

ГИДРОМЕХАНИКА

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1. Основная задача гидромеханики состоит в том, чтобы найти законы распределения давлений и скоростей внутри жидкости. Сравнительно просто эта задача решается для идеальной жидкости — несжимаемой жидкости, в которой отсутствуют силы трения между ее слоями (нет вязкости). Со стороны идеальной жидкости на тела могут действовать только нормальные силы упругости. Силовое взаимодействие в жидкости характеризуется скалярной величиной — давлением.

Давление, производимое силой \vec{F} , равномерно распределенной по плоской поверхности площадью S и действующей перпендикулярно поверхности, равно:

$$p = \frac{F}{S}. \quad (6.1)$$

Давление, создаваемое покоящейся жидкостью, называют гидростатическим.

При отсутствии движений внутри идеальной жидкости, находящейся в равновесии, давление, производимое жидкостью на глубине h , равно:

$$p = \rho gh, \quad (6.2)$$

где ρ — плотность жидкости; g — модуль ускорения свободного падения.

Формула (6.2) носит общий характер: давление не зависит от того, какую форму имеет сосуд, содержащий жидкость.

Сила гидростатического давления жидкости на дно сосуда равна весу столба жидкости с основанием, равным площади дна сосуда:

$$F_{\text{дн}} = p_{\text{дн}} S_{\text{дн}} = \rho gh S_{\text{дн}}.$$

Средняя сила давления жидкости на плоскую боковую стенку наполненного сосуда равна давлению жидкости на глубине центра тяжести стенки, умноженному на площадь ее поверхности:

$$F_{\text{б}} = p_{\text{ц.т.}} S_{\text{б}} = \rho gh_{\text{ц.т.}} S_{\text{б}}.$$

Давление p_0 на открытой поверхности жидкости передается во все точки жидкости без изменения (закон Паскаля).

Из закона Паскаля следует:

1) полное давление в любой точке жидкости складывается из давления p_0 на ее открытой поверхности, которое обычно равно атмосферному, и гидростатического давления столба жидкости, находящегося над этой точкой:

$$p = p_0 + \rho gh;$$

2) при равновесии жидкости давление на поверхности одного уровня внутри однородной жидкости во всех точках этой поверхности одинаково.

2. На тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, модуль которой равен весу жидкости, вытесненной телом:

$$F_v = \rho_{ж} g V,$$

где $\rho_{ж}$ — плотность жидкости; V — объем вытесненной жидкости. Выталкивающая сила является суммой сил упругости, действующих на поверхность тела со стороны жидкости. Приложена эта сила в центре тяжести вытесняемого объема жидкости и направлена по нормали к ее открытой поверхности.

На тело, находящееся на дне сосуда с жидкостью (или погруженное в жидкость на нити), в общем случае действуют три силы: сила тяжести, равная mg ; выталкивающая сила \bar{F}_v и реакция \bar{N} дна сосуда (или сила натяжения нити \bar{F}_n), равная по модулю весу тела в жидкости.

3. При стационарном (установившемся) течении идеальной жидкости, когда все частицы жидкости, проходящие через данную точку пространства, имеют одинаковую скорость, через любое сечение потока проходит одинаковое количество жидкости (закон постоянства потока):

$$Q = \frac{m}{t} = \text{const.} \quad (6.3)$$

Если жидкость с плотностью ρ проходит через сечение S со скоростью \bar{v} , то временной расход жидкости Q через это сечение равен:

$$Q = \rho S v. \quad (6.3')$$

Из формул (6.3) и (6.3') следует, что для двух произвольных сечений потока

$$\rho S_1 v_1 = \rho S_2 v_2, \quad (6.3'')$$

где v_1 и v_2 — модули скоростей частиц жидкости, проходящих через сечения S_1 и S_2 .

Поток жидкости, текущей со скоростью \bar{v} и падающей с высоты h , обладает мощностью

$$N = \frac{W_{\text{полн}}}{t} = \frac{W_k + W_p}{t} = \frac{mv^2}{2t} + \frac{mgh}{t}, \quad (6.4)$$

или

$$N = \frac{Qv^2}{2} + Qgh, \quad (6.4')$$

или

$$N = \rho \frac{Sv^3}{2} + \rho S v g h. \quad (6.4'')$$

Если в произвольном сечении установившегося потока выбрать достаточно тонкий слой жидкости, центр тяжести которого находится на высоте h от нулевого уровня отсчета, то вдоль всего потока должно выполняться соотношение (закон Бернулли)

$$p + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}, \quad (6.5)$$

где p — внешнее давление; v — скорость движения жидкости через данное сечение.

Сумма $p + \rho gh$ представляет статическое давление, член $\rho \frac{v^2}{2}$ — динамическое давление жидкости. Все вместе дает полное давление жидкости в движущемся слое.

С энергетической точки зрения давление p есть работа, совершаемая внешними силами над единичным объемом жидкости, произведения ρgh и $\rho v^2/2$ соответственно представляют собой потенциальную и кинетическую энергию жидкости, заключенной в этом объеме.

Согласно формуле (6.5) для двух произвольных сечений потока идеальной жидкости

$$p_1 + \rho gh_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho gh_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}. \quad (6.5')$$

Если $v_1 = 0$, $h_2 = 0$ и $p_1 = p_2$ (жидкость вытекает из малого отверстия широкого открытого сосуда), то

$$v = \sqrt{2gh} \quad (\text{формула Торричелли}), \quad (6.5'')$$

где $v = v_2$, $h = h_1$ — глубина, на которой находится отверстие в сосуде.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ. ПРИМЕРЫ

Законы гидромеханики (6.2) — (6.5) позволяют решать многие задачи как по статике, так и по динамике жидкостей. Среди этих задач нужно прежде всего выделить задачи на уравнение второго закона Ньютона, в которых движущимся телом является слой жидкости. В этих задачах приходится учитывать не силы, действующие между телами, а производимые ими давления.

1. Правила решения задач этой группы почти такие же, как задач на статику или динамику тела, движущегося поступательно. Различие состоит лишь в том, что уравнения равновесия или второго закона Ньютона нужно записывать не через силы, а через давления. Выразить левую часть основного уравнения динамики через давление можно следующим образом. Выбрав слой жидкости, для которого составляется уравнение, надо представить его массу как произведение ρSl , где ρ — плотность жидкости, S — площадь поперечного сечения, проведенного перпендикулярно направлению движения жидкости, l — толщина слоя. Тогда урав-