или молекул вещества, имеющего массу m, возрастает на величину

$$\Delta U = Q = \lambda m, \tag{7.4}$$

где λ — удельная теплота плавления.

В процессе кристаллизации потенциальная энергия уменьшается на такую же величину, и соответствующее количество теплоты отводится к окружающим телам. Кинетическая энергия атомов при этом почти не меняется.

б) Если при испарении жидкости образуется пар массой m, то потенциальная энергия молекул пара увеличивается, а кинетическая энергия молекул, остающихся в жидкости, уменьшается на величину

$$\Delta U = rm, \tag{7.5}$$

где r — удельная теплота парообразования. Внутренняя энергия системы пар — жидкость при этом остается неизменной. Если процессу испарения сопутствует теплообмен с окружающей средой, в результате которого температура жидкости остается постоянной, то количество подводимой к ней теплоты определяется той же формулой (7.5).

При образовании пара массой m в процессе кипения жидкости потенциальная энергия молекул возрастает на величину

$$\Delta U = r_{\text{к}} m,$$

где $r_{\text{к}}$ — удельная теплота кипения, являющаяся частным значением удельной теплоты парообразования жидкости для температуры кипения. Внутренняя энергия системы в процессе кипения (при $A = 0$) увеличивается за счет сообщаемого жидкости соответствующего количества теплоты извне.

в) В процессе химического соединения у ряда веществ перестраивается структура молекул, в результате чего резко увеличивается их кинетическая энергия. Такие процессы называют процессами горения, а участвующие в них тела — топливом и окислителем.

При полном сгорании топлива массой m внутренняя энергия теплового движения молекул возрастает на величину

$$\Delta U = Q = qm, \tag{7.6}$$

где q — удельная теплота сгорания топлива при данном окислителе.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ. ПРИМЕРЫ

1. Решение задач этой главы основано на уравнении закона сохранения и превращения энергии с учетом формул изменения внутренней энергии тел и некоторых уравнений механики. Умение правильно применять закон сохранения энергии к конкретным

физическим процессам представляет основную трудность при решении задач на тепловые явления. Особое внимание здесь нужно обратить на различие между количеством теплоты и изменением внутренней энергии и на выбор системы тел (или тела), для которой составляется основное уравнение. Нередко возникают затруднения при числовых расчетах в задачах, связанных с превращением одного вида энергии в другой. Здесь нужно помнить, что в уравнении (7.1) закона сохранения и превращения энергии все три величины Q, ΔU и A должны быть выражены в одних единицах.

2. Задачи об изменении внутренней энергии тел можно разделить на три группы. В задачах первой группы рассматривают такие явления, где в изолированной системе при взаимодействии тел изменяется лишь их внутренняя энергия без совершения работы над внешней средой. Одни из тел, участвующих в теплообмене, при этом охлаждаются, другие — нагреваются. Согласно закону сохранения и превращения энергии (7.1) для тел, внутренняя энергия которых уменьшается, можно записать:

$$Q_{\text{отд}} = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \ldots + \Delta U_n = \sum_{i=1}^{n} \Delta U_i, \qquad (7.7)$$

так как ни самими телами, ни над телами работа не совершается.

Аналогично для тел, энергия которых возрастает, будем иметь:

$$Q_{\text{получ}} = \Delta U'_1 + \Delta U'_2 + \ldots + \Delta U'_m = \sum_{k=1}^{m} \Delta U'_k. \qquad (7.7')$$

Из определения понятия количества теплоты и закона сохранения энергии как следствие вытекает:

$$Q_{\text{отд}} = Q_{\text{получ}} \qquad \text{или} \qquad \sum_{i=1}^{n} \Delta U_i = \sum_{k=1}^{m} \Delta U'_k. \qquad (7.8)$$

Перенеся все члены в левую часть равенства, уравнение (7.8) представим в ином виде:

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta U_i - \sum_{k=1}^{m} \Delta U'_k = 0,$$

или короче:

$$\sum \Delta U = 0. \qquad (7.8')$$

Последнее уравнение является очевидным следствием первого начала термодинамики — в изолированной системе тел, где происходят только процессы теплопередачи, внутренняя энергия системы не изменяется и, следовательно, алгебраическая сумма изменений энергии отдельных тел равна нулю.

Уравнение (7.8) называют уравнением теплового баланса, оно обычно служит основным расчетным соотношением для всех задач первой группы.

Правила их решения состоят в следующем:

а) Прочитав условие задачи, нужно установить, у каких тел внутренняя энергия уменьшается, у каких — возрастает. Особое внимание следует обращать на то, происходят ли в процессе теплообмена агрегатные превращения или нет.

б) Составить уравнение (7.7) для тел, энергия которых уменьшается, (7.7′) — для тел, энергия которых возрастает, и приравнять полученные суммы.

При записи уравнения теплового баланса в виде (7.8) нужно в выражении $cm(t_2 - t_1)$ для изменения внутренней энергии всегда вычитать из большей температуры тела меньшую и суммировать все члены арифметически, если же уравнение записывается в виде (7.8′), необходимо вычитать из конечной температуры тела начальную и суммировать члены с учетом получающегося знака.

В ряде задач задается КПД теплообмена; в этом случае его всегда нужно ставить сомножителем перед $Q_{\text{отд}}$.

Во всех задачах на теплообмен, где нет специальных оговорок, предполагается, что теплопроводность всех взаимодействующих тел бесконечно большая и поэтому передача энергии от одного тела к другому происходит мгновенно.

При определенном навыке можно составлять уравнение (7.8) или (7.8′) теплового баланса сразу, не прибегая к промежуточным выкладкам. Практически при решении задач удобнее пользоваться первым из этих уравнений.

3. В задачах второй группы рассматривают явления, связанные с превращением одного вида энергии в другой при взаимодействии двух тел. Результат такого взаимодействия — изменение внутренней энергии одного тела вследствие совершенной им или над ним работы. Теплообмен между телами здесь, как правило, не учитывают.

Уравнение закона сохранения и превращения энергии в этом случае имеет вид:

$$0 = \Delta U + A. \tag{7.9}$$

Решение таких задач удобно проводить по следующей схеме.

а) Анализируя условие задачи, нужно прежде всего установить, у какого из двух взаимодействующих тел изменяется внутренняя энергия и что является причиной этого изменения — работа, совершенная самим телом, или работа, совершенная над телом. Кроме того, следует убедиться, что в процессе взаимодействия тел теплота извне к ним не подводится, т. е. действительно ли $Q = 0$.

б) Записать уравнение (7.9) для тела, у которого изменяется внутренняя энергия, учтя знак перед A и КПД η рассматриваемого процесса. При записи уравнения (7.9) с учетом КПД удобно поступать так. Если по смыслу задачи работа совершается за счет уменьшения внутренней энергии одного из тел и по каким-либо причинам лишь часть ее идет на совершение работы A, то

$$A = \eta \Delta U. \qquad (7.9')$$

Если же из условия видно, что внутренняя энергия тела увеличивается за счет работы, совершенной над телом, и по каким-либо причинам лишь часть ее идет на увеличение U, то

$$\eta A = \Delta U. \qquad (7.9'')$$

в) Составив уравнение (7.9), нужно найти выражение для A и ΔU.

Для A возможно одно из следующих соотношений:

$$A = Fs;$$
$$A = N\tau;$$
$$A = W_2 - W_1.$$

Для ΔU чаще всего достаточно использовать одну из формул:

$\Delta U = qm$ (сжигание топлива);
$\Delta U = cm\Delta t + \lambda m$ (нагревание и плавление тела);
$\Delta U = cm\Delta t + rm$ (нагревание и испарение).

Подставляя в исходное уравнение вместо A и ΔU их выражения, получим окончательное соотношение для определения искомой величины. Если в условиях задачи даются дополнительные условия, то к основному уравнению следует, как обычно, добавить вспомогательное.

г) Далее нужно выписать числовые значения известных величин, проверить число неизвестных в уравнениях и решать систему уравнений относительно искомой величины.

4. Задачи третьей группы объединяют в себе две предыдущие. В этих задачах рассматривают взаимодействие трех и более тел. В процессе такого взаимодействия к одному из тел подводится некоторое количество теплоты Q, в результате чего изменяется его внутренняя энергия и совершается работа.

Для решения этих задач надо составить полное уравнение закона сохранения и превращения энергии (7.1). Составление такого уравнения включает в себя приемы, описанные в п. 2 и 3.

Пример 1. В закрытом медном калориметре массой $m_м = 0{,}2$ кг находится лед массой $m_л = 1$ кг при температуре $t_л = -10°C$. В калориметр впускают пар массой $m_п = 0{,}2$ кг, имеющий температуру $t_п = 110°C$. Какая температура установится в калориметре? Удельную теплоемкость паров воды в интервале от 100 до 110°C считать равной $c_п = 1{,}7$ кДж/(кг · К). Удельная теплота парообразования воды при 100°C равна $r = 2{,}1$ МДж/кг, удельная теплота плавления льда $\lambda = 0{,}34$ МДж/кг.

Р е ш е н и е. Примем систему пар — лед — калориметр за изолированную и будем считать, что с окружающей средой ее теплообмен ничтожно мал и им можно пренебречь. В такой системе внутренняя энергия остается неизменной, поскольку $Q=0$ и $A=0$.

Основным уравнением, описывающим процесс теплового взаимодействия между телами системы, здесь является уравнение теплового баланса с учетом агрегатных превращений. В данном примере $m_п r \gg m_л \lambda$, поэтому можно предположить, что при установившейся температуре в калориметре будет находиться вода при температуре, большей 0°С.

При тепловом взаимодействии со льдом и калориметром внутренняя энергия пара уменьшается: при охлаждении от начальной температуры $t_п$ до температуры конденсации $t_к = 100°C$ на величину $c_п m_п (t_п - t_к)$, при конденсации пара в воду на величину $r m_п$, при дальнейшем охлаждении образовавшейся воды от температуры $t_к$ до окончательно установившейся температуры θ на величину $c_в m_п (t_к - \theta)$. В результате внутренняя энергия горячего тела — пара уменьшится на

$$\Delta U_1 = c_п m_п (t_п - t_к) + r m_п + c_в m_п (t_к - \theta) = Q_{отд}.$$

За счет этой энергии калориметр нагревается от начальной температуры, равной температуре льда $t_л$, до окончательной θ; его внутренняя энергия увеличивается на величину $c_м m_м (\theta - t_л)$. Кроме того, часть энергии пара переходит ко льду. Энергия молекул льда возрастает: при нагревании от начальной температуры $t_л$ до температуры плавления $t_0 = 0°C$ на величину $c_л m_л (t_0 - t_л)$, в процессе плавления на величину $\lambda m_л$ и при дальнейшем нагревании образовавшейся воды на величину $c_в m_л (\theta - t_0)$.

В результате внутренняя энергия холодных тел возрастает на

$$\Delta U_2 = c_м m_м (\theta - t_л) + c_л m_л (t_0 - t_л) + \lambda m_л + c_в m_л (\theta - t_0) = Q_{получ}.$$

Так как $\Delta U_1 = \Delta U_2$, то уравнение теплового баланса для данного процесса будет иметь вид:

$$c_п m_п (t_п - t_к) + r m_п + c_в m_п (t_к - \theta) = c_м m_м (\theta - t_л) + c_л m_п (t_0 - t_л) + \lambda m_л + c_в m_л (\theta - t_0).$$

Решая это уравнение относительно θ и подставляя числовые данные, находим:

$$\theta = \frac{c_п m_п (t_п - t_к) + r m_п + c_в m_п t_к + c_м m_м t_л + c_в m_л t_0 - c_л m_л (t_0 - t_л) - \lambda m_л}{c_в (m_п + m_л) + c_м m_м};$$

$$\theta \approx 37°C.$$

Анализируя полученное выражение, можно заметить, что при достаточно большой массе пара $m_п$ температура θ может оказаться больше начальной температуры пара $t_п$, чего в действительности быть не может. Такой результат объясняется тем, что после теплообмена при установившейся температуре одновременно могут существовать две фазы вещества: жидкость и пар, если при охлаждении пар не полностью конденсируется в воду. Точно так же и при достаточно большой массе льда равновесные состояния системы могут быть самыми различными и наше решение окажется неверным. При агрегатных превращениях вещества уравнение теплового баланса в общем случае нельзя записать в общем виде, так как вид его будет зависеть от числовых значений заданных величин. Чтобы не делать лишних вычислений, во всех сомнительных случаях, когда заранее невозможно сказать, окажется ли вещество в одном или двух агрегатных состояниях, рекомендуется сделать предварительную числовую прикидку — найти, какое количество теплоты Q_1 требуется для нагревания холодного тела до температуры соответствующего превращения (плавления или кипения) и сколько теплоты Q_2 может отдать горячее тело при остывании или при полной конденсации (кристаллизации). Если окажется, что $Q_1 > Q_2$, то после перераспределения энергии получится одна фаза вещества, если же будет $Q_1 < Q_2$, то при установившейся температуре вещество будет находиться в двух фазах — в виде пара и жидкости (жидкости и льда).

Установив на основании числовой прикидки, что получится в результате теплообмена, можно составить окончательное уравнение теплового баланса, из которого определяется искомая величина.

Пример 2. При соблюдении необходимых предосторожностей вода может быть переохлаждена до температуры $t_1 = -10°C$. Сколько льда образуется из такой воды массой $m_0 = 1$ кг, если в нее бросить кусочек льда и этим вызвать замерзание воды? Какую температуру должна иметь переохлажденная вода, чтобы она целиком превратилась в лед? Удельная теплоемкость переохлажденной воды $c_в = 4{,}19$ кДж/(кг·К), льда $c_л = 2{,}1$ кДж/ /(кг·К). Удельная теплота плавления льда $\lambda = 0{,}33$ МДж/кг.

Решение. Чтобы вода замерзла при охлаждении, в ней должны находиться неоднородные включения — центры кристаллизации, около которых начинается рост кристалликов льда. При отсутствии центров кристаллизации воду можно охладить до температуры значительно ниже 0°C. Такая вода называется переохлажденной.

Если в переохлажденной воде искусственно создать центры кристаллизации, в ней начнет образовываться лед. Молекулы станут переходить в состояние, соответствующее минимуму их потенциальной энергии. Уменьшение потенциальной энергии одной части молекул воды, образующих лед, вызывает увеличение теплового движения остальных молекул, которое регистрируется нами как нагревание воды. По условию задачи можно пренебречь взаимодействием переохлажденной воды с окружающей средой, поэтому в результате частичной кристаллизации воды в ней произойдет только перераспределение энергии. Полная внутренняя энергия останется неизменной, и, следовательно, уменьшение потенциальной энергии части молекул приведет к соответствующему увеличению кинетической энергии хаотического движения — повышению температуры системы.

Задача сводится к составлению уравнения теплового баланса при условии, что $Q = 0$, $A = 0$ с учетом агрегатного превращения.

При образовании из переохлажденной воды льда массой m_2 потенциальная энергия молекул уменьшится на величину

$$\Delta U_1 = \lambda m_2.$$

Эта энергия частично пойдет на нагревание образовавшегося льда от начальной температуры t_1 до температуры $t_0 = 0°C$ и частично на нагревание оставшейся после кристаллизации воды массой m_1 на $t_0 - t_1$ (дальнейшее нагревание невозможно, так как при 0°C кристаллизация воды прекратится). Таким образом, вследствие нагревания внутренняя энергия теплового движения молекул увеличится на

$$\Delta U_2 = c_л m_2 (t_0 - t_1) + c_в m_1 (t_0 - t_1).$$

По закону сохранения энергии $\Delta U_1 = \Delta U_2$, поэтому уравнение теплового баланса будет иметь вид:

$$\lambda m_2 = c_л m_2 (t_0 - t_1) + c_в m_1 (t_0 - t_1). \qquad (1)$$

Кроме того,

$$m_1 + m_2 = m_0. \qquad (2)$$

Из соотношений (1) — (2) находим массу образовавшегося льда:

$$m_2 = \frac{c_в (t_0 - t_1)}{\lambda + (c_в - c_л)(t_0 - t_1)} m_0;$$

$$m_2 \approx 0,12 \text{ кг}.$$

Чтобы замерзла вся переохлажденная вода, энергия, выделившаяся при кристаллизации, должна полностью пойти на нагревание образовавшегося льда, т. е.

$$\lambda m_0 = c_л m_0 (t_0 - t_x), \qquad (3)$$

где t_x — начальная температура переохлажденной воды.

Из последнего уравнения находим:

$$t_x = -\frac{\lambda}{c_л}; \quad t_x = -160°C.$$

Пример 3. В колбе находилась вода при $t = 0°C$. Выкачиванием из колбы воздуха заморозили всю воду в сосуде. Какая часть воды при этом испарилась, если колба была теплоизолирована? Удельная теплота испарения воды при 0°C $r = 2,5$ МДж/кг. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33$ МДж/кг.

Решение. При испарении воды вылетают наиболее быстрые молекулы, вследствие чего потенциальная энергия этих молекул увеличивается, суммарная кинетическая энергия оставшихся молекул уменьшается и температура воды понижается. Если из сосуда, в котором происходит испарение, откачивать пары воды и свести до минимума теплообмен с окружающей средой, то кинетическая энергия оставшихся молекул может уменьшиться на столько, что они смогут образовать твердую фазу воды — лед. Поскольку в данном процессе энергия извне не подводится ($Q=0$) и работа не совершается ($A=0$), внутренняя энергия всей системы остается постоянной, изменение потенциальной энергии вылетающих молекул воды ΔU_1 равно изменению потенциальной энергии ΔU_2 оставшихся, так как температура системы не изменяется.

При образовании пара массой m_1 потенциальная энергия молекул пара возрастает на величину

$$\Delta U_1 = r m_1.$$

При образовании льда массой m_2 потенциальная энергия молекул воды уменьшается на

$$\Delta U_2 = \lambda m_2.$$

Поскольку $\Delta U_1 = \Delta U_2$, то

$$r m_1 = \lambda m_2, \tag{1}$$

причем

$$m_1 + m_2 = m_0. \tag{2}$$

По условию задачи нам нужно определить отношение

$$x = m_1 / m_0.$$

Из соотношений (1) — (2) находим:

$$x = \frac{\lambda}{\lambda + r}; \qquad x \approx 11{,}7\%.$$

Пример 4. В дьюаровском сосуде, содержащем жидкий азот при температуре $t_а = -195°C$, за время $\tau_1 = 24$ ч испаряется азот объемом $V_1 = 10^{-3}$ м^3 при температуре окружающего воздуха $t_в = 20°C$. Определите удельную теплоту парообразования азота, если известно, что при температуре $t_л = 0°C$ в том же сосуде за время $\tau = 22{,}5$ ч тает лед массой $m_2 = 4 \cdot 10^{-3}$ кг. Считать, что количество теплоты, подводимое ежесекундно к сосуду, пропорционально разности температур снаружи и внутри сосуда. Плотность жидкого азота $\varrho_1 = 800$ кг/м^3, удельная теплота плавления льда $\lambda = 0{,}33$ МДж/кг.

Решение. Вследствие того что дьюаровский сосуд не является идеальным теплоизолятором, между телами, находящимися в сосуде, и окружающей средой происходит теплообмен. Так как работа при этом не совершается, то основным уравнением, описывающим процесс теплопередачи при испарении азота и плавлении льда, служит уравнение теплового баланса

$$Q = \Delta U.$$

В результате теплообмена хранящиеся в сосуде холодные тела нагреваются и могут переходить из одного агрегатного состояния в другое. За счет энергии, подводимой извне, увеличивается внутренняя энергия этих тел, причем согласно условию задачи

$$\frac{Q}{\tau} = k(t_2 - t_1),$$

где τ — время, в течение которого к сосуду подводится количество теплоты Q; k — коэффициент пропорциональности, зависящий от устройства и материала сосуда; $t_2 - t_1$ — разность температур снаружи и внутри сосуда.

К жидкому азоту за время τ_1 подводится количество теплоты, равное

$$Q_1 = k(t_а - t_в)\tau_1.$$

За счет этого количества теплоты внутренняя энергия азота возрастает на величину

$$\Delta U_1 = rm_1,$$

где m_1 — масса испарившегося азота; r — удельная теплота парообразования.

Согласно закону сохранения и превращения энергии

$$Q_1 = \Delta U_1, \quad \text{или} \quad k(t_а - t_в)\tau_1 = rm_1. \qquad (1)$$

Проводя аналогичные рассуждения для льда, получим:

$$k(t_л - t_в)\tau_2 = \lambda m_2. \qquad (2)$$

Дополнительные условия позволяют записать:

$$m_1 = \varrho_1 V_1. \qquad (3)$$

Исключая из уравнений (1) — (3) неизвестные k и m_1, находим:

$$r = \frac{m_2(t_а - t_в)\tau_1}{\varrho_1 V_1 (t_л - t_в)\tau_2}\lambda; \quad r \approx 0{,}19 \text{ МДж/кг}.$$

Пример 5. Лед массой $M = 1$ кг при температуре 0°С заключен в теплонепроницаемый сосуд и подвергнут давлению $p = 6{,}9 \cdot 10^7$ Па. Сколько льда расплавится, если при увеличении давления на $\Delta p = 3{,}8 \cdot 10^7$ Па температура плавления льда понижается на $\Delta t = 1$°С? Понижение температуры плавления от 0°С считать пропорциональным увеличению давления сверх атмосферного.

Решение. Если лед подвергнут давлению больше атмосферного, температура его плавления понизится и такой лед, находясь при $t_{0п} = 0$°С, плавится, заимствуя энергию из окружающей среды.

При достаточной теплоизоляции льда средой, отдающей эту энергию, служит сам лед. Работа, совершаемая внешними силами, идет в этом случае на перераспределение энергии между молекулами воды. Часть исходного количества льда растает, часть охладится до новой температуры плавления $t_{1п}$, и система придет в равновесное состояние.

При отсутствии тепловых потерь количество теплоты, выделенной при охлаждении нерастаявшего льда от 0°C до температуры плавления $t_{1п}$, равно количеству теплоты, пошедшей на его частичное плавление:

$$Q_{отд} = Q_{получ}, \quad \text{или} \quad \Delta U_1 = \Delta U_2.$$

Температура плавления $t_{1п}$ при давлении $p > p_{атм}$ определяется из условия, что ее понижение $t_{0п} - t_{1п}$ пропорционально увеличению давления $p - p_{атм}$, т. е.

$$t_{0п} - t_{1п} = k(p - p_{атм}), \qquad (1)$$

где k — коэффициент пропорциональности, зависящий от физических свойств вещества.

Вместе с уравнением теплового баланса это уравнение является основным соотношением для решения данной задачи.

При сжатии льда и понижении температуры плавления от $t_{0п}$ до $t_{1п}$ внутренняя энергия теплового движения молекул льда массой M уменьшится на

$$\Delta U_1 = cM(t_{0п} - t_{1п}) = Q_{отд},$$

где c — удельная теплоемкость льда.

Так как система изолирована, то вся энергия, выделяющаяся при сжатии, идет на плавление льда массой m:

$$\Delta U_2 = \lambda m = Q_{получ}.$$

Согласно закону сохранения энергии

$$cM(t_{0п} - t_{1п}) = \lambda m. \qquad (2)$$

Кроме того, дополнительное условие позволяет записать:

$$\Delta t = k\Delta p. \qquad (3)$$

Решая уравнения (1) — (3) совместно относительно m и подставляя числовые значения, получим:

$$m = \frac{c\Delta t\,(p - p_{атм})}{\lambda\Delta p}M; \quad m \approx 11{,}3 \text{ г}.$$

Пример 6. Некоторая установка, развивающая мощность $N = 30$ кВт, охлаждается проточной водой, текущей по спиральной трубке сечением $S = 1$ см^2. При установившемся режиме проточная вода нагревается на $\Delta t = 15$°C. Определите скорость воды v, предполагая, что на нагревание воды идет $\eta = 0{,}3$ мощности, развиваемой установкой.

Р е ш е н и е. В процессе работы установки часть механической энергии расходуется на нагревание проточной воды, охлаждающей установку. Так как теплообмен с окружающей средой не учитывается ($Q = 0$), то указанная часть мощности установки идет на увеличение внутренней энергии воды, и согласно закону сохранения и превращения энергии должно быть:

$$0 = \Delta U - \eta A, \quad \text{или} \quad \eta A = \Delta U.$$

Если за время τ в трубках нагревается вода массой m на Δt, то работа, совершенная за это время (при мощности N), и изменение внутренней энергии воды будут равны соответственно:

$$A = N\tau$$

и

$$\Delta U = cm\Delta t,$$

где c — удельная теплоемкость воды.

Подставляя выражения для A и ΔU в исходное уравнение энергетического баланса, получим:

$$\eta N\tau = cm\Delta t.$$

При течении воды по трубе сечением S масса воды m, прошедшей через это сечение за время τ, равна:

$$m = \varrho S v\tau,$$

где ϱ — плотность воды; v — скорость течения.

С учетом этого выражения уравнение закона сохранения и превращения энергии в окончательном виде можно записать так:

$$\eta N = c\varrho S v\Delta t,$$

откуда искомая скорость воды равна:

$$v = \frac{\eta N}{c\varrho S\Delta t}; \quad v = 4{,}8 \text{ м/с}.$$

Пример 7. Санки массой $m = 5$ кг скатываются с горы, которая образует с горизонтом угол $\alpha = 30°$. Пройдя расстояние $l = 50$ м, санки развивают скорость $v = 4{,}1$ м/с. Вычислите количество теплоты, выделенное при трении полозьев о снег.

Р е ш е н и е. При движении одного тела по поверхности другого часть механической энергии идет из-за трения на увеличение внутренней энергии соприкасающихся тел. Мерой изменения энергии здесь могут служить и работа A, и количество теплоты Q. Как A, так и Q показывают, на сколько возрастает внутренняя энергия беспорядочного движения молекул при изменении энергии направленного движения, вызванном трением санок о снег. Следует заметить, что работа силы трения скольжения всегда связана с нагреванием тел. Поскольку изменение внутренней энергии тел в процессе движения санок по условию задачи не рассматривается

($\Delta U = 0$), то согласно (7.1) исходной формулой для решения задачи может служить уравнение

$$-Q = 0 + A.$$

При его записи мы учли, что $Q < 0$ и $A > 0$ (работа совершается санками).

Работу A, совершаемую внешними силами в системе санки — Земля, можно вычислить двумя способами: или с помощью закона сохранения энергии, или с помощью второго закона Ньютона. Проще воспользоваться первым способом. В системе санки — Земля на санки действуют две внешние силы: сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ и нормальная реакция опоры $\vec{N}$. Так как $\vec{N} \perp \vec{v}$, то работа этой силы равна нулю и изменение механической энергии происходит лишь под действием силы трения, т. е. $A \equiv A_{\text{тр}}$.

Выбрав первое положение системы в начале движения санок, второе — в конце перемещения, можно записать:

$$A_{\text{тр}} = W_2 - W_1.$$

Так как полная механическая энергия санок в первом и втором положениях соответственно равна:

$$W_1 = mgl \sin \alpha \quad \text{и} \quad W_2 = \frac{mv^2}{2},$$

то

$$A_{\text{тр}} = \frac{mv^2}{2} - mgl \sin \alpha,$$

и исходное уравнение можно переписать так:

$$Q = mgl \sin \alpha - \frac{mv^2}{2}.$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$Q \approx 1{,}19 \text{ кДж}.$$

Пример 8. Свинцовая пуля, летящая со скоростью $v_1 = 400$ м/с, попадает в стальную плиту и отскакивает от нее со скоростью $v_2 = 300$ м/с. Какая часть пули расплавится, если ее температура в момент удара была равна $t_1 = 107$°C и на нагревание пули пошло $\eta = 0{,}8$ всей работы, совершаемой при ударе? Удельная теплоемкость и удельная теплота плавления свинца равны соответственно $c = 126$ Дж/(кг · К), $\lambda = 25$ кДж/кг.

Решение. В процессе удара пули о плиту происходит уменьшение кинетической энергии пули, вследствие чего увеличивается ее внутренняя энергия. Пуля нагревается до температуры плавления и частично плавится без теплообмена с окружающей средой ($Q = 0$), поскольку время удара бесконечно мало. Согласпо закону сохранения и превращения энергии

$$0 = \Delta U + \eta A, \quad \text{или} \quad -\eta A = \Delta U,$$

где η — коэффициент, показывающий, какая часть механической энергии пошла на нагревание и агрегатное превращение свинца.

Если в момент удара пуля обладала кинетической энергией $W_1 = \frac{mv_1^2}{2}$, а после удара $W_2 = \frac{mv_2^2}{2}$ (считаем, что расплавленный свинец находится внутри пули и отлетает вместе с ней), то работа силы упругости плиты при ударе равна:

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

При нагревании пули массой m от начальной температуры t_1 до температуры плавления $t_2 = 327\,°C$ и плавлении свинца массой Δm внутренняя энергия пули возрастает на величину

$$\Delta U = cm(t_2 - t_1) + \lambda \Delta m.$$

Подставляя выражения для A и ΔU в исходное уравнение, получим уравнение энергетического баланса в окончательном виде:

$$\eta\left(\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2}\right) = cm(t_2 - t_1) + \lambda \Delta m.$$

Отношение $\Delta m/m$, показывающее, какая часть пули расплавилась, отсюда равно:

$$\frac{\Delta m}{m} = \left[\frac{\eta(v_1^2 - v_2^2)}{2} - c(t_2 - t_1)\right]\frac{1}{\lambda}; \quad \frac{\Delta m}{m} \approx 0{,}05.$$

ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 7

7.1. Температура термометра, погруженного в воду массой 6,7 г, повысилась на 14,6°C. Какова была температура воды перед измерением, если показание термометра равно 32,4°C? Теплоемкость термометра равна 1,92 Дж/К.

7.2. Три химически не взаимодействующие жидкости массами 1, 10 и 5 кг налили в калориметр и сообщили им количество теплоты 1,3 МДж. Начальные температуры жидкостей и их удельные теплоемкости равны соответственно 6, —40 и 60°C, 2, 4 и 2 кДж/(кг · К). Чему равна установившаяся температура смеси?

7.3. Вода может находиться при температурах, меньших 0°C и больших 100°C. В калориметре с теплоемкостью 1,67 кДж/К находится переохлажденная вода массой 1 кг при температуре —10°C. Какая температура установится в калориметре, если в него влить 170 г воды, перегретой до 120°C?

7.4. В калориметре с теплоемкостью C находится вода массой M, нагретая до температуры t_1. В калориметр опускают смесь латунных и алюминиевых опилок массой m, имеющую температуру