

При охлаждении пара ниже точки росы начинается конденсация пара в жидкость.

в) С достаточно хорошим приближением можно считать, что ненасыщающие пары подчиняются всем основным законам идеальных газов (9.1) — (9.4).

г) Параметры каждого состояния насыщающего пара связаны между собой уравнением Менделеева — Клапейрона.

Масса насыщающего пара  $m_{н.п.}$ , входящая в это уравнение, зависит от температуры и для двух различных состояний не может иметь одинакового значения.

Для определения давления насыщающих паров при данной температуре, если неизвестна их плотность, или же, наоборот, для определения плотности пара, если известно его давление, пользуются таблицами давления (упругости) насыщающих паров.

д) Так как в двух различных состояниях насыщающий пар имеет различную массу, параметры этих состояний законам идеальных газов (9.1) — (9.4) не подчиняются. Если же насыщающий пар переходит в ненасыщающий и его масса при этом не изменяется, то параметры состояний подчиняются всем законам идеальных газов.

е) Согласно закону Дальтона давление воздуха, содержащего водяной пар, складывается из давления сухого воздуха  $p_c$  и давления паров воды  $p_n$ , т.е. атмосферное давление равно:

$$p_a = p_c + p_n.$$

3. Воздух, содержащий водяной пар, называют влажным. О влажности воздуха можно судить или по давлению, производимому паром (упругости водяного пара), или по его плотности  $\rho_n$ . Давление, производимое паром (упругость водяного пара), называют абсолютной влажностью. Отношение плотности  $\rho_n$  (давления) водяного пара при данной температуре к плотности (давлению) насыщенного пара  $\rho_{н.п.}$  при этой температуре называют относительной влажностью. Относительную влажность воздуха выражают обычно в процентах:

$$\varphi = \frac{\rho_n}{\rho_{н.п.}} 100\% = \frac{m_n}{m_{н.п.}} 100\% = \frac{p_n}{p_{н.п.}} 100\%,$$

так как при одинаковой температуре

$$\frac{\rho_n}{\rho_{н.п.}} = \frac{p_n}{p_{н.п.}}.$$

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ. ПРИМЕРЫ

Задачи на пары и влажность по своему решению принципиально почти не отличаются от задач на идеальные газы. Тем не менее они вызывают у учащихся серьезные затруднения, связанные с неумением пользоваться уравнением газового состояния и попыткой искать решение путем логических рассуждений, что

во многих случаях требует большой сообразительности. Особенно это относится к тем задачам, где вместо плотности насыщенного пара дается его давление.

Новым при решении задач на влажность является широкое использование таблиц упругости и плотности водяных паров и применение формулы относительной влажности. Из таблиц можно взять дополнительные данные к тем, которые известны по условию задачи, и составить вспомогательные уравнения, позволяющие вместе с основным уравнением газового состояния и законом Дальтона определить искомую величину.

Анализируя условие задачи, всегда полезно иметь в виду следующее. Если задана температура насыщающего пара, то его давление и плотность при этой температуре можно найти в таблицах, т. е. их можно считать известными. Если же заданы температура и давление (плотность) ненасыщающего пара, то его плотность (давление) определяется из уравнения Менделеева — Клапейрона без таблиц.

Давление насыщающих паров при температуре кипения жидкости равно атмосферному. Например, при температуре кипения воды (373 К) давление ее насыщающих паров равно нормальному атмосферному давлению (101 кПа).

Если известна температура ненасыщающего пара  $T_1$  и его точка росы  $T_p$ , то с помощью таблиц можно определить абсолютную и относительную влажность воздуха при температуре  $T_1$ , так как при температуре  $T_p$  это же количество пара будет полностью насыщать данное пространство. В общем случае порядок решения задач на влажность можно рекомендовать такой:

а) Установить число состояний газа, рассматриваемых в условии задачи, обратив особое внимание на то, дается ли чистый пар жидкости или смесь пара с сухим воздухом.

б) Для каждого состояния пара записать уравнение Менделеева—Клапейрона и формулу относительной влажности, если о последней что-либо сказано в условии. Составить уравнение Менделеева—Клапейрона для каждого состояния сухого воздуха (если дается смесь пара с воздухом). В тех случаях, когда при переходах из одного состояния в другое масса пара не меняется, вместо уравнения Менделеева—Клапейрона можно использовать сразу объединенный газовый закон. Вычисляя давление и плотность пара, следует всегда иметь в виду, что их значения не могут превышать значений этих величин для насыщающего пара при данной температуре.

С учетом формулы влажности уравнение Менделеева—Клапейрона для пара можно записать в виде:

$$p_{н.п} \varphi V = \frac{m_n}{M_n} RT, \quad \text{или} \quad p_{н.п} \varphi = \frac{\rho_n}{M_n} RT,$$

где  $p_{н.п}$  — давление, которое создавал бы пар, если бы при температуре  $T$  он был насыщающим;  $\rho_n$  — плотность пара.

в) Записать математически все дополнительные условия, связывающие величины, входящие в составленные ранее уравнения. Проверить число неизвестных в полученной системе уравнений и решить ее относительно искомой величины. Выписывая числовые значения заданных величин, нужно учесть сделанные выше замечания и использовать таблицу давления и плотности насыщающих паров при различных температурах.

**Пример 1.** Под колоколом насоса находится стакан, содержащий воду массой  $m = 0,2$  кг. Насос откачивает воздух из-под колокола со скоростью  $u = 8 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup>/с. Через сколько времени вся вода испарится, если установившаяся под колоколом температура равна  $T = 280$  К?

**Решение.** Если под колокол насоса поместить стакан с водой, то спустя некоторое время пространство под колоколом станет насыщенным водяными парами. При заданной температуре давление  $p_{н.п}$  и плотность  $\rho_{н.п}$  этого пара можно считать известными, поскольку их значения могут быть найдены в таблицах. Из таблицы зависимости давления насыщающего пара от температуры находим, что при 280 К давление пара  $p_{н.п} = 1$  кПа. Это значение определяет максимально возможное давление пара под колоколом при данной температуре.

Когда насос начнет работать, пары из-под колокола будут удаляться и их давление должно уменьшаться. Происходит это, однако, не сразу. Поскольку насыщающий водяной пар находится над водой и между молекулами воды и пара существует подвижное равновесие, уменьшение числа молекул пара, вызванное действием насоса, приводит к тому, что из жидкости начинает вылетать молекул больше, чем влетать в нее. Вследствие непрерывного испарения воды при работе насоса убыль молекул пара, все время пополняется, в результате плотность пара, а следовательно, и давление некоторое время почти не изменяются. Само собой разумеется, что температура пара должна при этом поддерживаться постоянной.

Как только вся вода испарится, давление под колоколом начнет падать. Процесс откачки пара из-под колокола насоса до полного испарения воды удобно схематически представить так.

В сосуде находится насыщающий водяной пар, масса которого равна массе воды в стакане и давление которого при работе насоса остается неизменным. Температура пара, а значит, и давление известны, и требуется определить время, необходимое для удаления пара из сосуда при заданной скорости откачки. Применяя к данному воображаемому состоянию насыщающего пара уравнение Менделеева — Клапейрона, можно определить объем пара, а затем и время, необходимое для его откачки, зная производительность насоса. Нетрудно заметить, что это время и будет равно искомому времени  $\tau$  испарения воды под колоколом.

Предположим, водяной пар массой  $m$  при температуре  $T$  насыщает пространство объемом  $V$  и производит давление  $p_{н.п}$ .

Тогда

$$p_{н.п} V = \frac{m}{M_n} RT, \quad (1)$$

где  $M_n = 1,8 \cdot 10^{-2}$  кг/моль — молярная масса водяного пара.

Если насос, откачивая пар, захватывает объем  $V_0$  за время  $\tau_0$ , то производительность насоса (скорость откачки) будет равна:

$$u = \frac{V_0}{\tau_0}, \quad (2)$$

и весь пар, находящийся в объеме  $V$ , насос откачает за время

$$\tau = \frac{V}{u}. \quad (3)$$

Это и есть время испарения всей воды.

Из уравнений (1) — (3) получим искомое время:

$$\tau = \frac{mRT}{M_n u p_{н.п}}; \quad \tau \approx 8,5 \text{ ч.}$$

**Пример 2.** В запаянной трубке объемом  $V = 0,4$  л находится водяной пар под давлением  $p_n = 8,5$  кПа при температуре  $T_n = 423$  К. Сколько росы выпадает на стенках трубки при охлаждении воды до температуры  $T_{н.п} = 295$  К? Давление насыщающих паров воды при температуре 295 К равно  $p_{н.п} = 2,6$  кПа.

**Решение.** В задаче рассматривают два состояния пара в запаянной трубке — до и после охлаждения. В первом состоянии при 423 К пар был ненасыщающим (это вполне очевидно, так как даже при 373 К  $p_n = 100$  кПа), поэтому при его изохорическом охлаждении, начиная с некоторой температуры (точки росы), пар станет насыщающим и дальнейшее понижение температуры до 295 К вызовет его частичную конденсацию.

Происходит ли конденсация пара при изохорическом понижении температуры от значения  $T_1$  до  $T_2$ , если об этом не сказано в условии задачи, можно установить самим, зная плотность или давление пара. С помощью таблиц нужно только определить, будет ли температура росы  $T_p > T_2$  или нет. В нашем примере это неравенство имеет место, следовательно, пар конденсируется.

Чтобы определить массу росы, выпавшей на стенках трубки, необходимо найти массу пара при каждой из заданных температур и вычесть из первого результата второй. Для нахождения самих масс удобно воспользоваться уравнением Менделеева—Клапейрона, составив его для каждого из двух состояний пара.

Обозначим параметры состояния пара до его охлаждения через  $p_n$ ,  $V$ ,  $T_n$  и будем считать, что его масса равна  $m_n$ . Тогда

$$p_n V = \frac{m_n}{M_n} RT_n, \quad (1)$$

где  $M_n = 1,8 \cdot 10^{-2}$  кг/моль — молярная масса водяного пара.

После охлаждения и конденсации, когда пар в трубке будет насыщающим, его масса станет равной  $m_{н.п.}$ , а параметры примут значения  $p_{н.п.}$ ,  $V$  и  $T_{н.п.}$ . Для насыщающего пара

$$p_{н.п.}V = \frac{m_{н.п.}}{M_n} RT_{н.п.} \quad (2)$$

При составлении этого уравнения мы не учитывали объем, занимаемый каплями воды.

Для определения массы росы, выпавшей на стенках трубки, составляем вспомогательное уравнение:

$$m = m_n - m_{н.п.}, \quad (3)$$

где  $m$  — искомая масса росы. Этим уравнением условие задачи исчерпывается полностью.

Решая уравнения (1) — (3) совместно и проводя вычисления, находим:

$$m = \frac{M_n V}{R} \left( \frac{p_n}{T_n} - \frac{p_{н.п.}}{T_{н.п.}} \right); \quad m \approx 9 \text{ мг.}$$

**Пример 3.** В комнате объемом  $V = 150 \text{ м}^3$  поддерживается температура  $T_1 = 293 \text{ К}$ , а точка росы равна  $T_2 = 283 \text{ К}$ . Определите относительную влажность воздуха и количество водяных паров, содержащихся в комнате.

**Решение.** Если воздух в комнате содержит некоторое количество водяных паров, то при понижении температуры до точки росы эти пары становятся насыщающими. В тех случаях, когда задана точка росы, как, например, в нашей задаче, можно рассмотреть два состояния пара в комнате: при данной температуре  $T_1$  и температуре росы  $T_2$ . Каждое из этих состояний описывается уравнением Менделеева — Клапейрона и формулой относительной влажности. Давление насыщающих паров можно считать при этом известным, так как известна их температура (точка росы). Из таблиц зависимости давления насыщающего пара воды от температуры мы находим, что при  $283 \text{ К}$  оно равно  $p_{2н} = 1,22 \text{ кПа}$ .

Допустим, что пар, находящийся в комнате объемом  $V$ , при температуре  $T_1$  создает давление  $p_1$  и имеет массу  $m_n$ ; тогда

$$p_1 V = \frac{m_n}{M_n} RT_1, \quad (1)$$

где  $M_n = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль}$  — молярная масса пара.

Если при этой температуре давление насыщающих паров равно  $p_{1н}$ , то относительная влажность воздуха в комнате

$$\varphi = \frac{p_1}{p_{1н}} 100\%, \quad (2)$$

поскольку истинное давление паров в комнате  $p_1$ . В случае понижения температуры до  $T_2$  (точки росы) пар в комнате стал

бы насыщающим и его давление было бы равно  $p_{2н}$ . Для этого состояния пара мы могли бы записать:

$$p_{2н}V = \frac{m_n}{M_n} RT_2, \quad (3)$$

так как масса пара в комнате остается неизменной.

В уравнениях (1) — (3) содержатся три неизвестные величины —  $\varphi$ ,  $m_n$ , которые требуется определить, и давление  $p_1$ . Решая уравнения совместно относительно искомого неизвестного, получим:

$$\varphi = \frac{p_{2н}}{p_{1н}} 100\% = \frac{T_1}{T_2} 100\%; \quad \varphi \approx 54,5\%; \quad m_n = \frac{p_{2н}VM_n}{RT_2}; \quad m_n \approx 1,4 \text{ кг.}$$

**Пример 4.** Влажный воздух объемом  $1 \text{ м}^3$  при относительной влажности  $\varphi = 60\%$ , температуре  $T = 293 \text{ К}$  и нормальном атмосферном давлении имеет массу  $m = 1,2004 \text{ кг}$ . Определите давление насыщающего водяного пара при температуре  $T$ .

**Решение.** Влажный воздух представляет смесь сухого воздуха и водяного пара. В условии задачи даны величины, характеризующие эту смесь в целом, и требуется определить параметр одного из газов, входящих в смесь, — давление насыщающего пара.

Для решения задачи нужно рассмотреть каждый компонент газа в отдельности, составив для каждого из них уравнение состояния. Кроме того, необходимо учесть, что масса  $m$  и давление влажного воздуха  $p$  складываются соответственно из масс и давлений сухого воздуха и пара:

$$m = m_v + m_n; \quad (1)$$

$$p = p_v + p_n. \quad (2)$$

Рассмотрим сначала воздух без пара. Обозначим параметры состояния воздуха в заданном объеме через  $p_v$ ,  $V$ ,  $T$ , тогда

$$p_v V = \frac{m_v}{M_v} RT, \quad (3)$$

где  $M_v = 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль}$  — молярная масса сухого воздуха.

Пар, находящийся в этом же пространстве, имеет давление  $p_n$ , объем  $V$  и температуру  $T$ . Для него

$$p_n V = \frac{m_n}{M_n} RT, \quad (4)$$

и, кроме того, нам дано:

$$\varphi = \frac{p_n}{p_{н.п}} 100\%, \quad (5)$$

где  $p_{н.п}$  — искомое давление насыщающих паров при температуре  $T$

Из уравнений (1) — (5) находим:

$$p_{н.п} = \left[ \frac{pVM_b - mRT}{(M_b - M_n)V} \right] \frac{100\%}{\varphi}; \quad p_{н.п} \approx 2,32 \text{ кПа.}$$

**Пример 5.** В сосуде находится воздух, температура которого  $T_1 = 283 \text{ К}$  и влажность  $\varphi = 60\%$ . Как изменится влажность воздуха и его давление, если воздух нагреть до температуры  $T_2 = 373 \text{ К}$  и в три раза уменьшить объем? Начальное давление сухого воздуха  $p_1 = 38,5 \text{ кПа}$ , давление насыщающих паров воды при  $283 \text{ К}$  равно  $p_{1н} = 1,2 \text{ кПа}$ .

**Решение.** Нам даны два состояния смеси сухого воздуха с паром при разных температурах. Как видно из условия задачи, в процессе нагревания сосуда меняются все три параметра состояния и воздуха, и пара. Чтобы выбрать исходные уравнения для решения задачи, надо прежде всего установить, изменяется ли масса пара при его переходе во второе состояние или нет. Сделать это можно следующим образом. С помощью объединенного газового закона надо найти давление  $p_{2п}$  пара при температуре  $T_2 = 373 \text{ К}$  и сравнить его с давлением насыщающего пара при этой температуре, равным нормальному атмосферному давлению  $p_{2н} = 101 \text{ кПа}$ . Так как большего давления, чем  $p_{2н}$ , пар при данной температуре иметь не может, то, если окажется, что  $p_{2п} > p_{2н}$ , это будет означать, что происходила конденсация, если же  $p_{2п} \leq p_{2н}$ , то при переходе во второе состояние масса пара не менялась — его недостаточно, чтобы создать давление  $p_{2н}$ . Расчет показывает (предлагаем его сделать читателям), что в нашем примере  $p_{2п} < p_{2н}$ , т. е. пар не конденсируется, и, следовательно, к параметрам пара применимо уравнение объединенного газового закона, так как масса газа остается одной и той же.

При составлении системы уравнений для нахождения изменения относительной влажности воздуха в данной задаче можно ограничиться лишь рассмотрением пара.

Допустим, что в начальном состоянии при температуре  $T_1$  пар, находящийся во влажном воздухе, имел давление  $p_{1п}$  и объем  $V_1$ , а после нагревания сосуда до температуры  $T_2$  эти параметры стали равными  $p_{2п}$  и  $V_2$ . Тогда согласно объединенному газовому закону должно быть:

$$\frac{p_{1п}V_1}{T_1} = \frac{p_{2п}V_2}{T_2}. \quad (1)$$

Относительная влажность воздуха до нагревания была равна:

$$\varphi_1 = \frac{p_{1п}}{p_{1н}} 100\%, \quad (2)$$

после нагревания она станет равной:

$$\varphi_2 = \frac{p_{2п}}{p_{2н}} 100\%. \quad (3)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1. \quad (4)$$

Под  $p_{1н}$  и  $p_{2н}$  здесь подразумевается давление насыщающего пара при температурах  $T_1$  и  $T_2$ .

Совместное решение уравнений (1) — (4) относительно  $\Delta\varphi$  при условии, что  $3V_2 = V_1$ , дает:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 \left( \frac{3p_{1н}T_2}{p_{2н}T_1} - 1 \right); \quad \Delta\varphi = -57\%.$$

Знак «минус» означает, что  $\varphi_2 < \varphi_1$ , т. е. во втором состоянии влажность воздуха уменьшилась.

Изменение  $\Delta p$  полного давления влажного воздуха равно сумме изменений давлений сухого воздуха и пара:

$$\Delta p = (p_1 + p_{1н}) - (p_2 + p_{2н}). \quad (5)$$

Так как масса воздуха не изменялась и воздух занимает тот же объем, что и пар, то для него должно быть

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, \quad (6)$$

где  $p_2$  — давление сухого воздуха после нагревания сосуда.

Решая совместно уравнения (1), (2), (5) и (6) относительно искомого изменения давления  $\Delta p$ , получим:

$$\Delta p = (p_1 - p_{1н}\varphi_1) \frac{T_2 - T_1}{T_1}; \quad \Delta p \approx 12 \text{ кПа.}$$

## ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 10

**10.1.** Сколько молекул ртути может содержаться в  $1 \text{ см}^3$  воздуха в помещении, зараженном ртутью, при температуре  $300 \text{ К}$ , если давление насыщенного пара ртути при  $300 \text{ К}$  равно  $0,36 \text{ Па}$ ?

**10.2.** Какое давление будет создавать водяной пар, насыщенный при  $373 \text{ К}$ , если в момент насыщения его отделить от воды и изохорически нагреть на  $25 \text{ К}$ ?

**10.3.** Цилиндрический сосуд сечением  $100 \text{ см}^2$  снабжен поршнем массой  $103,3 \text{ кг}$ . Непосредственно под поршнем находится вода массой  $0,8 \text{ г}$ . На какое расстояние переместится поршень, приходя в равновесие, если сосуд и воду нагреть до  $423 \text{ К}$ ? Атмосферное давление нормальное, давление насыщающих паров воды при  $423 \text{ К}$  равно  $475 \text{ кПа}$ .

**10.4.** Сосуд, снабженный поршнем, содержит водяной пар при температуре  $323 \text{ К}$ , который производит давление  $7,75 \text{ кПа}$ . Каким станет давление в сосуде, если объем, занимаемый паром, изотермически уменьшить вдвое? Давление насыщающих паров воды при  $323 \text{ К}$  равно  $12,3 \text{ кПа}$ .