

2.117. Плот с человеком плывет в спокойной воде со скоростью  $v$ . Человек находится в середине плота, масса плота  $M$ , масса человека  $m$ . Человек проходит по плоту расстояние  $l$  со скоростью  $u$  относительно плота и останавливается. Какое расстояние пройдет плот за это время, если человек шел: а) в направлении движения плота; в сторону, противоположную движению плота; б) перпендикулярно движению плота? В каком направлении и с какой скоростью должен идти человек, чтобы плот не двигался?

## Глава 3

### РАБОТА, МОЩНОСТЬ, ЭНЕРГИЯ

#### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1. Работой постоянной силы  $\vec{F}$  на перемещении  $\vec{s}$  ее точки приложения называется скалярное произведение этих векторов:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs \cos \alpha, \quad (3.1)$$

где  $\alpha$  — угол между направлением силы и перемещения (скорости). Если на тело действует несколько сил, каждая из которых совершает над ним работу, то вся произведенная работа равна алгебраической сумме работ отдельных сил:

$$A = \sum_{i=1}^n A_i.$$

Если в процессе совершения работы сила изменяется по модулю или направлению, ее работу можно вычислить по формуле (3.1) при условии, что известно среднее значение силы на данном перемещении. Вычислить  $F_{\text{ср}}$  методами элементарной математики можно лишь для простейшего случая, когда модуль силы  $\vec{F}$  изменяется пропорционально перемещению  $\vec{s}$ , т. е. когда

$$\vec{F} = k\vec{s}, \quad (3.2)$$

где  $k$  — некоторый постоянный коэффициент пропорциональности. По закону (3.2) изменяется, в частности, сила, действующая со стороны упругой пружины на растягивающие или сжимающие ее тела. Для пружины  $s$  — ее удлинение (сжатие);  $k$  — жесткость пружины, показывающая, какую силу нужно приложить к пружине, чтобы ее растянуть (сжать) на единицу длины. Среднее значение переменной силы (3.2) на каком-либо перемещении равно полусумме ее значений  $F_n$  в начале и  $F_k$  в конце этого перемещения:

$$F_{\text{ср}} = \frac{F_n + F_k}{2}.$$

Если  $F_n = 0$  и  $F_k = F$ , работа силы (3.2) на перемещении  $\vec{s}$  равна:

$$A = \frac{Fs}{2} = \frac{ks^2}{2} = \frac{F^2}{2k}. \quad (3.3)$$

Такую же работу совершает и сила упругости при растяжении или сжатии пружины из свободного состояния.

Минимальная работа по подъему тела массой  $m$  в поле тяготения равна:

$$A = mgh_{ц.т.}, \quad (3.4)$$

где  $h_{ц.т.}$  — расстояние, на которое поднимается центр тяжести тела по вертикали.

В общем случае работа силы  $\vec{F}$  на перемещении  $\vec{s}$  ее точки приложения определяется как скалярная величина, равная

$$A = \int_0^s \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_0^s F ds \cos \alpha, \quad (3.5)$$

где  $d\vec{s}$  — бесконечно малое перемещение вдоль траектории, на котором можно считать силу постоянной;  $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{F}$  и  $d\vec{s}$ . Формула (3.5) позволяет вычислить работу силы на данном отрезке пути, если известно, по какому закону изменяется сила в процессе движения — вид функции  $F = f(s)$ . В частности, если имеет место зависимость (3.2), при  $\alpha = 0$  из (3.5) мы получим (3.3).

2. Мощность, развиваемая постоянной силой  $\vec{F}$ , направленной под углом  $\alpha$  к направлению перемещения, может быть рассчитана по формуле

$$N = \frac{A}{t}, \quad (3.6)$$

и

$$N = Fv \cos \alpha = F_{\tau}v, \quad (3.6')$$

где  $F_{\tau} = F \cos \alpha$  — проекция силы на направление перемещения;  $v$  — модуль скорости тела.

Используя формулу (3.6') для практических расчетов, необходимо различать два возможных случая. Если по условию задачи требуется определить среднее значение мощности, то под  $v$  следует понимать среднюю скорость движения. Если же необходимо найти мощность в некоторый момент времени — мгновенную мощность, за  $v$  нужно принять мгновенное значение скорости в этот момент. К мгновенной мощности относятся максимальная и минимальная мощности.

Понятие мощности вводится для оценки работы, которую совершает или может совершить та или иная машина (механизм) в единицу времени, поэтому в формуле (3.6') под  $F_{\tau}$  всегда подразумевается одна строго определенная сила — сила тяги, направленная в сторону перемещения рассматриваемого тела.

3. Физическое состояние всех тел и полей определяется различными видами движения материи, каждое из этих состояний характеризуется рядом величин. Существует скалярная физическая величина, которая при любых изменениях, происходящих в изолированной системе тел (полей), остается неизменной и поэтому может быть принята за единую количественную меру движения материи. Единую количественную меру движения материи, не зависящую от форм этого движения, называют энергией.

В различных процессах и явлениях, обусловленных проявлением того или иного вида движения материи, в каждом конкретном случае энергию можно выразить через комбинации физических величин, характеризующих частные свойства материи и ее движения.

Поскольку движение материи изменяется лишь при взаимодействии тел и в процессе такого взаимодействия всегда совершается работа, то за меру энергии принимается работа, которую может совершить тело или система тел, находясь в данном состоянии. Учитывая это, энергию, хотя она и является одной из фундаментальных физических характеристик, для большей наглядности определяют как величину, показывающую, какую максимальную работу может совершить тело (поле) или их система за счет изменения своего физического состояния.

Часть энергии тела, соответствующую механическим формам движения материи, называют механической энергией.

Иначе, механическая энергия — это величина, которая показывает, какую максимальную работу может совершить тело (система тел) за счет изменения своего механического состояния.

Механическую энергию принято делить на кинетическую и потенциальную. В случае движения материальной точки или поступательного движения твердого тела эта работа, а следовательно, и кинетическая энергия равна:

$$W_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (3.7)$$

Потенциальная энергия представляет собой часть механической энергии, обусловленную взаимным расположением тел или частей тела и их взаимодействием друг с другом. Потенциальную энергию измеряют максимальной работой, которая может быть совершена внутренними силами системы вследствие изменения конфигурации этой системы.

Потенциальную энергию сжатой (растянутой) пружины измеряют работой, которую может совершить сила упругости при возвращении пружины в исходное состояние. Согласно (3.3) она равна

$$W_p = \frac{ks^2}{2}. \quad (3.8)$$

Потенциальную энергию тел, расположенных около Земли, изме-

ряют работой, совершаемой силой земного притяжения при удалении тел от Земли на бесконечно большое расстояние.

Если считать, что на тело действует только сила земного притяжения, то эта работа, а следовательно, и потенциальная энергия тела массой  $m$ , находящегося на расстоянии  $r \geq R_3$  от центра Земли, равна:

$$W_p = -G \frac{mM}{r} = -mgr = -mg_0 \frac{r^2}{R_3}, \quad (3.9)$$

где  $G$  — гравитационная постоянная,  $M$  — масса Земли,  $g$  — ускорение свободного падения,  $R_3$  — радиус Земли.

На поверхности Земли ( $r = R_3$ ) тело обладает потенциальной энергией

$$W_p = -G \frac{mM}{R_3} = -mg_0 R_3. \quad (3.9')$$

Для всех практических вопросов, связанных с движением тел у поверхности Земли, интерес представляет не само значение потенциальной энергии, а ее изменение, равное

$$\Delta W_p = mgh. \quad (3.10)$$

Эта формула справедлива только для перемещения тел по вертикали на расстояние во много раз меньшее, чем среднее расстояние от тела до центра Земли, так как лишь при этом условии можно пренебречь изменением силы тяжести с высотой и считать ее постоянной. Для тел, расположенных вблизи поверхности Земли, выражение, стоящее в правой части формулы (3.10), рассматривают обычно не как изменение потенциальной энергии, а как ее значение на высоте  $h$ , отсчитанной от поверхности Земли. (Потенциальную энергию на уровне поверхности Земли условно принимают равной нулю.)

Полная механическая энергия системы тел равна сумме кинетических и потенциальных энергий всех тел, входящих в данную систему:

$$W_{\text{полн}} = \sum W_k + \sum W_p.$$

Кинетические энергии тел суммируются арифметически, поскольку они не зависят от направления движения, потенциальные энергии тяготения могут иметь положительное и отрицательное значение в зависимости от выбора уровня отсчета высоты.

В изолированной системе тел при любых переходах системы из одного состояния в другое полная энергия системы (включая все известные виды энергии) остается неизменной (закон сохранения энергии). Если в такой системе механическая энергия не преобразуется в другие виды энергии (и наоборот), полная механическая энергия системы остается постоянной:

$$W_{\text{полн}} = \text{const.} \quad (3.11)$$

Из закона сохранения механической энергии как следствие вытекает:

а) Если в какой-либо момент времени полная механическая энергия изолированной системы равна  $W_1$ , а в любой последующий момент времени  $W_2$ , то

$$W_2 - W_1 = 0. \quad (3.11')$$

б) В применении к наиболее часто встречающемуся случаю, когда в задаче рассматривают изолированную систему, состоящую из двух тел — Земля плюс тяжелый предмет у ее поверхности, уравнение (3.11) можно представить в виде:

$$\frac{mv_2^2}{2} + mgh - \frac{mv_1^2}{2} = 0, \quad (3.11'')$$

где  $v_1$  и  $v_2$  — модули скоростей тела относительно поверхности Земли в первом и втором состоянии;  $h$  — модуль перемещения тела по вертикали. Изменение энергии самой Земли при этом не учитывают.

в) Если на тело (систему тел) в процессе его перехода из одного состояния в другое, помимо силы земного притяжения, действуют другие силы, то работа этих сил равна изменению полной механической энергии:

$$A = W_2 - W_1. \quad (3.12)$$

В том случае, когда в правой части этого уравнения изменение потенциальной энергии тяготения учтено, работа силы тяжести  $m\vec{g}$  и ее составляющих в  $A$  не входит.

При движении тел под действием одной лишь силы тяжести их нельзя считать изолированными. Изолированной системой, в которой имеет место закон сохранения энергии, здесь является система тело — Земля, однако при составлении уравнения (3.11'') изменение энергии Земли не учитывается, так как оно мало.

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ. ПРИМЕРЫ

1. Правила решения задач о работе постоянной силы сводятся к следующим:

а) Установить, работу какой силы требуется определить, и записать исходную формулу:  $A = Fscos\alpha$ , где  $\vec{F}$  может быть и равнодействующей, и отдельной силой.

б) Сделать чертеж, указав на нем силы, приложенные к телу.

в) Установить, чему равен угол  $\alpha$  между направлением вектора силы, работу которой нужно вычислить, и направлением перемещения (скорости).

г) Если сила условием задачи не задана, ее следует найти из уравнения второго закона динамики.

д) Найти модуль перемещения (если оно неизвестно) по формулам кинематики.