях записывается в виде:

$$\begin{aligned} \tau &= 1,614(K-1) + 7,014(K-1)^{-\frac{1}{3}} \mu^{\frac{2}{3}} - \frac{11}{9} \frac{\mu}{K-1} \ln \frac{1}{\mu} - \\ &\quad - \frac{\mu}{K-1} \left\{ \frac{22}{9} \ln(K-1) - 0,087 \right\} + \dots \end{aligned}$$

Полученное сейчас выражение  $\tau \approx 1,6(K-1)$  является старшим членом в этом разложении.

«длины» падающего участка характеристики, имеем:

$$\varphi(x) = \begin{cases} +\frac{2}{3} & \text{при } x < -1, \\ -x + \frac{x^3}{3} & \text{при } |x| \leq 1, \\ -\frac{2}{3} & \text{при } x \geq 1; \end{cases} \quad \varphi'(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } |x| \geq 1, \\ x^2 - 1 & \text{при } |x| \leq 1; \end{cases}$$

$x' = \sqrt{\frac{K-1}{K}}$  (как и в предыдущем примере), а  $x''$  определяется уравнением

$$x'' - \frac{2}{3}K = -\{x' + K\varphi(x')\} = \frac{2}{3}(K-1)\sqrt{\frac{K-1}{K}},$$

т. е.

$$x'' = \frac{2}{3}\left\{(K-1)\sqrt{\frac{K-1}{K}} + K\right\}^1).$$

Тогда

$$\tau = 2 \int_{x'}^1 \left\{Kx - \frac{K-1}{x}\right\} dx + 2 \int_1^{x''} \frac{dx}{x} = 1 - (K-1) \ln \frac{K}{K-1} + \\ + 2 \ln \frac{2}{3} \left[(K-1)\sqrt{\frac{K-1}{K}} + K\right]$$

и

$$T = C(R_a - R_g) \left\{1 - (K-1) \ln \frac{K}{K-1} + \right. \\ \left. + 2 \ln \frac{2}{3} \left[(K-1)\sqrt{\frac{K-1}{K}} + K\right]\right\}.$$

## § 6. Механические разрывные колебания

Рассмотрим механические колебания, которые могут при известных условиях совершать тела, испытывающие большое трение, но обладающие малой массой [69]. Для конкретности будем считать, что речь идет о тормозном устройстве, схематически изображенном на рис. 533<sup>2)</sup>. Для этого устройства имеем следующее уравнение движения:

$$J\ddot{\varphi} = -k\varphi + M(\Omega - \omega)$$

<sup>1)</sup> Мы предполагали здесь, что  $x'' > 1$ ; это выполняется, как нетрудно видеть, при  $K > 4/3$ . Если же  $1 < K < 4/3$ , то при автоколебаниях мультивибратора ламповая группа будет работать только на падающем участке характеристики, вследствие чего период автоколебаний будет выражаться формулой, полученной в предыдущем примере.

<sup>2)</sup> Заметим, что это устройство представляет собой (конечно, сильно схематизированную) модель обычных тормозных устройств и зажима Прони, применяемого для измерения мощности. Поэтому все сказанное ниже относительно колебаний в такой системе, по-видимому, может служить упрощенной теорией вибрации тормозов и колебаний зажима Прони, часто наблюдаемых на практике.