

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие ко второму изданию . . . . .	8
Предисловие к первому изданию . . . . .	9
Введение . . . . .	15

### ГЛАВА I

#### Линейные системы

§ 1. Линейная система без трения (гармонический осциллятор) . . . . .	35
§ 2. Понятие о фазовой плоскости. Представление совокупности движений гармонического осциллятора на фазовой плоскости . . . . .	38
1. Фазовая плоскость (38). — 2. Уравнение, не содержащее времени (40). — 3. Особые точки. Центр (41). — 4. Изоклины (42). — 5. Состояние равновесия и периодические движения (43).	
§ 3. Устойчивость состояния равновесия . . . . .	45
§ 4. Линейный осциллятор при наличии трения . . . . .	48
1. Затухающий осцилляторный процесс (49). — 2. Изображение затухающего осцилляторного процесса на фазовой плоскости (52). — 3. Непосредственное исследование дифференциального уравнения (56). — 4. Затухающий апериодический процесс (59). — 5. Изображение апериодического процесса на фазовой плоскости (62).	
§ 5. Осциллятор с малой массой . . . . .	68
1. Линейные системы с $1/2$ степени свободы (68). — 2. Начальные условия и идеализации (72). — 3. Условия скачка (74). — 4. Другие примеры (77).	
§ 6. Линейные системы с «отрицательным трением» . . . . .	82
1. Механический пример (82). — 2. Электрический пример (85). — 3. Картина на фазовой плоскости (87). — 4. Поведение системы при изменении обратной связи (90).	
§ 7. Линейная система с отталкивающей силой . . . . .	94
1. Картина на фазовой плоскости (95). — 2. Электрическая система (98). — 3. Особая точка типа седла (99).	

### ГЛАВА II

#### Консервативные нелинейные системы

§ 1. Введение . . . . .	103
§ 2. Простейшая консервативная система . . . . .	104
§ 3. Исследование фазовой плоскости вблизи состояний равновесия . . . . .	108
§ 4. Исследование характера движений на всей фазовой плоскости . . . . .	116
§ 5. Зависимость поведения простейшей консервативной системы от параметра . . . . .	125
1. Движение тяжелой точки по окружности, вращающейся вокруг вертикальной оси (129). — 2. Движение тяжелой точки по параболе, вращающейся вокруг вертикальной оси (133). — 3. Движение проводника, обтекаемого током (136).	

§ 6. Уравнения движения . . . . .	141
1. Колебательный контур с железом (143). — 2. Колебательный контур с сернистовой солью в конденсаторе (145).	
§ 7. Общие свойства консервативных систем . . . . .	148
1. Периодические движения и их устойчивость (149). — 2. Однозначный аналитический интеграл и консервативность (151). — 3. Консервативные системы и вариационный принцип (155). — 4. Интегральный инвариант (156). — 5. Основные свойства консервативных систем (162). — 6. Пример. Совместное существование двух видов (164).	

ГЛАВА III  
Неконсервативные системы

§ 1. Диссипативные системы . . . . .	168
§ 2. Осциллятор с «кулоновским» трением . . . . .	175
§ 3. Ламповый генератор в случае $\Gamma$ -характеристики . . . . .	182
§ 4. Теория часов. Модели с ударами . . . . .	196
1. Часы в случае линейного трения (198). — 2. Ламповый генератор с контуром в цепи сетки в случае $\Gamma$ -характеристики (201). — 3. Модель часов с кулоновским трением (204).	
§ 5. Теория часов. Безударная модель «спуска с отходом назад» . . . . .	213
1. Модель часов с балансиром «без собственного периода» (217). — 2. Модель часов с балансиром, обладающим «собственным периодом» (223).	
§ 6. Свойства простейших автоколебательных систем . . . . .	229
§ 7. Предварительное рассмотрение автоколебаний, близких к синусоидальным . . . . .	231

ГЛАВА IV  
Динамические системы первого порядка

§ 1. Теорема существования и единственности . . . . .	241
§ 2. Качественный характер кривых на плоскости $t, x$ в зависимости от вида функции $f(x)$ . . . . .	243
§ 3. Представление движения на фазовой прямой . . . . .	244
§ 4. Устойчивость состояний равновесия . . . . .	247
§ 5. Зависимость характера движений от параметра . . . . .	251
1. Вольтова дуга в цепи с сопротивлением и самоиндукцией (252). — 2. Динатрон в цепи с сопротивлением и емкостью (255). — 3. Ламповое реле (257). — 4. Движение глиссирующего судна (260). — 5. Однофазный асинхронный мотор (261). — 6. Фрикционный регулятор (263).	
§ 6. Периодические движения . . . . .	266
1. Двухпозиционный регулятор температуры (268). — 2. Колебания в схеме с неоновой лампой (271).	
§ 7. Мультивибратор с одной $RC$ -цепью . . . . .	279

ГЛАВА V  
Динамические системы второго порядка

§ 1. Фазовые траектории и интегральные кривые на фазовой плоскости	288
§ 2. Линейные системы общего типа . . . . .	292
§ 3. Примеры линейных систем . . . . .	302
1. Малые колебания динатронного генератора (302). — 2. «Универсальная» схема (303).	
§ 4. Состояния равновесия. Устойчивость состояний равновесия . . . . .	308
1. Случай действительных корней характеристического уравнения (309). — 2. Случай комплексных корней характеристического уравнения (314).	

§ 5. Пример: состояния равновесия в цепи вольтовой дуги . . . . .	317
§ 6. Предельные циклы и автоколебания . . . . .	324
§ 7. Точечные преобразования и предельные циклы . . . . .	328
1. Функция последовательного преобразования (328). — 2. Устойчивость неподвижной точки. Теорема Кенигса (331). — 3. Условие устойчивости предельного цикла (335).	
§ 8. Индексы Пуанкаре . . . . .	338
§ 9. Системы без замкнутых траекторий . . . . .	345
1. Симметричное ламповое реле (триггер) (346). — 2. Работа динамомашины на общую нагрузку (355). — 3. Осциллятор с квадратичными членами (363). — 4. Еще один пример неавтоколебательной системы (363).	
§ 10. Исследование поведения фазовых траекторий в удаленных частях плоскости . . . . .	365
§ 11. Оценка месторасположения предельных циклов . . . . .	373
§ 12. Приближенные методы интегрирования . . . . .	383

## ГЛАВА VI

**Основы качественной теории дифференциальных уравнений второго порядка**

§ 1. Введение . . . . .	395
§ 2. Общая теория поведения траекторий на фазовой плоскости. Предельные траектории и их классификация . . . . .	397
1. Предельные точки полутраекторий и траекторий (397). — 2. Первая основная теорема о множестве предельных точек полутраекторий (399). — 3. Вспомогательные предложения (402). — 4. Вторая основная теорема о множестве предельных точек полутраекторий (405). — 5. Возможные типы полутраекторий и их предельных множеств (409).	
§ 3. Качественная картина разбиения фазовой плоскости на траектории. Особые траектории . . . . .	410
1. Топологически инвариантные свойства и топологическая структура разбиения на траектории (410). — 2. Орбитно-устойчивые и орбитно-неустойчивые (особые) траектории (412). — 3. Возможные типы особых и неособых траекторий (415). — 4. Элементарные ячейки — области, заполненные неособыми траекториями одинакового поведения (420). — 5. Односвязные и двухсвязные ячейки (424).	
§ 4. Грубые системы . . . . .	427
1. Грубые динамические системы (427). — 2. Грубые состояния равновесия (431). — 3. Простые и сложные предельные циклы. Грубые предельные циклы (441). — 4. Поведение сепаратрис седел в грубых системах (451). — 5. Необходимые и достаточные условия грубости (453). — 6. Классификация траекторий, возможных в грубых системах (454). — 7. Типы ячеек, возможных в грубых системах (457).	
§ 5. Зависимость качественной картины траекторий от параметра . . . . .	464
1. Бифуркационное значение параметра (465). — 2. Простейшие бифуркации состояний равновесия (467). — 3. Появление предельных циклов из сложных предельных циклов (468). — 4. Появление предельных циклов из сложного фокуса (470). — 5. Физический пример (476). — 6. Появление предельных циклов из сепаратрисы, идущей из седла в седло, и из сепаратрисы состояния равновесия седло-узел при его исчезновении (477).	

## ГЛАВА VII

**Системы с цилиндрической фазовой поверхностью**

§ 1. Цилиндрическая фазовая поверхность . . . . .	480
§ 2. Маятник с постоянным моментом . . . . .	483
§ 3. Маятник с постоянным моментом. Неконсервативный случай . . . . .	489
§ 4. Задача Жуковского о планирующем полете . . . . .	497

## ОГЛАВЛЕНИЕ

## ГЛАВА VIII

**Метод точечных преобразований и кусочно-линейные системы**

§ 1. Введение . . . . .	504
§ 2. Ламповый генератор . . . . .	507
1. Уравнение колебаний (507). — 2. Точечное преобразование (510). — 3. Неподвижная точка и ее устойчивость (515). — 4. Предельный цикл (518).	
§ 3. Ламповый генератор (симметричный случай) . . . . .	521
1. Уравнения колебаний и фазовая плоскость (521). — 2. Точечное преобразование (522). — 3. Неподвижная точка и предельный цикл (526).	
§ 4. Ламповый генератор со смещенной $\Gamma$ -характеристикой . . . . .	529
1. Уравнение колебаний, Фазовая плоскость (529). — 2. Точечное преобразование (531). — 3. Неподвижные точки и предельные циклы (534). — 4. Случай малых $\alpha$ и $\gamma$ (539).	
§ 5. Ламповый генератор с двухзвенной $RC$ -цепочкой . . . . .	539
1. Фазовая плоскость. Точечное преобразование (541). — 2. Исследование функций соответствия (546). — 3. Диаграмма Ламерей (549). — 4. Разрывные колебания (551). — 5. Период автоколебаний при малых $\mu$ (556).	
§ 6. Двухпозиционный авторулевой . . . . .	562
1. Постановка задачи (562). — 2. Фазовая плоскость, «Скользящий режим» (566). — 3. Точечное преобразование (570). — 4. Авторулевой с жесткой обратной связью (574). — 5. Другие системы автоматического регулирования (578).	
§ 7. Двухпозиционный авторулевой с запаздыванием . . . . .	580
1. Авторулевой с пространственным запаздыванием (581). — 2. Авторулевой с временным запаздыванием (591).	
§ 8. Релейная система автоматического регулирования (с мертвой зоной и пространственным запаздыванием) . . . . .	599
1. Уравнения движения некоторых релейных систем (601). — 2. Фазовая поверхность (604). — 3. Точечное преобразование при $\beta < 1$ (606). — 4. Диаграмма Ламерей (609). — 5. Структура разбиения фазовой поверхности на траектории (614). — 6. Динамика системы при сильной коррекции по скорости (619).	
§ 9. Осциллятор с квадратичным трением . . . . .	621
§ 10. Паровая машина . . . . .	626
1. Машина, работающая на «постоянную» нагрузку (629). — 2. Паровая машина, работающая на «постоянную» нагрузку и снабженная регулятором (635). — 3. Машина, работающая на нагрузку, зависящую от скорости (641).	

## ГЛАВА IX

**Нелинейные системы, близкие к гармоническому осциллятору**

§ 1. Введение . . . . .	650
§ 2. Метод Ван-дер-Поля . . . . .	653
§ 3. Обоснование метода Ван-дер-Поля . . . . .	663
1. Обоснование метода Ван-дер-Поля для процессов установления (663). — 2. Обоснование метода Ван-дер-Поля для установившихся колебаний (670).	
§ 4. Применение метода Ван-дер-Поля . . . . .	675
1. Ламповый генератор при мягком режиме (676). — 2. Ламповый генератор при аппроксимации характеристики лампы полиномом пятой степени (680). — 3. Авто-колебания лампового генератора с двухзвенной $RC$ -цепочкой (686).	
§ 5. Метод Пуанкаре . . . . .	689
1. Идея метода Пуанкаре (691). — 2. Метод Пуанкаре для систем, близких к линейным (693).	
§ 6. Применение метода Пуанкаре . . . . .	703
1. Ламповый генератор с мягким режимом (703). — 2. Значение малого параметра $\mu$ (705).	
§ 7. Ламповый генератор в случае ломанных характеристик . . . . .	707
1. Ламповый генератор в случае $\Gamma$ -характеристики (708). — 2. Ламповый генератор в случае ломанных характеристик без насыщения (709).	
§ 8. Влияние сеточного тока на работу лампового генератора . . . . .	714

§ 9. Теория бифуркаций в случае автоколебательной системы, близкой к линейной консервативной системе . . . . .	717
§ 10. Применение теории бифуркаций к исследованию режимов лампового генератора . . . . .	719
1. Мягкое возникновение колебаний (721). — 2. Жесткое возникновение колебаний (723).	
ГЛАВА X	
<b>Разрывные колебания</b>	
§ 1. Введение . . . . .	727
§ 2. Малые параметры и устойчивость состояний равновесия . . . . .	733
1. Схема с вольтовой дугой (736). — 2. Самовозбуждение мультивибратора (741).	
§ 3. Малые паразитные параметры и разрывные колебания . . . . .	745
1. Разбиение «полного» фазового пространства на траектории (747). — 2. Условие несущественности малых (паразитных) параметров (748). — 3. Разрывные колебания (753).	
§ 4. Разрывные колебания в системах второго порядка . . . . .	759
§ 5. Мультивибратор с одним $RC$ -звеном . . . . .	771
1. Уравнения колебаний (772). — 2. Фазовая плоскость $x, y$ при $\mu \rightarrow +0$ . Скачки напряжения $u$ (774).	
§ 6. Механические разрывные колебания . . . . .	780
§ 7. Два генератора электрических разрывных колебаний . . . . .	786
1. Схема с неоновой лампой (787). — 2. Диодный генератор разрывных колебаний (789).	
§ 8. Схема Фрюгауфа . . . . .	792
1. «Вырожденная» модель (793). — 2. Постулат скачка (796). — 3. Разрывные колебания схемы (797). — 4. Учет паразитных емкостей (800).	
§ 9. Мультивибратор с индуктивностью в анодной цепи . . . . .	804
1. Уравнения «медленных» движений (804). — 2. Уравнения мультивибратора при учете паразитной емкости $C_a$ (807). — 3. Разрывные колебания схемы (809).	
§ 10. «Универсальная» схема . . . . .	818
§ 11. Блокинг-генератор . . . . .	824
1. Уравнения колебаний (825). — 2. Скачки напряжений и токов (828). — 3. Разрывные колебания (832). — 4. Разрывные автоколебания блокинг-генератора (841).	
§ 12. Симметричный мультивибратор . . . . .	846
1. Уравнения колебаний (846). — 2. Скачки напряжений $u_1, u_2$ (849). — 3. Разрывные колебания мультивибратора (852).	
§ 13. Симметричный мультивибратор (с сеточными токами) . . . . .	855
1. Уравнения колебаний. Скачки напряжений $u_1$ и $u_2$ (856). — 2. Разрывные колебания (860). — 3. Точечное преобразование $P$ (867). — 4. Диаграммы Ламерей. Мягкий и жесткий режимы установления разрывных автоколебаний (883). — 5. Автоколебания мультивибратора при $E_g \geq 0$ (886).	
ДОПОЛНЕНИЕ I	
Основные теоремы теории дифференциальных уравнений . . . . .	892
ДОПОЛНЕНИЕ II	
Экспериментальное изучение разбиения фазового пространства на траектории при помощи электронного осциллографа . . . . .	898
ДОПОЛНЕНИЕ III	
Некоторые тригонометрические формулы . . . . .	903
Литература . . . . .	905
Предметный указатель . . . . .	913